

Đáp án chuyên đề: Mệnh đề và mệnh đề chứa biến – Đại số 10

Bài 1.0: Câu không phải mệnh đề là a), b)

Câu d), f) là mệnh đề đúng. Câu e) sai. Câu g) đúng

Bài 1.1: Ta xét dự đoán của bạn Dung

+ Nếu Singapor nhì thì Singapor nhất là sai do đó Ấn Độ nhì là đúng (mâu thuẫn)

+ Như vậy Thái Lan thứ ba là đúng suy ra Việt Nam nhì Singapor nhất và Ấn Độ thứ tư

Bài 1.2: Ta có các mệnh đề phủ định là

\bar{P} : " Trong tam giác tổng ba góc không bằng 180^0 ", mệnh đề này sai

\bar{Q} : " $\sqrt{3} - \sqrt{27}^2$ không phải là số nguyên ", mệnh đề này sai

\bar{R} : " Việt Nam không vô địch Worldcup 2020", mệnh đề này chưa xác định được đúng hay sai

\bar{S} : " $-\frac{\sqrt{5}}{2} \leq -2$ ", mệnh đề này đúng

\bar{K} : " Bất phương trình $x^{2013} > 2030$ có nghiệm ", mệnh đề này đúng

Bài 1.3 a) $P \Rightarrow Q$: " Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường thẳng AC và BD vuông góc với nhau", mệnh đề đúng

$Q \Rightarrow P$: " Nếu tứ giác $ABCD$ hai đường thẳng AC và BD vuông góc với nhau thì tứ giác $ABCD$ có là hình chữ nhật ", mệnh đề sai

b) $P \Rightarrow Q$: " Nếu $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$ thì $-\sqrt{3}^3 > -\sqrt{2}^3$ ", mệnh đề đúng

$P \Rightarrow Q$: " Nếu $-\sqrt{3}^3 > -\sqrt{2}^3$ thì $-\sqrt{3} > -\sqrt{2}$ ", mệnh đề sai

c) $P \Rightarrow Q$: " Nếu tam giác ABC có $A = B + C$ thì tam giác ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ "

$Q \Rightarrow P$: "Nếu tam giác ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ thì $A = B + C$ "

Cả hai mệnh đề đều đúng.

d) $P \Rightarrow Q$: " Nếu Tô Hữu là nhà Toán học lớn của Việt Nam thì Évariste Galois là nhà Thơ lỗi lạc của Thế giới ", $Q \Rightarrow P$: " Nếu Évariste Galois là nhà Thơ lỗi lạc của Thế giới thì Tô Hữu là nhà Toán học lớn của Việt Nam ". Hai mệnh đề đúng.

Bài 1.4: a) Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$, $Q \Rightarrow P$ đều đúng và được phát biểu bằng

hai cách như sau:

"Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng vuông góc với nhau " và

"Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nếu và chỉ nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có hai đường chéo bằng vuông góc với nhau "

b) Ta có mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ sai vì mệnh đề P đúng còn Q sai.

Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ bằng hai cách

" Bất phương trình $x^2 - 3x + 1 > 0$ có nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình $x^2 - 3x + 1 \leq 0$ vô nghiệm"

và " Bất phương trình $x^2 - 3x + 1 > 0$ có nghiệm nếu và chỉ nếu bất phương trình $x^2 - 3x + 1 \leq 0$ vô nghiệm"

Bài 1.5: Ta có A và D là các mệnh đề đúng, B và C là các mệnh đề sai. Do đó :

a) Mệnh đề $A \Rightarrow B$ sai vì A đúng và B sai.

Mệnh đề $A \Rightarrow D$ đúng vì A và D đều đúng.

Mệnh đề $B \Rightarrow C$ đúng vì B sai.

b) Mệnh đề $A \Leftrightarrow B$ sai vì mệnh đề $A \Rightarrow B$ sai (Hoặc A đúng và B sai). Mệnh đề $B \Leftrightarrow C$ đúng vì hai mệnh đề B và C đều sai. Mệnh đề $A \Leftrightarrow D$ đúng vì hai mệnh đề A và D đều đúng.

Bài 1.6: a) $P \Rightarrow Q$: "Nếu tổng 2 góc đối của tứ giác lồi bằng 180^0 thì tứ giác đó nội tiếp được đường tròn".

$\bar{Q} \Rightarrow P$: "Nếu Tứ giác không nội tiếp đường tròn thì tổng 2 góc đối của tứ giác đó bằng 180^0 "

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng, mệnh đề $Q \Rightarrow P$ sai.

b) $P \Rightarrow Q$: "Nếu $\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$ thì $\sqrt{2} - \sqrt{3}^2 > -1^2$ "

$\bar{Q} \Rightarrow P$: "Nếu $\sqrt{2} - \sqrt{3}^2 \leq -1^2$ thì $\sqrt{2} - \sqrt{3} > -1$ "

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai vì P đúng, Q sai, mệnh đề $\bar{Q} \Rightarrow P$ đúng vì P và Q đều đúng.

Bài 1.7: a) $x = 3$ ta có $P \ 3$: " $3^2 - 2.3 \geq 0$ " là mệnh đề đúng

b) $n = 3$, c) $x = \frac{1}{2}$

Bài 1.8: a) Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$ sai chẳng hạn khi $x = -1$ ta có

$$-1^3 - (-1)^2 + 1 = -1 < 0.$$

Mệnh đề phủ định là $\exists x \in \mathbb{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$.

b) Mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 1 = x^2 + \sqrt{2}x + 1 \quad x^2 - \sqrt{2}x + 1$ đúng vì

$$x^4 - x^2 + 1 = x^2 + 1^2 - 3x^2 = x^2 + \sqrt{3}x + 1 \quad x^2 - \sqrt{3}x + 1$$

Mệnh đề phủ định là $\exists x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 1 \neq x^2 + \sqrt{3}x + 1 \quad x^2 - \sqrt{3}x + 1$.

c) Mệnh đề $\exists x \in \mathbb{N}, n^2 + 3$ chia hết cho 4 đúng vì $n = 1 \in \mathbb{N}$ và $n^2 + 1 = 4:4$

Mệnh đề phủ định là " $\forall x \in \mathbb{N}, n^2 + 3$ không chia hết cho 4"

d) Mệnh đề $\exists q \in \mathbb{Q}, 2q^2 - 1 = 0$ sai. Mệnh đề phủ định là $\forall q \in \mathbb{Q}, 2q^2 - 1 \neq 0$

e) Mệnh đề " $\exists n \in \mathbb{N}, n \cdot n + 1$ là một số chính phương" đúng. Mệnh đề phủ định là " $\forall n \in \mathbb{N}, n \cdot n + 1$ không phải là một số chính phương"

Bài 1.9: a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng, e) sai

Bài 1.10: a) Ta có: Với $n = 2007$ thì $n^2 + 2 = 2007^2 + 2$ là số lẻ nên không chia hết cho 4. Vậy $P(2007)$ là mệnh đề sai.

b) Xét biểu thức $\frac{n(n+1)}{2}$, với $n \in \mathbb{N}^*$. ta có:

Với $n = 10$ thì $\frac{n(n+1)}{2} = 55$: chia hết cho 11. Vậy mệnh đề đã cho là mệnh đề đúng.

Bài 1.11: a) Mệnh đề P " $\forall x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2x \in \mathbb{Q}$ ". MĐ đúng.

\bar{P} : " $\exists x \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{Q} \Rightarrow 2x \notin \mathbb{Q}$ ". MĐ sai

b) MĐ đảo của P là " Với mọi số thực x , $x \in Q$ khi và chỉ khi $2x \in Q$ ". Hay " $\forall x \in R, x \in Q \Leftrightarrow 2x \in Q$ ".

Bài 1.12: a) $A(n) \Rightarrow B(n)$: "Nếu n là số chẵn thì n^2 là số chẵn". Đây là mệnh đề đúng, vì khi đó $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow n^2 = 4k^2$ là số chẵn.

b) " $\forall n \in \mathbb{N}, B(n) \Rightarrow A(n)$ ": Với mọi số tự nhiên n , nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.

c) " $\forall n \in \mathbb{N}, A(n) \Leftrightarrow B(n)$ ": Với mọi số tự nhiên n , n là số chẵn khi và chỉ khi n^2 là số chẵn.

Bài 1.13: a) Mệnh đề P sai vì chẳng hạn $x = 1 \in \mathbb{R}$, $y = 2 \in \mathbb{R}$ nhưng $x + y \neq 1$

b) Mệnh đề Q đúng vì $x = y = 1 \Rightarrow x + y = 2$

c) Vì $x + y = 3$ nên với mọi $y \in \mathbb{R}$ thì luôn tồn tại $x = 3 - y$ do đó mệnh đề R đúng

d) Mệnh đề S đúng