

Đáp án chuyên đề:

Giá trị lượng giác của góc (cung) lượng giác - Đại số 10

Bài 6.6: HD: a) Ta có $\frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{6}$. Ta chia đường tròn thành sáu phần bằng

nhau. Khi đó điểm M_1 là điểm biểu diễn bởi góc có số đo $\frac{\pi}{3}$.

b) Ta có $-\frac{17\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + -2 \cdot 2\pi$ do đó điểm biểu diễn bởi góc $-\frac{17\pi}{4}$

trùng với góc $-\frac{\pi}{4}$ và là điểm M_2 .

c) Ta có $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$. Ta chia đường tròn thành tám phần bằng nhau.

Khi đó điểm M_2 là điểm biểu diễn bởi góc có số đo -45° .

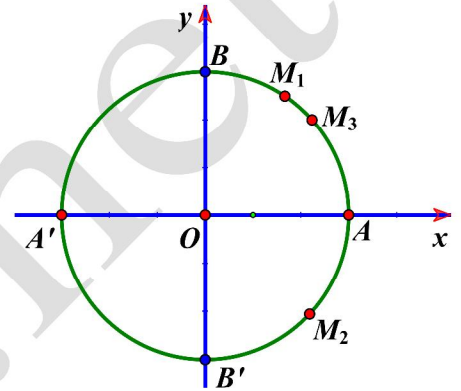
d) Ta có $765^\circ = 45^\circ + 2 \cdot 360^\circ$ do đó điểm biểu diễn bởi góc 765° trùng với góc 45° .

$\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$. Ta chia đường tròn làm tám phần bằng nhau

Khi đó điểm M_3 (điểm chính giữa cung nhỏ AB) là điểm biểu diễn bởi góc có số đo 765° .

Bài 6.7: Ta có $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{4}$ do đó có bốn điểm biểu diễn bởi góc có số đo dạng

$$x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$$

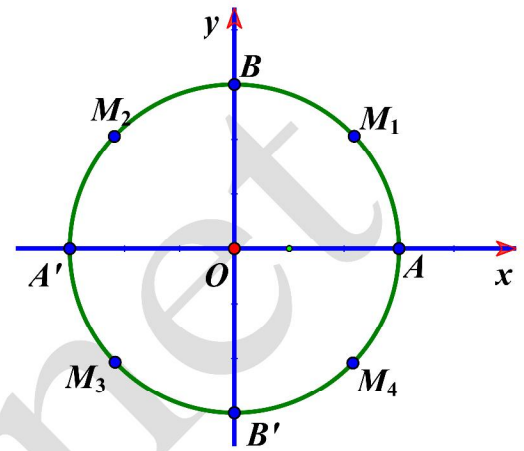


Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$ được biểu diễn bởi điểm M_1

$k = 1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}$ được biểu diễn bởi M_2

$k = 2 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{4}$ được biểu diễn bởi M_3

$k = 3 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{4}$ được biểu diễn bởi M_4



Vậy góc lượng giác có số đo là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ được biểu diễn bởi đỉnh

của hình vuông $M_1M_2M_3M_4$.

Bài 6.8: Các góc lượng giác $x_1 = k\pi$ được biểu diễn bởi hai điểm là A và A' trên đường tròn lượng giác. Các góc lượng giác $x_2 = \frac{\pi}{2} + k\pi$ được biểu diễn bởi hai điểm là B và B' trên đường tròn lượng giác.

Từ đó suy ra các góc x_1, x_2 có thể viết dưới dạng một công thức là $\frac{k\pi}{2}$.

Bài 6.9: a)
$$A = \frac{\sin 45^\circ + \sin 135^\circ}{\cos 30^\circ + \cos 60^\circ} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{1 + \sqrt{3}}$$

b)
$$B = \frac{1 - \tan 30^\circ}{-\tan 60^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{-\sqrt{3}} = \frac{1 - \sqrt{3}}{3}$$

c)
$$D = \cos 0^\circ + \cos 180^\circ + \cos 20^\circ + \cos 160^\circ + \dots + \cos 80^\circ + \cos 100^\circ$$
$$= \cos 0^\circ - \cos 0^\circ + \cos 20^\circ - \cos 20^\circ + \dots + \cos 80^\circ - \cos 80^\circ = 0$$

d)
$$E = \tan 5^\circ \tan 85^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ \dots \tan 45^\circ \tan 45^\circ$$
$$= \tan 5^\circ \cot 5^\circ \tan 15^\circ \cot 15^\circ \dots \tan 45^\circ \cot 45^\circ = 1$$

e)
$$F = \cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ + \cos^2 35^\circ + \sin^2 35^\circ = 2$$

Bài 6.10: a) $A = 5 \sin^2 \frac{\pi}{6} + 3 \cos^2 \frac{\pi}{3} - 4 \tan^2 \frac{\pi}{6} + 7 \cot^2 \frac{\pi}{3}$

$$= 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 7 \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 3$$

b) Ta có $\cos \frac{\pi}{5} = \sin \frac{3\pi}{10}$, $\cos \frac{2\pi}{5} = \sin \frac{\pi}{10}$ suy ra

$$B = \left(\cos^2 \frac{\pi}{10} + \sin^2 \frac{\pi}{10} \right) + \left(\cos^2 \frac{3\pi}{10} + \sin^2 \frac{3\pi}{10} \right) = 2$$

c) Ta có $\tan \frac{\pi}{9} = \cot \frac{7\pi}{18}$, $\tan \frac{2\pi}{9} = \cot \frac{5\pi}{18} \Rightarrow C = 1$

Bài 6.11: a) $A = \sin 50^\circ \cdot \cos(-360^\circ + 60^\circ) = \sin 50^\circ \cdot \cos 60^\circ > 0$

b) $B = \sin 180^\circ + 35^\circ \cdot \tan\left(3\pi + \frac{\pi}{7}\right) = -\sin 35^\circ \cdot \tan \frac{\pi}{7} < 0$

c) $C = -\cot \frac{3\pi}{5} \cdot \sin \frac{2\pi}{3}$. Ta có $\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{5} < \pi \Rightarrow \cot \frac{3\pi}{5} < 0$, $\frac{\pi}{2} < \frac{2\pi}{3} < \pi \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{3} > 0$

Vì vậy $C = -\cot \frac{3\pi}{5} \cdot \sin \frac{2\pi}{3} < 0$

Bài 6.12: a) $90^\circ < \alpha + 90^\circ < 180^\circ \Rightarrow \sin(\alpha + 90^\circ) > 0$

b) $-90^\circ < \alpha - 90^\circ < 0^\circ \Rightarrow \cot(\alpha - 90^\circ) < 0$

c) $180^\circ < 270^\circ - \alpha < 270^\circ \Rightarrow \tan(270^\circ - \alpha) > 0$

d) $90^\circ < 2\alpha + 90^\circ < 270^\circ \Rightarrow \cos(2\alpha + 90^\circ) < 0$

Bài 6.13: a) $\pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos(\alpha + \pi) < 0$

b) $-\pi < \alpha - \pi < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \tan(\alpha - \pi) > 0$

c) $\frac{2\pi}{5} < \alpha + \frac{2\pi}{5} < \frac{9\pi}{10} \Rightarrow 0 < \alpha + \frac{2\pi}{5} < \pi \Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) > 0$

d) $-\frac{\pi}{8} < \frac{3\pi}{8} - \alpha < \frac{3\pi}{8} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{8} - \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\left(\frac{3\pi}{8} - \alpha\right) > 0$

Bài 6.14: a) $M > 0$ b) $N < 0$ c) $P > 0$ d) $Q < 0$

Bài 6.15: a) $A = -\sin x + \cos x - \cos x = -\sin x$

b) $B = 2 \cos x + 3 \cos x - 5 \cos x + \tan x = \tan x$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

c) $C = 2 \cos x + \sin x - \cos x - \sin x = \cos x$

d) $D = \frac{-\sin x \sin x \tan x}{-\cos x - \cos x \tan x} = -\tan^2 x$

Bài 6.16: a) $\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \frac{1 + \tan^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$

b) $\frac{\tan^3 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin x \cos x} + \frac{\cot^3 x}{\cos^2 x} = \tan^3 x \cot^2 x + 1 - \tan x \cot^2 x + 1 + \cot^3 x \tan^2 x + 1$
 $= \tan x + \tan^3 x - \cot x - \tan x + \cot x + \cot^3 x = \tan^3 x + \cot^3 x$

c) $\tan^6 x (\cos^2 x - \cot^2 x) = \tan^6 x \cos^2 x - \tan^6 x \cot^2 x = \tan^4 x \sin^2 x - \tan^4 x$
 $= \tan^4 x \cdot \cos^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x = \tan^2 x - \sin^2 x$ (do câu a))

d) $\frac{\tan^2 a - \tan^2 b}{\tan^2 a \cdot \tan^2 b} = \frac{1}{\tan^2 b} - \frac{1}{\tan^2 a} = \cot^2 b - \cot^2 a = \frac{1}{\sin^2 b} - \frac{1}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 a - \sin^2 b}{\sin^2 a \cdot \sin^2 b}$

Bài 6.17: a) $\frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 180^\circ - x - \cos^2 180^\circ - x = \tan^2 x + 1 - \tan^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x$

b) $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cot^2 x - \tan^2 x} - \cos^2 x = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{1}{\sin^2 x} - 1 - \frac{1}{\cos^2 x} + 1} - \cos^2 x = \cos^2 x \sin^2 x - \cos^2 x = -\cos^4 x$

c) $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\cos^2 x + \sin x (\sin x - \cos x)} = \frac{(\sin x + \cos x) \sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x}{\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x} = \sin x + \cos x$

d) Đặt $A = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}} + \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$ khi đó

$$A^2 = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} + \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} + 2\sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} \cdot \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}$$
$$= \frac{1 + \sin x^2 + 1 - \sin x^2}{1 - \sin x \cdot 1 + \sin x} + 2 = \frac{2 \cdot 1 + \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} + 2 = \frac{4}{\cos^2 x}$$

Suy ra $A = \frac{2}{|\cos x|}$.

e) $\sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \sin x} + \frac{1}{1 - \sin x}} = \sqrt{\frac{2}{1 - \cos^2 x}} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 - \sin^2 x}}$
 $= \frac{2}{\sqrt{\sin^2 x \cos^2 x}} = \frac{2}{\sin x |\cos x|}$

$$f) \left(\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\tan^2 x} - \frac{1}{\cot^2 x} \right) \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) = \left(\frac{1 - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x} \right) \cot^2 x - \tan^2 x$$
$$\frac{1 - \sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x} \cdot \cot^2 x - \tan^2 x = 2 \cot^2 x - \tan^2 x$$

Bài 6.18: a) $(\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - (\tan \alpha - \cot \alpha)^2 = 4$

b) $2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) = 2 \cdot 1 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x - 3 \cdot 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = -1$

c) $\cot^2 30^\circ (\sin^8 \alpha - \cos^8 \alpha) + 4 \cos 60^\circ (\cos^6 \alpha - \sin^6 \alpha) - \sin^6 (90^\circ - \alpha) \tan^2 \alpha - 1^3$
 $= 3 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 2 \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$
 $- \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha^3 = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha^3 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha^3 = 0$

d) $(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1)(\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2) = -2$

Bài 6.19: a) $A = 1$ b) $B = 1$

Bài 6.20: a) $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{4}{5}, \tan \alpha = \frac{3}{4}, \cot \alpha = \frac{4}{3}$

b) $0 < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \tan \alpha = 2, \cot \alpha = \frac{1}{2}$

c) Vì $\tan \alpha = 2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$

Ta có $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{1}{2^2 + 1} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Vì $\pi < \alpha < 2\pi \Rightarrow \sin \alpha < 0$ và $\tan \alpha = 2 > 0$ nên $\cos \alpha < 0$

Vì vậy $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$

Ta có $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{5}} \right) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

d) Vì $\tan \alpha, \cot \alpha$ cùng dấu và $\tan \alpha + \cot \alpha > 0$ nên $\tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$

Ta có $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{0,8^2} = \frac{25}{24} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{24} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2\sqrt{6}}$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2\sqrt{6}, \sin \alpha = \tan \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{6}} \cdot 0,8 = \frac{2}{5\sqrt{6}}$$

Bài 6.21: a) $A = \frac{19}{3}$

b) Từ giả thiết suy ra $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \cot \alpha = -2\sqrt{2} \Rightarrow B = \frac{26 - 2\sqrt{2}}{9}$

c) $C = \frac{2 \tan a + 3}{\tan a + 1} = \frac{7}{3}$

d) $\frac{D}{\sin^2 \alpha} = 2 \cot^2 a + 5 \cot a + \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \cot^2 a + 1 \quad D = 3 \cot^2 \alpha + 5 \cot \alpha + 1$

Suy ra $D = \frac{101}{26}$

Bài 6.22: a) $\tan^2 x + \cot^2 x = m^2 - 2$

b) Ta có $\tan^4 x + \cot^4 x = \tan^2 x + \cot^2 x - 2 = m^2 - 2 - 2 = m^4 - 4m^2 + 2$
 $\Rightarrow \frac{\tan^6 x + \cot^6 x}{\tan^4 x + \cot^4 x} = \frac{\tan^2 x + \cot^2 x}{m^4 - 4m^2 + 2} \cdot \frac{\tan^4 x + \cot^4 x - \tan^2 x \cot^2 x}{m^4 - 4m^2 + 2} = \frac{m^2 - 2}{m^4 - 4m^2 + 2} \cdot \frac{m^4 - 4m^2 + 1}{m^4 - 4m^2 + 2}$

Bài 6.23: $\sin \alpha + \cos \alpha = 1 + \frac{24}{25} \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$ (do $\cos \alpha > 0$)

Suy ra $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha = \sin \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{91}{125}$

Bài 6.24: a) 11 b) $\pm\sqrt{13}$ c) $\pm 33\sqrt{13}$

Bài 6.25: $A = \frac{7}{4}$