

Chuyên đề 2

4.1

- a) Có
- b) không

4.2 a) $m > \frac{4}{3}$

b) $m \geq -16$

4.3 a) $x < 13$

b) $x \geq \frac{1}{12}$

4.4 Với mọi $-6 \leq x \leq 8$ ta có:

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x-8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (x+6)(8-x) \geq 0$$

Vậy không có giá trị nào của x thỏa mãn $(x+6)(8-x) < 0$ (đpcm)

4.5

- a) $x < -2$ hoặc $x \geq -1$
- b) $-1 < x < 1$ hoặc $5 < x < 9$

4.6

$$2x+1 > 3x-4 \Leftrightarrow x < 5$$

$$(x-1)^2 \leq (2x-3)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{4}{3} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Suy ra hai bất phương trình có vô số nghiệm chung thỏa mãn $x \leq \frac{4}{3}$ hoặc $2 \leq x < 5$

4.7 Ta có: $\frac{x+12}{2000} + \frac{x+15}{1997} > \frac{x+34}{1978} + \frac{x+26}{1986}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+12}{2000}+1\right)+\left(\frac{x+15}{1997}+1\right)>\left(\frac{x+34}{1978}+1\right)+\left(\frac{x+26}{1986}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow (x+2012)\left(\frac{1}{2000}+\frac{1}{1997}-\frac{1}{1978}-\frac{1}{1986}\right)>0$$

$$\Leftrightarrow x+2012 < 0$$

$$\Leftrightarrow x < -2012$$

4.8

a) $mx+4 \geq 2x+m^2 \Leftrightarrow (m-2)x \geq (m-2)(m+2)$ (1)

+ Nếu $m = 2$ (1) trở thành $0x \geq 0$, nghiệm đúng với mọi x thuộc \mathbb{R}

+ Nếu $m > 2$ thì (1) $\Leftrightarrow x \geq m+2$

+ Nếu $m < 2$ thì (1) $\Leftrightarrow x \leq m+2$

b) $(m+4)x < m^2+2m-8 \Leftrightarrow (m+4)x < (m+4)(m-2)$ (2)

+ Nếu $m = -4$ thì (2) trở thành $0x < 0$, vô nghiệm.

+ Nếu $m > -4$ thì (2) $\Leftrightarrow x < m-2$

+ Nếu $m < -4$ thì (2) $\Leftrightarrow x > m-2$

4.9 a) $m^2x \geq 9x+m^2+3m \Leftrightarrow (m-3)(m+3) \geq m(m+3)$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} (m-3)(m+3) = 0 \\ m(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$$

b) $m^3(x+2) \leq m^2(x-1) \Leftrightarrow m^2(m-1) \leq -m^2(2m+1)$

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} m^2(m-1) = 0 \\ -m^2(2m+1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

4.10 Ta có : $(m^2+m+1)x+3m \geq (m^2+2)x+5m-1 \Leftrightarrow (m-1)x \geq 2m-1$

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} m-1=0 \\ 2m-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=1$$

4.11 Ta có: $\frac{x+3}{m} + m > x + 4 (m \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-m)x + m^2 - 4m + 3}{m} > 0 \Leftrightarrow \frac{(1-m)x + (m-1)(m-3)}{m} > 0$$

+ Nếu $m = 1$ thì bất phương trình trở thành $0x > 0$ vô nghiệm

+ Nếu $m > 1$ thì bất phương trình trở thành: $-x + (m-3) > 0 \Leftrightarrow x < m-3$

+ Nếu $0 < m < 1$ thì bất phương trình trở thành: $x(m-3) > 0 \Leftrightarrow x > m-3$

+ Nếu $m < 0$ thì bất phương trình trở thành: $x - (m-3) < 0 \Leftrightarrow x < m-3$

4.12 Bất phương trình: $x - 7 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 7$ (1)

Xét bất phương trình $mx \geq m + 1$ (2)

+ Nếu $m = 0$ thì (2) trở thành $0x \geq 1$ vô nghiệm \Rightarrow loại

+ Nếu $m < 0$ thì (2) $\Leftrightarrow x \leq \frac{m+1}{m}$. Khi đó (1) và (2) có vô số nghiệm chung \Rightarrow loại

+ Nếu $m > 0$ thì (2) $\Leftrightarrow x \geq \frac{m+1}{m}$. Khi đó (1) và (2) có đúng một nghiệm chung thì

$$\frac{m+1}{m} = 7 \Rightarrow m = \frac{1}{6} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy điều kiện cần tìm của m là $m = \frac{1}{6}$

4.13 Ta có: $\frac{8}{x-1} > 1 \Leftrightarrow \frac{8}{x-1} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{9-x}{x} > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 9$ (1)

Mặt khác: $x \geq 3 - mx \Leftrightarrow (m+1)x \geq 3$ (2)

+ Nếu $m = -1$ thì (2) vô nghiệm \Rightarrow thỏa mãn

+Nếu $m > -1$ thì (2) $\Leftrightarrow x \geq \frac{3}{m+1}$ khi đó đề (1) và (2) không có nghiệm chung thì

$$\frac{3}{m+1} \geq 9 \Leftrightarrow \frac{1}{m+3} \geq 3 \Rightarrow m \leq \frac{-2}{3}$$

Kết hợp với $m > -1$ ta có : $-1 < m \leq \frac{-2}{3}$

+Nếu $m < -1$ thì (2) $\Leftrightarrow x \leq \frac{3}{m+1}$ khi đó đề (1) và (2) không có nghiệm chung thì

$$\frac{3}{m+1} \leq 0 \Leftrightarrow m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$$

Kết hợp các trường hợp ta có điều kiện cần tìm của m là $m \leq \frac{-2}{3}$

4.14 Bất phương trình $(m-1)x - m + 3 > 0 \Leftrightarrow (m-1)x > m-3$ (1)

Bất phương trình $(m+1)x - m + 2 > 0 \Leftrightarrow (m+1)x > m-2$ (2)