

## Đáp án chuyên đề: Đại cương về hàm số – Đại số 10

Bài 2.0: a) ĐKXĐ:  $\begin{cases} x \geq 1 \\ |x| \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Rightarrow \text{TXĐ: } D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

b) ĐKXĐ:  $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \Rightarrow \text{TXĐ: } D = (1; +\infty)$

c) ĐKXĐ:  $x^2 + x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0$  (đúng  $\forall x$ )  $\Rightarrow \text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$

e) ĐKXĐ:  $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq -2 \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 3 \end{cases} \Rightarrow \text{TXĐ: } D = [-1; +\infty) \setminus \{3\}$ .

f) TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Bài 2.1: a)  $D = [1; 2]$  b)  $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$  c)  $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$  d)  $D = [1; 6]$

e)  $D = (-3; +\infty)$  f) ĐKXĐ:  $\begin{cases} x^2 - 2x + 3 \geq 0 \\ x - 3\sqrt{x} + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + 2 \geq 0 \\ (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 4 \end{cases}$

Suy ra  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$

g) ĐKXĐ:  $\begin{cases} 1 - \sqrt{1+4x} > 0 \\ 1+4x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 1+4x \\ x \geq -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq x < 0 \Rightarrow D = \left[-\frac{1}{4}; 0\right)$

h) TXĐ:  $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

Bài 2.2: a) ĐKXĐ:  $x \neq m$

Hàm số xác định trên  $-1; 0 \Leftrightarrow m \notin -1; 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$

b) ĐKXĐ:  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq m \end{cases} (*)$

Nếu  $m > 0$  thì  $(*) \Leftrightarrow x \geq m \Rightarrow D = [m; +\infty)$  nên  $m > 0$  không thỏa mãn

Nếu  $m \leq 0$  thì  $(*) \Leftrightarrow x \geq 0 \Rightarrow D = [0; +\infty)$

Vậy  $m \leq 0$  là giá trị cần tìm.

Bài 2.3: a)  $m \geq 2$ , b)  $m \in [0; 1]$  c)  $m \in [1; 3]$

Bài 2.4: a) Hàm số lẻ b) Hàm số chẵn

c) TXĐ:  $D = [-1; 1]$  nên  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \sqrt{1-x} - \sqrt{1+x} = -f(x), \forall x \in D$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

d) TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có  $x = -1 \in D$  nhưng  $-x = 1 \notin D$

Do đó hàm số không chẵn và không lẻ

e) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Ta có  $f(1) = 2, f(-1) = 6$

Suy ra  $f(-1) \neq f(1), f(-1) \neq -f(1)$

Do đó hàm số không chẵn và không lẻ.

f) TXĐ:  $D = (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$  nên  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \frac{-x^3}{|-x|-1} = -\frac{x^3}{|x|-1} = -f(x), \forall x \in D$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

g) TXĐ:  $D = \mathbb{R} \Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

$$f(-x) = \frac{|-x-1| + |-x+1|}{|-2x-1| + |-2x+1|} = f(x), \forall x \in D$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số chẵn.

h) ĐKXĐ:  $|x-1| \neq |x+1| \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq x+1 \\ x-1 \neq -x+1 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 0$

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$$f(-x) = \frac{|-x+2| + |-x-2|}{|-x-1| - |-x+1|} = -f(x), \forall x \in D$$

Vậy hàm số đã cho là hàm số lẻ.

**Bài 2.5:**  $m = \frac{1}{2}$

**Bài 2.6:** a) Ta có hàm số  $y = f(x) + g(x)$  có tập xác định  $D$ . Do hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  lẻ nên

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$  và  $f(-x) = -f(x), g(-x) = -g(x)$  suy ra

$$y(-x) = f(-x) + g(-x) = -[f(x) + g(x)] = -y(x)$$

Suy ra hàm số  $y = f(x) + g(x)$  là hàm số lẻ.

b) Giả sử hàm số  $y = f(x)$  chẵn,  $y = g(x)$  lẻ

Khi đó hàm số  $y = f(x)g(x)$  có tập xác định là  $D$  nên  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Ta có  $y(-x) = f(-x)g(-x) = f(x)[-g(x)] = -f(x)g(x) = -y(x)$

Do đó hàm số  $y = f(x)g(x)$  lẻ.

**Bài 2.7:** a) Ta có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Đồ thị hàm số đã cho nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng khi và chỉ khi nó là hàm số lẻ

$$\Leftrightarrow f(-x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (-x)^3 - (m^2 - 9)(-x)^2 + (m+3)(-x) + m - 3$$

$$= -[x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m+3)x + m - 3], \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 9)x^2 - 2(m - 3) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 = 0 \\ m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

b) Ta có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

Đồ thị hàm số đã cho nhận trục tung làm trục đối xứng khi và chỉ khi nó là hàm số chẵn

$$\Leftrightarrow f(-x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (-x)^4 - (m^2 - 3m + 2)(-x)^3 + m^2 - 1 = x^4 - (m^2 - 3m + 2)x^3 + m^2 - 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 3m + 2)x^3 = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

**Bài 2.9:** a) Hàm số đồng biến trên  $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$  và nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$

b) Với mọi  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$  ta có

$$K = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2^2 + 4x_2 - 5) - (x_1^2 + 4x_1 - 5)}{x_2 - x_1} = x_1 + x_2 + 4$$

$$x_1, x_2 \in (-\infty; -2) \Rightarrow K < 0 \text{ suy ra hàm số nghịch biến trên } (-\infty; -2)$$

$$x_1, x_2 \in (-2; +\infty) \Rightarrow K > 0 \text{ suy ra hàm số đồng biến trên } (-2; +\infty)$$

c) Với mọi  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$  ta có

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{2}{x_2 - 2} - \frac{2}{x_1 - 2} = \frac{2(x_1 - x_2)}{(x_2 - 2)(x_1 - 2)} \Rightarrow K = -\frac{2}{(x_2 - 2)(x_1 - 2)}$$

$$\text{Với } x_1, x_2 \in -\infty; 2 \Rightarrow K < 0 \text{ do đó hàm số nghịch biến trên } -\infty; 2$$

$$\text{Với } x_1, x_2 \in 2; +\infty \Rightarrow K < 0 \text{ do đó hàm số nghịch biến trên } 2; +\infty$$

d) Với mọi  $x_1, x_2 \in (-\infty; 1), x_1 \neq x_2$  ta có

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{x_2}{x_2 - 1} - \frac{x_1}{x_1 - 1} = \frac{x_1 - x_2}{x_2 - 1} \cdot \frac{1}{x_1 - 1}$$

$$\text{Suy ra } \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{-1}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)} < 0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; -1)$ .

---

**Bài 2.10:** • Với mọi  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$  ta có

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(x_2^3 + x_2) - (x_1^3 + x_1)}{x_2 - x_1} = x_2^2 + x_1^2 + x_2x_1 + 1 > 0$$

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$

• Ta có  $x^3 - x = \sqrt[3]{2x+1} + 1 \Leftrightarrow x^3 + x = 2x + 1 + \sqrt[3]{2x+1}$

Đặt  $\sqrt[3]{2x+1} = y$ , phương trình trở thành  $x^3 + x = y^3 + y$

Do hàm số  $f(x) = x^3 + x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nên

$$x = y \Rightarrow \sqrt[3]{2x+1} = x \Leftrightarrow x^3 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

**Bài 2.11:** a) Với mọi  $x_1, x_2 \in [1; +\infty)$ ,  $x_1 \neq x_2$  ta có

$$\begin{aligned} f(x_2) - f(x_1) &= \sqrt{x_2 - 1} + x_2^2 - 2x_2 - \sqrt{x_1 - 1} + x_1^2 - 2x_1 \\ &= \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{x_2 - 1} + \sqrt{x_1 - 1}} + (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 - 2) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{1}{\sqrt{x_2 - 1} + \sqrt{x_1 - 1}} + x_2 + x_1 - 2 > 0$$

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên  $[1; +\infty)$

b) Hàm số đã cho đồng biến trên  $[1; +\infty)$  nên nó đồng biến trên  $[2; 5]$

$$\text{Vậy } \max_{[2;5]} y = y(5) = 17 \Leftrightarrow x = 5, \min_{[2;5]} y = y(2) = 1 \Leftrightarrow x = 2$$

**Bài 2.12:** a)  $f(0) = 5 \Leftrightarrow m + 1 = 5 \Leftrightarrow m = 4$

b) Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  đi qua điểm  $A(1; 0)$  khi và chỉ khi

$$0 = -3 + m^2 + m + 1 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

**Bài 2.13:** a) Ta có  $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1)$

$$\Leftrightarrow m^2(x-2) + m(2x^2 - 4x) + x^3 - 2x^2 + x - 2 - y = 0$$

Tọa độ điểm cố định mà họ đồ thị luôn đi qua là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x-2=0 \\ 2x^2-4x=0 \\ x^3-2x^2+x-2-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm là  $A(2;0)$ .

b) Điểm cố định là  $A(-4;3)$ ,  $B(0;1)$

**Bài 2.14:** Điểm  $M(1;0)$  thuộc đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi

$$f(1)=0 \Leftrightarrow 0=2+(m-1)+(m^2-1)+2(m^2-3m+2)-3$$

$$\Leftrightarrow 3m^2-5m+1=0 \Leftrightarrow m=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$$

Vậy  $m=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$  là giá trị cần tìm.

**Bài 2.15:** a) Ta tịnh tiến đồ thị hàm số  $y=-x^2+2$  sang trái 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số  $y=-(x+2)^2+2$

rồi tịnh tiến lên trên  $\frac{1}{2}$  đơn vị ta được đồ thị hàm số  $y=-(x+2)^2+2+\frac{1}{2}$ .

b) Ta có  $x^3+3x^2+3x+6=(x+1)^2+5$

Do đó tịnh tiến đồ thị hàm số  $y=x^3$  để được đồ thị hàm số  $y=x^3+3x^2+3x+6$  ta làm như sau

Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số  $y=x^3$  đi sang bên trái 1 đơn vị và lên trên đi 5 đơn vị.