Đáp án ôn tập chương I:
Mệnh đề, tập hợp – Chuyên đề đại số 10

Bài 1.64: $P \Rightarrow Q$: "Nếu điểm *M* nằm trên phân giác của góc Oxy thì *M* cách đều hai cạnh *Ox, Oy* ": đúng.
$Q \Rightarrow P$: "Nếu điểm *M* cách đều hai cạnh *Ox* , *Oy* thì *M* nằm trên phân giác của góc Oxy " : đúng.
$P \Leftrightarrow Q$: "Điểm *M* nằm trên phân giác của góc Oxy nếu và chỉ nếu (khi và chỉ khi) điểm *M* cách đều hai cạnh *Ox, Oy*" : đúng.
Hay : $P \Leftrightarrow Q$: "Điều kiện cần và đủ để điểm *M* nằm trên phân giác của góc Oxy là *M* cách đều hai cạnh *Ox* , *Oy*" : đúng.

Bài 1.65: a) P : "n là số tự nhiên và n^5 chia hết cho 5", Q : "n chia hết cho 5".
b) Với n là số tự nhiên, n chia hết cho 5 là điều kiện cần để n^5 chia hết cho 5 ; hoặc phát biểu cách khác : Với n là số tự nhiên, điều kiện cần để n^5 chia hết cho 5 là n chia hết cho 5.
c) Với n là số tự nhiên, n^5 chia hết cho 5 là *điều kiện đủ* để n chia hết cho 5.
d) Định lí đảo : "Cho số tự nhiên n, nếu n chia hết cho 5 thì n^5 chia hết cho 5". Thật vậy, nếu n = 5k thì $n^5 = 5^5.k^5$: Số này chia hết cho 5.
Điều kiện cần và đủ để n chia hết cho 5 là n^5 chia hết cho 5.

Bài 1.66: a) Các tập con của X chứa có các phần tử 1, 3, 5, 7 được thành lập bằng cách thêm vào tập $1 ; 3 ; 5 ; 7$ các phần tử còn lại của tập X. Do đó tất cả các tập con của X có chứa các phần tử 1, 3, 5, 7 là: $1 ; 3 ; 5 ; 7$, $1 ; 3 ; 5 ; 7; 2$, $1 ; 3 ; 5 ; 7; 4$, $1 ; 3 ; 5 ; 7; 6$, $1 ; 3 ; 5 ; 7; 2 ; 4$, $1 ; 3 ; 5 ; 7; 2 ; 6$, $1 ; 3 ; 5 ; 7; 4 ; 6$ và X.

b) Giả sử tập cần tìm là { a ; b }với a ≠ b.
• Vì X có 7 phần tử nên có 7 cách chọn phần tử a. Sau khi chọn a thì X còn 6 phần tử, do đó với mỗi cách chọn a, ta có 6 cách chọn phần tử b, như vậy có 7.6 = 42 cặp (a ; b) theo cách chọn này.
Nhưng với cách chọn trên thì với hai phần tử bất kì a, b ta đã chọn lặp lại hai lần, đó là hai cặp $(a;b)$ và $(b;a)$, nhưng chỉ có duy nhất tập $a;b$.

Do đó, có $\frac{42}{2} = 21$ tập con của X chứa đúng hai phần tử.

Bài 1.67: a) Giải phương trình : $4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$. Vậy mệnh đề đã cho đúng.

Mệnh đề phủ định $\forall x \in Q : 4x^2 - 1 \neq 0$

b) Ta có $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$. Vì $\pm\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$ nên mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề phủ định $\forall x \in \mathbb{Z},\ x^2 \neq 3$

c) Với $n = 5$ thì $2^n + 3 = 35$, số này chia hết cho 5 (không nguyên tố). Do đó mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề phủ định "$\exists n \in N^* : 2^n + 3$ không phải là một số nguyên tố"

d) Mệnh đề đúng vì $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề phủ định $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 + 4x + 5 \le 0$

e) $x^4 - x^2 + 2x + 2 = (x^2 - 1)^2 + (x + 1)^2$ nên mệnh đề đã cho đúng

Mệnh đề phủ định $\exists x \in \mathbb{R}, x^4 - x^2 + 2x + 2 < 0$

Bài 1.68: a) $x \in \mathbb{R},\ x < 0 \Rightarrow x + \dfrac{1}{x} \le -2$

b) Mệnh đề đảo là $x \in \mathbb{R},\ x + \dfrac{1}{x} \le -2 \Rightarrow x < 0$

Ta có $x + \dfrac{1}{x} + 2 = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x} = \dfrac{(x+1)^2}{x}$ do đó $x + \dfrac{1}{x} \le -2 \Rightarrow x < 0$ là mệnh đề đúng

Vậy định lí trên có định lí đảo.

Bài 1.69 a) *Thuận:* Cho n : lẻ, thì $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow 3n + 1 = 3(2k + 1) + 1 = 6k + 4 = 2(3k + 2)$, với $3k + 2 \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow 3n + 1$: chẵn

Đảo : Cho $3n + 1$: chẵn, ta chứng minh n : lẻ

Dùng phương pháp phản chứng:

Giả sử n : chẵn, tức là $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$)

$\Rightarrow 3n + 1 = 6k + 1 \Rightarrow 3n + 1$: lẻ: trái với giả thiết. Vậy $3n + 1$: lẻ.

Từ hai phần thuận và đảo ta được: n: lẻ $\Leftrightarrow 3n + 1$: chẵn

Bài 1.70: a) $A = \{-1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$, $B = \left\{-1; \dfrac{1}{3}; 1\right\}$ vì

$$(1 - 3x)(x^4 - 3x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \notin Q \\ x = 1/3 \end{array}\right.$$

$C = \{x \in N \mid x \le 6\}$

b) $A \cap B = \{-1; 1\}$; $A \cup B = \{-1; 0; \dfrac{1}{3}; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $A \setminus B = \{0; 2; 3; 4; 5\}$,

$C_{B \cup A}(A \cap B) = \{0; 1/3; 2; 3; 4; 5\}$

c) $B \cup C = \{-1; 0; 1/3; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $A \cap (B \cup C) = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\} = A$

Bài 1.71: a) Ta có: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\} \Rightarrow A = \{0; 1\}$. (1)

$B = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - x)(x^2 - 2) = 0\}$.

$$(x^2 - x)(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \vee x = 1 \\ x = \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{Q} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \Rightarrow B = \{0; 1\} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) cho: A = B.

b) Ta có: $4x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow A = \varnothing$ (3)

$x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -4 \Rightarrow B = \{0; -4\}$. (4)

Từ (3) và (4) cho: $A \subset B$.

c) Ta có: $A = \ \ x \in \mathbb{N} \Big| \ 1 < x < 4 \ \ \Rightarrow A = \ \ 2\,;3 \ \ .\ B = \ \ x \in \mathbb{Z} \Big| \ x^2 - 9 = 0 \ \ \Rightarrow B = \ \ -3\,;3 \ \ .$

Ta thấy: 2 ∈ A mà 2 ∉ B nên A ⊄ B; –3 ∈ B mà –3 ∉ A nên B ⊄ A.

Bài 1.72: a) Ta có $A \cap B = \ \ 4\ ;\ 6 \ \ \subset X.$

Do đó các tập $X,\ Y$ thỏa mãn yêu cầu là : $X = \ \ 4\ ;\ 6$ và $Y = \ \ 0\ ;\ 2$, $X = \ \ 4\ ;\ 6\ ;\ 0$ và $Y = \ \ 2$, $X = \ \ 4\ ;\ 6\ ;\ 2$ và $Y = \ \ 0$.

b) Ta có $A \cup B = \{0\ ;2\ ;4\ ;6\ ;5\}$, do đó các tập P thỏa mãn điều kiện $(A \cap B) \subset P \subset (A \cup B)$ là :

$4\ ;6$, $4\ ;6\ ;0$, $4\ ;6\ ;2$, $4\ ;6\ ;5$, $4\ ;6\ ;0\ ;2$, $4\ ;6\ ;2\ ;5$, $4;6;5;0$ và $4\ ;6\ ;0\ ;2\ ;5$.

Bài 1.73: a) Ta có : $A \cap B = \left[-3\,;1\right) \cap \left[-1\,;5\right] = \left[-1\,;1 \ \ \right.;$

$A \cup B = \left[-3\,;1 \ \ \cup \left[-1\,;5\right] = \left[-3\,;5\right];\ \ B \setminus A \ \ = \left[-1\,;5\right] \setminus \left[-3\,;1 \ \ = \left[1\,;5\right]\right.\right..$

$C = \ \ x \in \mathbb{R} \ \big|\,|x| \geq 2 \ \ = \ \ -\infty\,;-2\big] \cup \big[2\,;+\infty \ \ ;\ \ B \setminus A \ \ \cap C = \big[2\,;5\big].$

b) Ta có : $C_{\mathbb{R}} \ \ A \cup B \ \ = C_{\mathbb{R}}\left[-3\,;5\right] = \ \ -\infty\,;-3 \ \ \cup \ \ 5\,;+\infty$. (1)

$C_{\mathbb{R}}A = C_{\mathbb{R}}\big[-3\,;1 \ \ = \ \ -\infty\,;-3 \ \ \cup\big[1\,;+\infty \ \ ;\ C_{\mathbb{R}}B = C_{\mathbb{R}}\big[-1\,;5\big] = \ \ -\infty\,;-1 \ \ \cup \ \ 5\,;+\infty \ \ ;$

$C_{\mathbb{R}}A \ \ \cap \ \ C_{\mathbb{R}}B \ \ \ \ = \ \ -\infty\,;-3 \ \ \cup \ \ 5\,;+\infty \ \ .$ (2) (1) và (2) cho: $C_{\mathbb{R}} \ \ A \cup B \ \ = \ \ C_{\mathbb{R}}A \ \ \cap \ \ C_{\mathbb{R}}B$.

Bài 1.74: a) $K \cap Z = \{0\},\ \ H = [-3;3],\ H \setminus K = [-3;-1] \cup [1;3]$

$C_R G = (-\infty;-2),\ \ \ C_R(H \cup K) = (-\infty;-3) \cup (3;+\infty)$

$C_R G \cup C_R(H \cup K) = (-\infty;-2) \cup (3;+\infty)$

b) $a \leq x \leq b \Leftrightarrow c \leq x \leq 8 \Leftrightarrow -5 + d \leq x \leq 5 + d$

Do đó $a = c = d - 5$ và $b = 8 = d + 5 \Rightarrow b = 8, a = c = -2, d = 3$

Vậy $x \in [-2;8] \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 8 \Leftrightarrow |\ x - 3\ | \leq 5$

Bài 1.75: $\sqrt{2011} \approx 44,84,\ \ \ \sqrt{2012} \approx 44,86$

Bài 1.76: • Thuận: $A \cup B = A \cap B$, ta chứng minh : $A = B$

$\forall x, x \in A \Rightarrow x \in A \cup B$ (vì $A \subset A \cup B$) $\Rightarrow x \in A \cap B$

(vì $A \cup B = A \cap B$) $\ \ \Rightarrow x \in B$ (vì $A \cap B \subset B$)

Như thế : $\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$, nên $A \subset B$ $\qquad (a)$

$\forall x, x \in B \Rightarrow x \in A \cup B$ (vì $B \subset A \cup B$) $\Rightarrow x \in A \cap B$

(vì $A \cup B = A \cap B$) $\ \ \Rightarrow x \in A$ (vì $A \cap B \subset A$)

Như thế : $\forall x, x \in B \Rightarrow x \in A$, nên $B \subset A$ $\qquad (b)$

(a) và (b) cho $A = B$

• Đảo: Cho $A = B$, ta chứng minh : $A \cup B = A \cap B$

Ta có $A \cup B = A \cup A$ (vì $B = A$) $= A$ (c)

$A \cap B = A \cap A$ (vì $B = A$) $= A$ (d)

(c) và (d) cho $A \cup B = A \cap B$.

Từ hai phần thuận và đảo ta được: $A \cup B = A \cap B \Leftrightarrow A = B$