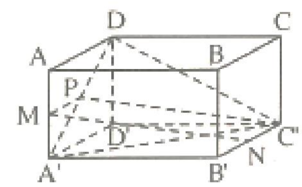
Chuyên đề 1
HÌNH LĂNG TRỤ ĐỨNG

4.1. (H.4.15)

Gọi P là trung điểm của A'D thì $MP \parallel AD, MP = \frac{1}{2}AD$

Suy ra $MP \parallel NC'$ và $MP = NC'$ do đó MPC'N là hình bình hành

Nên $MN \parallel PC'$ hay $MN \parallel mp\left(A'C'D\right)$



Hình 4.15

4.2. Gọi O là tâm của hình vuông ABB'A'; O' là tâm của hình vuông DCC'D'. giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(BCD'A'\right)$ và $\left(ADC'B'\right)$ là OO'

4.3.

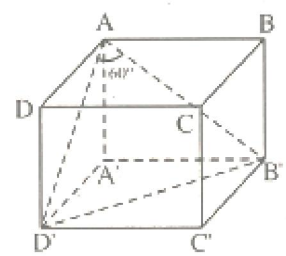
Ta có $AB' = AD'; B'AD' = 60^0$ nên $\Delta AB'D'$ đều. mà

$B'D'^2 = 2A'B'^2$

$AB'^2 = AB^2 + BB'^2; B'D' = AB'$ suy ra $BB' = AB$

Do đó hình hộp đã cho là hình lập phương.

Vậy $S_{tp} = 6h^2$



Hình 4.16

4.4.

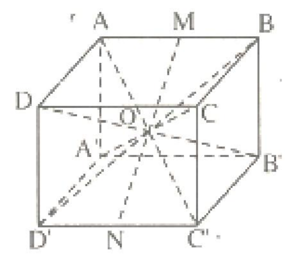
Ta có $AM \parallel C'N; AM = C'N$ nên AMC'N là hình bình hành, suy ra AC' và MN cắt nhau tại trung điểm O.

Tương tự MBND’ là hình bình hành nên BD’ và MN cắt nhau tại trung điểm O. ADC’B’ là hình bình hành nên AC’ và DB’ cắt nhau tại trung điểm O.

BCD’A’là hình bình hành nên BD’ và CA’ cắt nhau tại trung điểm O.

ADC’B’ là hình bình hành nên AC’ và DB’ cắt nhau tại trung điểm O.

Từ các kết quả trên suy ra các đường thẳng AC’;BD;CA’;DB’;MN đồng quy tại trung điểm O của mỗi đoạn.



Hình 4.17

4.5. Gọi a; b; c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật ta có $a+b+c=24\,vaf\,2ab+2ac+2bc=376$

$$(a+b+c)^2=24^2 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=576 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=200$$

$$\Rightarrow d^2=200 \Rightarrow d=10\sqrt{2}\,(cm)$$

4.6. Ta có: $\dfrac{AB}{3}=\dfrac{AD}{4}=\dfrac{\text{AA'}}{5}=k \Rightarrow AB=3k; AD=4k; \text{AA'=5k}$

Áp dụng định lí Pyta go ta có : $AB^2+AD^2=AC^2 \Leftrightarrow 25k^2=25 => k=1$

Vậy $AB=3(cm); AD=4(cm); \text{AA'}=5(cm)$

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật $S_{xq}=2(3+4)5=70(cm^2)$

4.7. Theo đề bài ta có MN là đường trung bình của tam giác BB’C’ nên $MN \parallel BC' \Rightarrow MN \parallel mp(BA'C')$

4.8. a)

Ta có : $OO' \parallel BB' \parallel CC'$. vì $BB' \perp mp(A'B'C'D')$

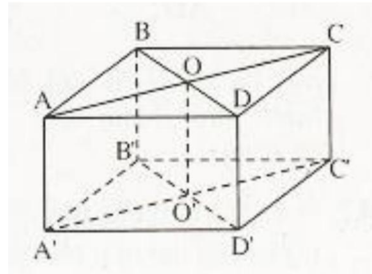
nên $OO' \perp mp(A'B'C'D')$

b) vì A'B'C'D' là hình thoi nên $A'C' \perp B'D'$ (1)

$DD' \perp mp(A'B'C'D')$ nên $DD' \perp A'C'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'C' \perp mp(BB'D'D)$

Vậy $mp(AA'C'C) \perp mp(BB'D'D)$



Hình 4.18

4.9. Ta có BMC'N là hình bình hành nên : $MC' \parallel BN \Rightarrow MC' \parallel mp(BA'N)$ (1)

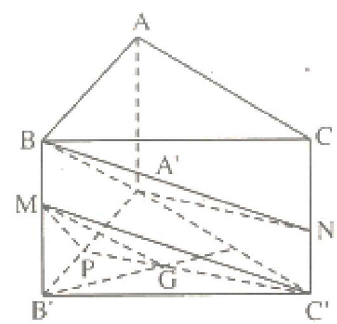
Gọi P là trung điểm của A'B'. Khi đó

$MP \parallel mp(BA'N)$ (2)

Ta có : $MC' \subset mp(MC'G); MP \subset mp(MC'E)$

Kết hợp (1) với (2) suy ra

$mp(MPC') \parallel mp(BA'N)$ hay $mp(BA'N) \parallel mp(MC'G)$



Hình 4.19

4.10. Vì 82 : 10 = 8,2 nên theo chiều dài đáy thì ta có thể xếp được 8 hình hộp nhỏ. Vì $70:10=7$ nên theo chiều rộng đáy ta có thể xếp được 7 hình hộp nhỏ. Vậy số hộp có thể xếp được là : $8.7=56$ hộp.

Thể tích của hộp lớn $V=82.70.60=344400(cm^3)$

Thể tích của hộp nhỏ là : $v=10.10.59=5900(cm^3)$

Thể tích 56 hình hộp nhỏ : $V'=56.5900=330400(cm^3)$

Thể tích hộp không sử dụng : $V-V'=14000(cm^3)$

4.11. Gọi số cạnh đáy của lăng trụ là n $(n \in N; n \geq 3)$. Số mặt là n + 2; số đỉnh là 2n; số cạnh là 3n. Ta luôn có : số mặt + số đỉnh – số cạnh =2.

Mà số mặt + số đỉnh + số cạnh = 26. Suy ra số cạnh của lăng trụ là :

$3n = \frac{26-2}{2} = 12 \Rightarrow n = 4$

Vậy lăng trụ có đáy hình vuông $S_{xq} = 2ph \Rightarrow 2p = \frac{S_{xq}}{h} = \frac{200}{10} = 20(cm)$

Độ dài cạnh đáy là : 20 : 4 =5 cm

Thể tích của lăng trụ là : $V = S.h = 5^2.10 = 250(cm^3)$

4.12.

Ta có : $AC^2 = d^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$;

$S_{tp} = 2(AB.AD + AB.AA' + AA'.AD)$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

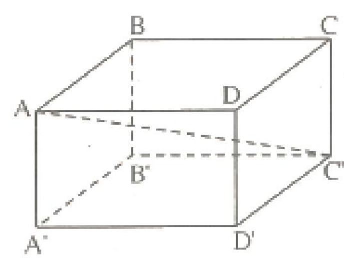
$AB^2 + AD^2 \geq 2AB.AD; AB^2 + AA'^2 \geq 2AB.AA'$

$AA'^2 + AD^2 \geq 2AA'.AD$

$\Rightarrow 2(AB^2 + AD^2 + AA'^2) \geq 2(AB.AD + AB.AA' + AA'.AD)$

$\Leftrightarrow 2AC'^2 \geq 2(AB.AD + AB.AA' + AA'.AD)$

$\Leftrightarrow 2d^2 \geq S_{tp}$



Hình 4.20

Suy ra diện tích toàn phần của hình hộp lớn nhất bằng $2d^2$ khi

$AB = AA' = AD \Leftrightarrow ADCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương.

Vậy trong các hình hộp chữ nhật có cùng đường chéo bằng d thì hình lập phương có diện tích toàn phần lớn nhất bằng $2d^2$