ĐỀ TOÁN SỐ 1:

NHÂN ĐA THỨC. CÁC HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ,TỨ GIÁC. HÌNH BÌNH HÀNH VÀ CÁC DẠNG ĐẶC BIỆT CỦA NÓ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

- Nhân đơn thức với đa thức : $A(B + C) = AB + AC$.

- Nhân đa thức với đa thức :

$$(A + B)(C + D) = A(C + D) + B(C + D) = AC + AD + BC + BD.$$

- Bình phương của một tổng hai biểu thức : $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

- Bình phương của một hiệu hai biểu thức : $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$.

- Hiệu các bình phương của hai biểu thức : $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$.

- Lập phương của một tổng hai biểu thức :

$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A + B)$.

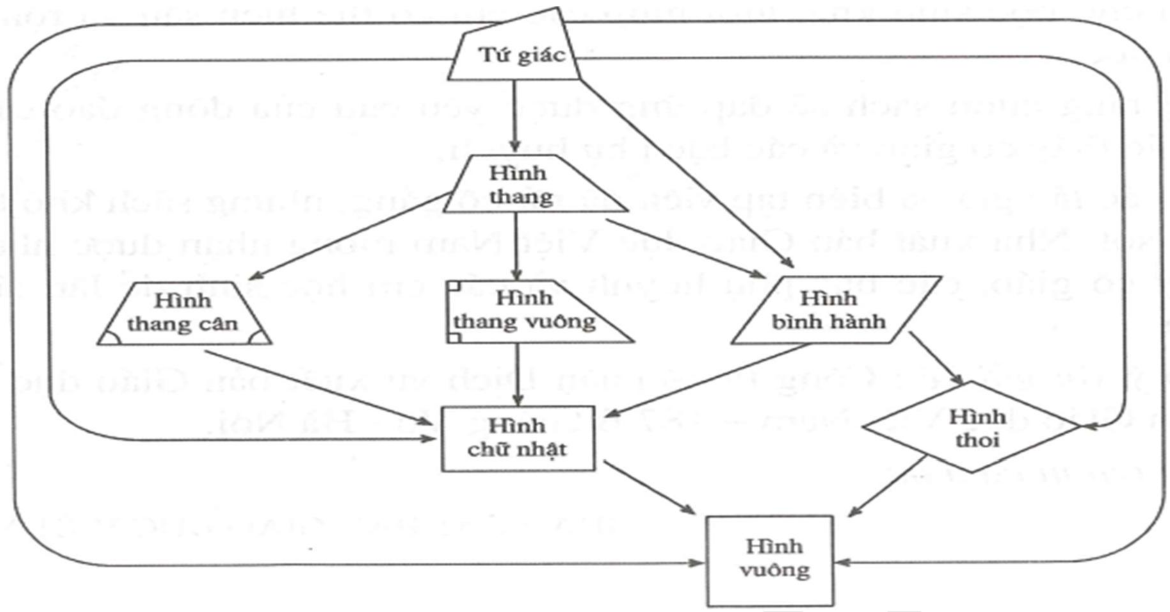
- Lập phương của một hiệu hai biểu thức :

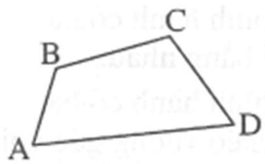
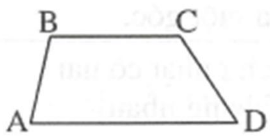
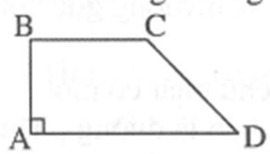
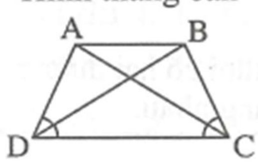
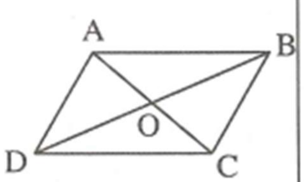
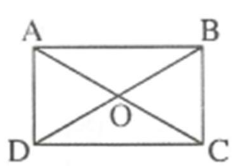
$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = A^3 - B^3 - 3AB(A - B)$.

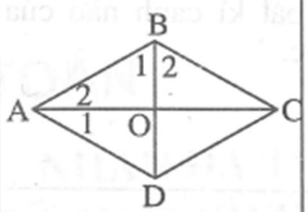
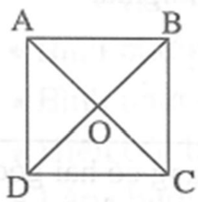
- Tổng các lập phương của hai biểu thức : $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$,

- Hiệu hai lập phương của hai biểu thức : $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$,

- Sơ đồ nhận biết tứ giác:


Tứ giác
Hình thang
Hình thang cân
Hình thang vuông
Hình bình hành
Hình chữ nhật
Hình thoi
Hình vuông

Hình	Định nghĩa	Tính chất	Dấu hiệu nhận biết
Tứ giác 	Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không nằm trên một đường thẳng	$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}+\widehat{D}$ $= 360^o$	Tứ giác lồi : Tứ giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.
Hình thang 	Tứ giác ABCD BC // AD	$\widehat{A}+\widehat{B}=180°$ $\widehat{D}+\widehat{C}=180°$	Theo định nghĩa.
Hình thang vuông 	Tứ giác ABCD BC // AD $\widehat{A}=90^o$	$\widehat{A}=\widehat{B}=90°$ $\widehat{D}+\widehat{C}=180°$	Theo định nghĩa.
Hình thang cân 	Tứ giác ABCD AB // CD $\widehat{C}=\widehat{D}$	AD = BC AC = BD $\widehat{A}+\widehat{D}=\widehat{B}+\widehat{C}$ $= 180°$	- Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau. - Hình thang có hai đường chéo bằng nhau.
Hình bình hành 	Tứ giác ABCD AB // CD AD // BC	AB = CD, AD = BC $\widehat{A}=\widehat{C};\widehat{B}=\widehat{D}$ OA = OC, OB = OD	- Tứ giác có các cạnh đối song song. - Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau. - Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau. - Tứ giác có các góc đối bằng nhau. - Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.
Hình chữ nhật 	Tứ giác ABCD $\widehat{A}=\widehat{B}=\widehat{C}$ $=\widehat{D}=90°$	Có tất cả các tính chất của hình bình hành và hình thang cân. OA = OB = OC = OD	- Tứ giác có ba góc vuông. - Hình thang cân có một góc vuông. - Hình bình hành có một góc vuông. - Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau.

Hình	Định nghĩa	Tính chất	Dấu hiệu nhận biết
Hình thoi 	Tứ giác ABCD AB = BC = CD = DA	Có tất cả các tính chất của hình bình hành. $AC \perp BD$ $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$; $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$	- Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau. - Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau. - Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau. - Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc.
Hình vuông 	Tứ giác ABCD $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$. AB = BC = CD = DA.	Có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.	- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau. - Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau. - Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc. - Hình thoi có một góc vuông. - Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau.

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho biểu thức $A = 2(3x + 1)(x - 1) - 3(2x - 3)(x - 4)$.

a) Rút gọn biểu thức A ;

b) Tính giá trị của A tại $x = -2$;

c) Tim x để $A = 0$.

Giải, a) $A = 2(3x + 1)(x - 1) - 3(2x - 3)(x - 4)$

$= 2(3x^2 - 3x + x - 1) - 3(2x^2 - 8x - 3x + 12)$

$= 2(3x^2 - 2x - 1) - 3(2x^2 - 11x + 12)$

$= 6x^2 - 4x - 2 - 6x^2 + 33x - 36 = 29x - 38$.

b) Tại $x = -2$ thì $A = 29.(-2) - 38 = -58 - 38 = -96$.

c) $29x - 38 = 0$

$29x = 38$

x = $\frac{38}{29}$. Vậy A = 0 tại x = $\frac{38}{29}$

Ví dụ 2. Rút gọn biểu thức B = $\left(3x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(9x^2 - \frac{1}{4}\right) + \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$

Giải. Cách 1. B = $9x^2 + 3x + \frac{1}{4} - 18x^2 + \frac{1}{2} + 9x^2 - 3x + \frac{1}{4} = 1$

Cách 2. B = $\left(3x + \frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(3x + \frac{1}{2}\right)\left(3x - \frac{1}{2}\right) + \left(3x - \frac{1}{2}\right)^2$

$= \left[\left(3x + \frac{1}{2}\right) - \left(3x - \frac{1}{2}\right)\right]^2 = 1^2 = 1$

Ví dụ 3. Tính giá trị của biểu thức :

A = $X^3 - 3x^2 + 3x$ tại X = 21 ; B = $x^3 + 6x^2 + 12x + 2$ tại x = -12.

Giải. A = $X^3 - 3x^2 + 3x = (X^3 - 3x^2 + 3x - 1) + 1 = (x - 1)^3 + 1$.

Thay X = 21 vào biểu thức ta được : A = $(21 - 1)^3 + 1 = 20^3 + 1 = 8001$.

B = $X^3 + 6x^2 + 12x + 2 = (X^3 + 6x^2 + 12x + 8) - 6 = (x + 2)^3 - 6$.

Thay X = -12 vào biểu thức ta được : B = $(-12 + 2)^3 - 6 = (-10)^3 - 6 = -1006$.

Ví dụ 4. Tìm x, biết:

a) $(x - 1)(x^2 + x + 1) - x(x + 5)(x - 5) = 74$;

b) $(x - 3) - (x + 4)(x^2 - 4x + 16) + 9x^2 = 17$.

Giải, a) $(x - 1)(x^2 + x + 1) - x(x + 5)(x - 5) = 74$

$(x^3 - 1^3) - x(x - 5^2) = 74$

$x^3 - 1 - x^3 + 25x = 74$

$25x = 74 + 1$

$x = 75 : 25$

$x = 3$.

b) $(x - 3)^3 - (x + 4)(x^2 - 4x + 16) + 9x^2 = 17$

$(x^3 - 9x^2 + 27x - 27) - (x^3 + 4^3) + 9x^2 = 17$

$x^3 - 9x^2 + 27x - 27 - x^3 - 64 + 9x^2 = 17$

$27x - 91 = 17$,

$27x = 17 + 91$

x = 108 : 27

x =4.

Ví dụ 5. Cho tứ giác ABCD có 4 góc A, B, C, D của nó tỉ lệ với 2 ; 3 ; 6 ; 7.

a) Tính số đo các góc của tứ giác đó ;

b) Xác định dạng của tứ giác ABCD.

Giải

a) 4 góc A, B, C, D tỉ lệ với 2; 3; 6 ; 7 nên ta có:

$\frac{\widehat{A}}{2}=\frac{\widehat{B}}{3}=\frac{\widehat{C}}{6}=\frac{\widehat{D}}{7}=\frac{\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}+\widehat{D}}{2+3+6+7}=\frac{360°}{18}$ = 20°

Do đó $\widehat{A}$ = 20°.2 = 40°; $\widehat{B}$ = 20°.3 = 60°;

$\widehat{C}$ = 20°.6 = 120°; $\widehat{D}$ = 20°.7 = 140°.

b) Ta có $\widehat{A}$ + $\widehat{D}$ = 40° + 140° = 180° mà chúng lại là hai góc trong cùng phía nên AB // CD. Vậy tứ giác ABCD là hình thang

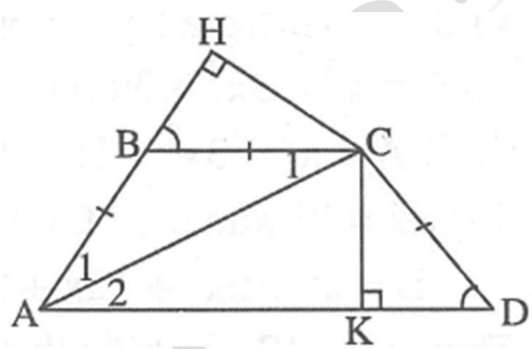
Ví dụ 6. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{B}$ = 110°, $\widehat{D}$ = 70°, AB = BC = CD.

Chứng minh rằng :

a) AC là tia phân giác của góc A ;

b) ABCD là hình thang cân.

Giải,



a) Kẻ CH ⊥ AB ($\widehat{ABC}$= 110° > 90°nên H thuộc tia đối của tia BA).

Kẻ CK ⊥ AD ($\widehat{D}$ = 70° < 90° nên K thuộccạnh AD).

ΔCBH và ΔCDK có $\widehat{H}$ = $\widehat{K}$ = 90°, CB = CD (giả thiết), $\widehat{CBH}$ = $\widehat{D}$ = 70°

nên ΔCBH = ΔCDK (cạnh huyền - góc nhọn). Suy ra CH = CK.

Vậy AC là tia phân giác của góc A.

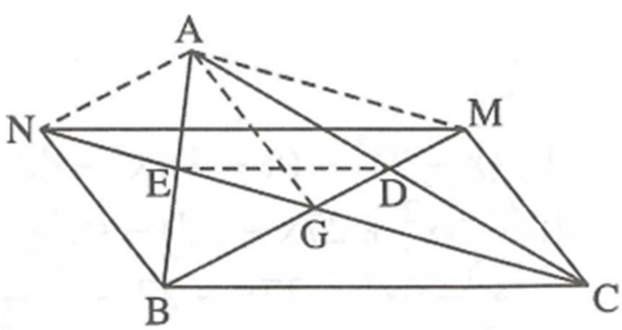
b) ΔABC cân ở B (AB = BC theo gt) nên $\widehat{C}_1$ = $\widehat{A}_1$. Ta lại có $\widehat{A}_2$ = $\widehat{A}_1$ (AC là tia phân giác của góc A). Suy ra $\hat{C}_1 = \hat{A}_2$. Hai góc này lại ở vị trí so le trong suy ra BC // AD. Ta lại có

$\hat{A} = 180° - \widehat{ABC} = 180° - 110° = 70° = \hat{D}$.

Do đó ABCD là hình thang cân.

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC, các đườngtrung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Vẽ cácđiểm M, N sao cho D là trung điểm của GM, Elà trung điểm của GN. Chứng minh rằng BNMClà hình bình hành.

Giải.



Cách 1. Từ Từ giả thiết suy ra GM = 2GD, GB = 2GD nên GM = GB.

Tương tự : GN = GC. Vậy tứ giác BNMC là hình bình hành.

Cách 2. Nối ED. ED là đường trung bình của ΔABC nên

ED // BC và ED = $\frac{1}{2}$BC. (1)

ED cũng là đường trung bình của ΔGMN nến ED // MN và ED = $\frac{1}{2}$ MN(2)

Từ (1) và (2) suy ra NM // BC và NM = BC nên tứ giác BNMC là hình bình hành. *Cách 3.* Nối AG, AM, AN.

Tứ giác BNAG là hình bình hành vì có EA = EB, EN = EG.

Suy ra NB // AG và NB = AG. (3)

Tương tự, tứ giác GAMC là hình bình hành suy ra AG // MC và AG = MC (4)

Từ (3) và (4) suy ra NB // MC và NB = MC nên tứ giác BNMC là hình bình hành.

Ví dụ 8. Cho tam giác ABC có D, E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, BC, CA. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của AD, AF, EF, ED.

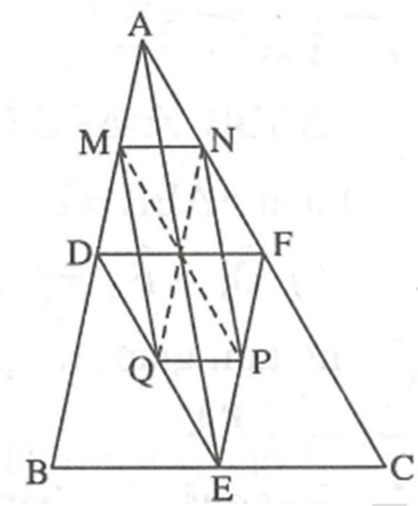
a) Tứ giác MNPQ là hình gì ?

b) Tam giác ABC có điều kiện gì thì MNPQ là hình chữ nhật ?

c) Tam giác ABC có điều kiện gì thì MNPQ là hình thoi ?

d) Tam giác ABC có điều kiện gì thì MNPQ là hình vuông ?

Giải.



a) MN là đường trung bình của ΔADF nên tacóMN//DF và MN =$\frac{1}{2}$DF .

QP là đường trung bình của ΔEDF nên ta có QP // DF vàQP=$\frac{1}{2}$DF. (2)

Từ (1) và (2) => MN // QP và MN = QP. Vậy tứ giác MNPQ là hình bình hành.

b)*Cách 1.* Hình bình hành MNPQ là hình chữ nhật khi và chỉ khi MP = NQ

<=> AF = AD <=> AC = AB <=>ΔABC cân tại A.

Cách 2.

Hình bình hành MNPQ là hình chữ nhật khi và chỉ khi MN ⊥ MQ

<=> AE ⊥ BC <=>ΔABC cân tại A.

c) Cách 1. Hình bình hành MNPQ là hình thoi khi và chỉ khi MQ = MN

<=> AD = DF <=> AE = <=> ABC vuông tại A

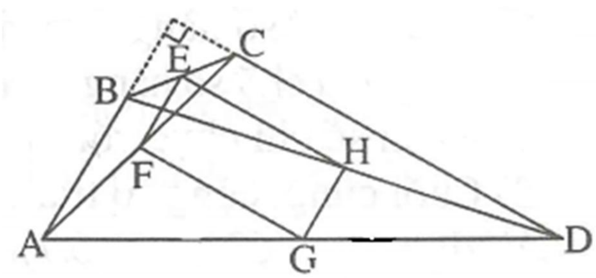
Cách 2. Hình bình hành MNPQ là hình thoi khi và chỉ khi MP ⊥ NQ

<=> AF ⊥ AD <=>ΔABC vuông tại A.

d) Hình bình hành MNPQ là hình vuông khi và chỉ khi nó vừa là hình chữ nhật vừa là hình thoi. Khi đó theo câu b) và câu c), tam giác ABC vuông cân tại A.

Ví dụ 9. Cho tứ giác ABCD có $\widehat{A} + \widehat{D} = 90°$. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của BC, AC, AD, DB. Chứng minh rằng EG = FH.

Giải.



Từ $\widehat{A} + \widehat{D} = 90°$ suy ra AB ⊥ CD. (1)

EF là đường trung bình của tam giác ACB nên EF//AB và EF = $\frac{1}{2}$ AB. (2)

HG là đường trung bình của tam giác ADB nên HG//AB và HG = $\frac{1}{2}$ AB. (3)

Từ (2) và (3) suy ra EF// HG và EF = HG do đó tứ giác EFHG là hình bình hành. (4)

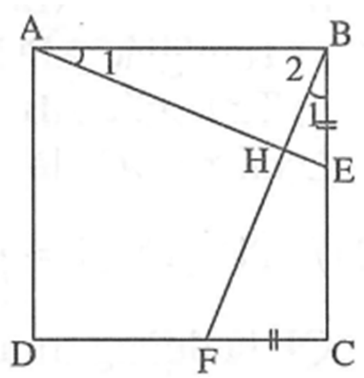
Ta lại có EF//AB (theo (2)), EH//CD (vì EH là đường trung bình của tam giác CBD) mà AB ⊥ CD (theo (1)) nên EF ⊥ EH. (5)

Từ (4) và (5) suy ra EFGH là hình chữ nhật nên hai đường chéo của nó bằng nhau. Ta có EG = FH.

Ví dụ 10. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm E, trên cạnh CD lấy điểm F sao cho BE = CF. Chứng minh :

a) AE = BF ;b) AE ⊥ BF.

Giải,



a) ABCD là hình vuông nên AB = BC và $\widehat{ABE} = \widehat{BCF} = 90°$.

ΔABE và ΔBCF có AB = BC, $\widehat{ABE} = \widehat{BCF}$, BE = CF(gt) nên ΔABE = ΔBCF (c.g.c)

suy ra AE = BF và $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$.

b) $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 90°$ nên $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 90°$. Gọi H là giao điểmcủaAEvàBF.

Trong tam giác ABH, $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_2 = 90°$ nên $\widehat{AHB} = 90°$. Vậy ẠE ⊥ BF.