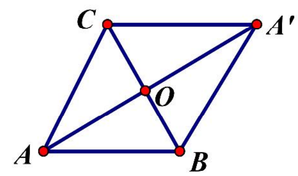
Đáp án chuyên đề:
Tổng và hiệu hai vectơ - Hình học 10

Bài 1.14: (Hình 1.45)Theo quy tắc trừ ta có

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=BC=a$



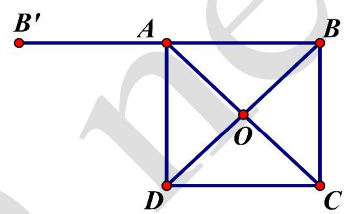
Hình 1.45

Gọi A' là đỉnh của hình bình hành $ABA'C$ và O là tâm hình nình hành đó. Khi đó ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}$.

Ta có $AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=AA'=2AO=a\sqrt{3}$

Bài 1.15. (Hình 1.46)



Hình 1.46

a) Ta có $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{BO}\Rightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{AO}$

$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}\right|=AO=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AO}$ suy ra

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

$\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right|=0$

b) Áp dụng quy tắc trừ ta có

$\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)-\left(\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MD}\right)=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DC}$

Lấy B' là điểm đối xứng của B qua A

Khi đó $-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB'}\Rightarrow\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{BB'}$

Suy ra $\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|\overrightarrow{BB'}\right|=BB'=2a$

Bài 1.16: Ta có $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|=2a\cos 30^0=a\sqrt{3},$

$\left|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{CO}\right|=a\cos 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Bài 1.17: a) Từ giả thiết suy ra ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều nhận O làm trọng tâm do đó $AOB=BOC=COA=120^0$

b) Gọi I là trung điểm BC. Theo câu a) ΔABC đều nên $AI=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\left|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{OA}\right|=a\sqrt{3}$

Bài 1.18: Dựng hình bình hành OACB. Khi đó: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$

Vậy $\overrightarrow{OD}$ nằm trên phân giác góc xOy $\Leftrightarrow OACB$ là hình thoi $\Leftrightarrow OA=OB$.

Bài 1.19: a) Áp dụng quy tắc trừ ta có

$\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{CB}\Leftrightarrow\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BA}$ (đúng)

b) Áp dụng quy tắc ba điểm ta có

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BA}\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}\right)+\overrightarrow{BD}=\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}\right)-\overrightarrow{CD}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}$ (đúng)

Bài 1.20: *Cách 1*: Đẳng thức cần chứng minh tương đương với

$\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AE} \ + \ \overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BF} \ + \ \overrightarrow{CF}-\overrightarrow{CD} \ =\vec{0}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{DF}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FE}=\vec{0}$ (đúng)

Cách 2: $VT=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}= \ \overrightarrow{AE}+\overrightarrow{ED} \ + \ \overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FE} \ + \ \overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DF}$

$=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{DF}$

$=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CD}=VP$

Bài 1.21 a) Ta có $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{BO}$ do đó

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AC}$

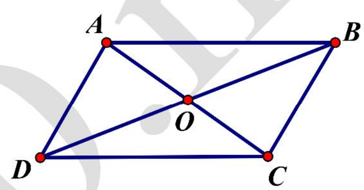
b) Theo quy tắc hình bình hành ta có

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{OD}$

c) Theo câu b) ta có $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$

Theo quy tắc trừ ta có $\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BO}$

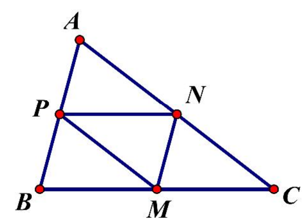
Mà $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{BO}$ suy ra $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{MB}$



Hình 1.47

Bài 1.22: (Hình 1.48)

a) Vì $\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{MC}=\overrightarrow{PN}$ nên



Hình 1.48

$\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PN}=\vec{0}$

b) Vì $\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{BM}$ và kết hợp với quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành ta có

$\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{NC}=\overrightarrow{BC}$

Bài 1.23: Theo quy tắc trừ và quy tắc hình bình hành ta có

$\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{D'D}= \ \overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AB'} \ + \ \overrightarrow{AC'}-\overrightarrow{AC} \ + \ \overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD'}$

$= \ \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD} \ -\overrightarrow{AC}- \ \overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD'} \ +\overrightarrow{AC}=\vec{0}$

Bài 1.24: Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}$

Vì ngũ giác đều nên vectơ $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OE}$ cùng phương với $\overrightarrow{OF}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{OF}$.

Tương tự $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{OE}$ suy ra $\vec{u}=\vec{0}$.

Bài 1.25: Theo quy tắc ba điểm ta có

$\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$

Mặt khác $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD},\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DB}$ suy ra $\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$