

Đáp án bài Ôn tập chương 3: Phương trình, hệ phương trình – Đại số 10

Bài 3.75: a) Xét phương trình: $2x - \sqrt{x-8} = \sqrt{8-x} + 16$. (1)

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-8 \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = 8.$$

Thay $x = 8$ ta thấy (1) được thoả. Vậy, nghiệm của phương trình (1) là $x = 8$.

b) Xét phương trình: $3x + \sqrt{x-8} = \sqrt{4-x}$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-8 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 8 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Vậy, phương trình (2) vô nghiệm.

Bài 3.76: a) PT $\Leftrightarrow (m^2 + 3)x = -2m - 3 \Leftrightarrow x = \frac{-2m - 3}{m^2 + 3}$ (vì $m^2 + 3 \neq 0, \forall m$)

Vậy, nghiệm của (1) là: $x = \frac{-(2m + 3)}{m^2 + 3}$.

b) PT $\Leftrightarrow (m^2 - 4)x = m^2 + m - 6 \Leftrightarrow (m + 2)(m - 2)x = (m - 2)(m + 3)$.

+ $m + 2 \quad m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Nghiệm của (2) là: $x = \frac{m + 3}{m + 2}$.

+ $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$: (2) trở thành: $0x = -4$: vô nghiệm

+ $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$: (2) trở thành: $0x = 0$: $x \in \mathbb{R}$.

Kết luận: $m \neq \pm 2$: $x = \frac{m + 3}{m + 2}$

$m = -2$: phương trình vô nghiệm.

$m = 2$: $x \in \mathbb{R}$.

c) Điều kiện: $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$. Với điều kiện đó thì:

PT $\Leftrightarrow mx - m - 3 = 2x + 2 \Leftrightarrow (m - 2)x = m + 5$.

+ $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$: $x = \frac{m + 5}{m - 2}$. Để nó là nghiệm của (3) thì:

$$x \neq -1 \Leftrightarrow \frac{m + 5}{m - 2} \neq -1 \Leftrightarrow m \neq -\frac{3}{2}.$$

+ $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$: (3) $\Leftrightarrow 0x = 7$: vô nghiệm.

Vậy: $m \neq 2$ và $m \neq -\frac{3}{2}$, thì nghiệm của phương trình là: $x = \frac{m + 5}{m - 2}$

$m = 2$ hay $m = -\frac{3}{2}$: phương trình vô nghiệm.

Bài 3.77: a) $m = 1$: PT trở thành: $-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

$m \neq 1$: (1) có: $\Delta' = 1 - 3(m - 1) = -3m + 4$.

+ $\Delta' = -3m + 4 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{4}{3}$: phương trình (1) vô nghiệm.

+ $\Delta' = -3m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$: phương trình (1) có nghiệm kép $x = \frac{1}{m - 1} = 3$.

+ $\Delta' = -3m + 4 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{4}{3}$: phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{-3m + 4}}{m - 1}.$$

b) Điều kiện: $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$. Với điều kiện đó, thì:

$$PT \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0 \quad (*)$$

Với $x \neq 1$ thì: $f(1) = m^2 - 3m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

Với $x \neq -1$ thì: $f(-1) = m^2 + m + 2 \neq 0$: đúng với mọi m .

Khi đó, (*) có biệt thức: $\Delta' = m^2 - (m^2 - m + 1) = m - 1$.

- $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ thì $\Delta' > 0$, nên (*) có hai nghiệm phân biệt $x = m \pm \sqrt{m - 1}$ và đó cũng

là hai nghiệm của (2).

- $m = 1$ thì $\Delta' = 0$, nên (*) có nghiệm kép $x = m = 1$ (không thỏa điều kiện),

suy ra đã cho vô nghiệm.

- $m = 2$, thì (*) trở thành: $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = 3 \end{cases}$

Do đó nghiệm của đã cho là $x = 3$.

- $m < 1$ thì $\Delta' < 0$, nên (*) vô nghiệm, suy ra đã cho vô nghiệm.

Kết luận: $m \leq 1$: đã cho vô nghiệm

$m > 1$ và $m \neq 2$: (2) có hai nghiệm phân biệt $x = m \pm \sqrt{m - 1}$.

$m = 2$: (2) có một nghiệm $x = 3$.

Bài 3.78: a) Với $m = -1$ phương trình trở thành: $|x - 2| + |x - 1| + |x| = x - 1$.

Vì $VT \geq 0 \Rightarrow x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. Khi đó ta có:

$$|x - 2| + |x - 1| + |x| = x - 1 \Leftrightarrow |x - 2| + |x| = 0 \text{ phương trình vô nghiệm.}$$

b) Xét hàm số :

$$y = f(x) = |x - 2| + |x - 1| + |x| - x = \begin{cases} 2x - 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 1 & \text{khi } 1 \leq x < 2 \\ -2x + 3 & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ -4x + 3 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq 1$.

Bài 3.79: a) $x = 0$

b) $PT \Leftrightarrow 2(x+1)^2 + 1 + \sqrt{3+2x}^2 = x+5 \quad 2x+2^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

c) $PT \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{x+3} + \frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$

d) Chia hai vế cho x rồi đặt $\sqrt{x + \frac{3}{x}} = t$

Phương trình có nghiệm là $x = 1, x = 3, x = 8 \pm \sqrt{61}$.

Bài 3.80: * Nếu $m < 2 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm

* Với $m \geq 2 \Rightarrow$ Phương trình

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 1 = m^2 - 4m + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - m^2 + 4m - 3 = 0$$

Phương trình có nghiệm $\Delta' = 2m - 1^2 + 1 > 0$ đúng mọi m

Vậy $m \geq 2$ là những giá trị cần tìm.

Bài 3.81: a) Ta có: $D = \begin{vmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 5 & \sqrt{2} \end{vmatrix} = \sqrt{6} + 5$; $D_x = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} \end{vmatrix} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$;

$$D_y = \begin{vmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 5 & \sqrt{3} \end{vmatrix} = -2.$$

Hệ có nghiệm duy nhất: $x; y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + 5}; \frac{-2}{\sqrt{6} + 5} \right)$.

b) $x; y; z = 40; 15; -22$

Bài 3.82: Ta có: $D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1 = (m - 1)(m + 1)$;

$$D_x = \begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2 & m \end{vmatrix} = m^2 + m - 2 = (m - 1)(m + 2); D_y = \begin{vmatrix} m & m+1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = m - 1.$$

• $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$: Hệ có nghiệm duy nhất:
$$\begin{cases} x = \frac{D_x}{D} = \frac{m+2}{m+1} \\ y = \frac{D_y}{D} = \frac{1}{m+1} \end{cases}$$

• $D = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

+ Khi $m = 1$ thì: $D_x = D_y = 0$, hệ trở thành:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = 2.$$

Hệ đã cho có vô số nghiệm:
$$\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = 2 - x. \end{cases}$$

+ Khi $m = -1$ thì: $D_x = -2 \neq 0$: Hệ vô nghiệm.

Kết luận : • $m \neq \pm 1$: Hệ có nghiệm:
$$\begin{cases} x = \frac{m+2}{m+1} \\ y = \frac{1}{m+1} \end{cases}$$

• $m = 1$: Hệ có nghiệm:
$$\begin{cases} x \in \mathbf{R} \\ y = 2 - x. \end{cases}$$

• $m = -1$: Hệ vô nghiệm.

Bài 3.83: a) PT $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ x^2 - 3x(2x - 4) + (2x - 4)^2 = -5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 4 \\ x^2 + 4x - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, y = 2 \\ x = -7, y = -18. \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ là $(3; 2), (-7; -18)$.

b) HPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + xy^2 = 2x + 9 & (1) \\ xy = 3x + 3 - \frac{x^2}{2} & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được:
$$\left(x^2 + 3x + 3 - \frac{x^2}{2} \right) = 2x + 9$$

$\Leftrightarrow x^4 + 12x^3 + 48x^2 + 64x = 0 \Leftrightarrow x(x+4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$

Ta thấy $x = 0$ không thỏa cả (1) và (2), nên loại.

Thay $x = -4$ vào (2) ta được $y = \frac{17}{4}$

Thay $x = -4$ và $y = \frac{17}{4}$ vào (1), ta thấy (1) được thỏa.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(-4; \frac{17}{4}\right)$

Bài 3.84: a) $x; y = 1; 1$

b) Nghiệm $x; y$ của hệ là $1; 1, \left(-\frac{1+\sqrt{5}}{2}; -\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right), \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

Bài 3.85: Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi: $m = -\frac{3}{4}, m = 1$

Bài 3.86: ĐKXD: $x \neq 0, y \neq 0$

Đặt $u = x + \frac{1}{x}, v = y + \frac{1}{y}$ với $|u| \geq 2, |v| \geq 2$, hệ trên trở thành:

$$\begin{cases} u + v = 5 \\ u^3 + v^3 - 3(u + v) = 15m - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 5 \\ (u + v)^3 - 3uv(u + v) - 3(u + v) = 15m - 10 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 5 \\ 125 - 15uv - 15 = 15m - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u + v = 5 \\ uv = 8 - m \end{cases}$$

$\Rightarrow u, v$ là nghiệm của phương trình: $t^2 - 5t + 8 = m$ (1)

Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm t_1, t_2 với

$|t_1| \geq 2, |t_2| \geq 2$ (t_1, t_2 không nhất thiết phân biệt).

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 5t + 8$ với $|t| \geq 2$.

Từ bảng biến thiên ta có hệ trên có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{7}{4} \leq m \leq 2$ hoặc $m \geq 22$.