

CHUYÊN ĐỀ SO SÁNH PHÂN SỐ TRONG BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

Kiến thức phân số được đưa vào dạy ở Tiểu học bắt đầu từ lớp 4. Nội dung so sánh phân số học sinh lớp 4 và lớp 5 được học chủ yếu thông qua so sánh phân số có cùng mẫu số và khác mẫu số; dạng bài tập so sánh phân số có cùng tử số được giới thiệu ở tiết Luyện tập.

Nhưng trên thực tế khi so sánh các phân số với nhau, ta có nhiều cách so sánh, trong đó có những cách so sánh phân số nhanh gọn mà không cần quy đồng mẫu số hoặc quy đồng tử số.

Sau đây hoc360.net xin giới thiệu cùng bạn đọc cách nhận diện dạng toán so sánh phân số và cách trình bày lời giải của những bài toán so sánh phân số không sử dụng trực tiếp quy đồng mẫu số và quy đồng tử số các phân số.

PHẦN I: SO SÁNH PHÂN SỐ BẰNG “PHẦN BÙ CỦA ĐƠN VỊ”

I. MỘT SỐ VÍ DỤ

1. Ví dụ 1: So sánh phân số sau bằng cách nhanh nhất:

$$\frac{2012}{2013} \text{ và } \frac{2013}{2014}$$

* **Cách nhận diện:** Phát hiện và chỉ ra điểm chung giữa tử và mẫu của hai phân số (dạng phân số < 1 , có Hiệu giữa MS và TS của 2 phân số bằng nhau).

+) $2012 < 2013$; $2013 < 2014$.

+) $2013 - 2012 = 1$ (hiệu 1); $2014 - 2013 = 1$ (hiệu 2) \Rightarrow Hiệu 1 = Hiệu 2.

* **Cách trình bày bài:**

+) Bước 1: Tìm “phần bù của đơn vị”.

$$\text{Ta có: } 1 - \frac{2012}{2013} = \frac{1}{2013}; \quad 1 - \frac{2013}{2014} = \frac{1}{2014}.$$

+) Bước 2: So sánh 2 “phần bù” vừa tìm được, kết luận hai phân số đã cho.

$$\text{Vì } \frac{1}{2013} > \frac{1}{2014} \text{ nên } \frac{2012}{2013} < \frac{2013}{2014}.$$

2. Ví dụ 2: So sánh phân số sau bằng cách hợp lí nhất:

$$\frac{1006}{1007} \text{ và } \frac{2013}{2015}$$

* **Cách nhận diện:** Phát hiện và chỉ ra điểm chung giữa tử và mẫu của hai phân số (dạng phân số < 1 , có hiệu giữa MS và TS của PS này chia hết cho hiệu giữa MS và TS của PS kia).

+) $1006 < 1007$; $2013 < 2015$;

+) $1007 - 1006 = 1$ (H 1); $2015 - 2013 = 2$ (H 2).

$\Rightarrow H 2 = 2$ lần H 1 (vì $2 : 1 = 2$).

Để thực hiện được cách so sánh như *ví dụ 1* thì ta phải có thêm một bước phụ: Biến đổi phân số sao cho “H1” bằng nhau “H2”.

* **Cách trình bày bài:**

+) Bước 1: Biến đổi phân số để có “H 1” bằng “H 2”.

Ta thấy: $\frac{1006}{1007} = \frac{1006 \times 2}{1007 \times 2} = \frac{2012}{2014}$.

+) Bước 2: Tìm “phần bù” của hai phân số có “H 1” bằng “H 2”.

Ta có: $1 - \frac{2012}{2014} = \frac{2}{2014}$; $1 - \frac{2013}{2015} = \frac{2}{2015}$.

+) Bước 3: So sánh hai “phần bù” vừa tìm được, kết luận 2 phân số đã cho.

Vì $\frac{2}{2014} > \frac{2}{2015}$ nên $\frac{2012}{2014} < \frac{2013}{2015}$ hay $\frac{1006}{1007} < \frac{2013}{2015}$

Hoặc có thể trình bày theo cách sau đây:

+) Bước 1: Tìm “phần bù” của hai phân số sao cho chúng có tử số bằng nhau.

Ta có: $1 - \frac{1006}{1007} = \frac{1}{1007} = \frac{2}{2014}$; $1 - \frac{2013}{2015} = \frac{2}{2015}$.

+) Bước 2: So sánh hai “phần bù” vừa tìm được, kết luận 2 phân số đã cho.

Vì $\frac{2}{2014} > \frac{2}{2015}$ nên $\frac{1006}{1007} < \frac{2013}{2015}$.

3. Ví dụ 3: So sánh các phân số sau bằng cách thuận tiện nhất:

$$\frac{64}{73} \text{ và } \frac{45}{51}$$

* **Cách nhận diện:** Phát hiện và chỉ ra điểm chung giữa tử và mẫu của hai phân số (dạng phân số < 1 , có hiệu giữa MS và TS của PS này và hiệu giữa MS và TS của PS kia lập thành tỉ số dạng $\frac{x}{y}$).

+) $64 < 73$; $45 < 51$.

+) $73 - 64 = 9$ (H1); $51 - 45 = 6$ (H2).

+) $\frac{H1}{H2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

Để thực hiện được cách so sánh như ví dụ 1 thì ta phải có thêm một bước phụ: *Biến đổi phân số đã cho sao cho "H1" bằng nhau "H2"*.

* **Cách trình bày bài:**

+) *Bước 1: Biến đổi phân số đã cho để có "H1" bằng "H2"*.

Ta thấy: $\frac{64}{73} = \frac{64 \times 2}{73 \times 2} = \frac{128}{146}$; $\frac{45}{51} = \frac{45 \times 3}{51 \times 3} = \frac{135}{153}$.

+) *Bước 2: Tìm "phần bù" của hai phân số có "H1" bằng "H2"*.

Ta có: $1 - \frac{128}{146} = \frac{18}{146}$; $1 - \frac{135}{153} = \frac{18}{153}$.

+) *Bước 3: So sánh hai "phần bù" vừa tìm được, kết luận 2 phân số đã cho.*

Vì $\frac{18}{143} > \frac{18}{153}$ nên $\frac{128}{146} < \frac{135}{153}$ hay $\frac{64}{73} < \frac{45}{51}$.

4. Ví dụ 4: So sánh các phân số sau bằng cách hợp lí nhất:

$$\frac{2323}{2424} \text{ và } \frac{20132013}{20142014}$$

* **Cách nhận diện:** Phát hiện và chỉ ra điểm chung giữa tử và mẫu của hai phân số (dạng phân số < 1 , nhưng TS và MS của 2 phân số có dạng lặp lại nhóm chữ số giống nhau).

+) $2323 < 2424$; $20132013 < 20142014$.

+) Số 2323 có 2 nhóm chữ số 23; số 2424 có 2 nhóm chữ số 24; số 20132013 có 2 nhóm chữ số 2013 và số 20142014 có 2 nhóm chữ số 2014.

Để thực hiện được cách so sánh như ví dụ 1, ví dụ 2, ví dụ 3 nêu trên thì ta phải có thêm một bước phụ: *Biến đổi về 2 phân số mới sao cho hiệu của MS và TS của PS thứ nhất bằng hiệu của MS và TS của PS thứ hai bằng cách rút gọn các phân số.*

*** Cách trình bày bài:**

+) *Bước 1: Biến đổi hai phân số đã cho về hai phân số mới.*

$$\text{Ta thấy: } \frac{2323}{2424} = \frac{23 \times 101}{24 \times 101} = \frac{23}{24}, \quad \frac{20132013}{20142014} = \frac{2013 \times 10001}{2014 \times 10001} = \frac{2013}{2014}.$$

+) *Bước 2: Tìm “phần bù” của hai phân số có “H1” bằng “H2”.*

$$\text{Ta có: } 1 - \frac{23}{24} = \frac{1}{24}; \quad 1 - \frac{2013}{2014} = \frac{1}{2014}.$$

+) *Bước 3: So sánh hai “phần bù” vừa tìm được, kết luận 2 phân số đã cho.*

$$\text{Vì } \frac{1}{24} > \frac{1}{2014} \text{ nên } \frac{23}{24} < \frac{2013}{2014} \text{ hay } \frac{2323}{2424} < \frac{20132013}{20142014}.$$

II. CÁCH NHẬN XÉT, NHẬN DIỆN DẠNG TOÁN VÀ CÁC BƯỚC GIẢI

1. Ví dụ 1:

*** Đặc điểm của bài toán**

+) *Tử số (TS) < Mẫu số (MS);*

+) *MS1 - TS1 = MS2 - TS2.*

*** Các bước giải**

+) *Bước 1: Tìm “phần bù của đơn vị” của 2 phân số đã cho.*

+) *Bước 2: So sánh 2 “phần bù” vừa tìm được, kết luận 2 phân số đã cho.*

2. Ví dụ 2:

*** Đặc điểm của bài toán**

+) *TS < MS;*

+) *MS1 - TS1 = n x (MS2 - TS2) (Trường hợp 1) hoặc MS2 - TS2 = n x (MS1 - TS1) (Trường hợp 2).*

*** Các bước giải**

+) Bước 1: Nhân cả TS và MS của phân số thứ 2 với n trong trường hợp 1; hoặc nhân cả TS và MS của phân số thứ 1 với n trong trường hợp 2.

+) Bước 2: Tìm phần bù của 2 phân số đã có “H1” bằng “H2”.

+) Bước 3: So sánh hai “phần bù” vừa tìm được, kết luận 2 phân số ban đầu (theo cấu trúc: Vì.....nên.....hay.....).

3. Ví dụ 3:

*** Đặc điểm của bài toán**

+) $TS < MS$;

+) $MS_1 - TS_1 = x$; $MS_2 - TS_2 = y$; $\frac{x}{y} = \frac{m}{n}$ (với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản).

*** Các bước giải**

+) Bước 1: Nhân cả TS và MS của phân số thứ nhất với n; nhân cả TS và MS của phân số thứ 2 với m.

+) Bước 2: Tìm “phần bù” của hai phân số mới.

+) Bước 3: So sánh 2 “phần bù” vừa tìm được, kết luận 2 phân số ban đầu (theo cấu trúc: Vì.....nên.....hay.....).

4. Ví dụ 4:

*** Đặc điểm của bài toán**

+) $TS < MS$;

+) Cả TS và MS của 2 phân số đều có dạng lặp lại nhóm chữ số giống nhau; khi rút gọn các phân số đó ta được các phân số mới mà hiệu giữa MS và TS của hai phân số bằng nhau hoặc có mối quan hệ với nhau về tỉ số.

*** Các bước giải**

+) Bước 1: Sử dụng tính chất rút gọn phân số để có phân số tối giản. Sau đó nhận xét đặc điểm của 2 phân số mới tìm được xem chúng có đặc điểm của ví dụ 1, ví dụ 2 hay ví dụ 3 nêu trên.

+) Bước 2: Tìm “phần bù” của hai phân số mới.

+) Bước 3: So sánh 2 “phần bù” vừa tìm được, kết luận 2 phân số ban đầu (theo cấu trúc: Vì.....nên.....hay.....).

Tóm lại: Ta có thể sử dụng cách so sánh bằng “phần bù của đơn vị” trong các trường hợp sau:

- Nếu các phân số có đặc điểm là TS bé hơn MS và hiệu giữa MS và TS của các phân số bằng nhau hoặc hiệu giữa MS và TS của các phân số có mối quan hệ với nhau về tỉ số.

- Nếu các phân số có TS bé hơn MS và có đặc điểm lặp lại các nhóm chữ số giống nhau thì ta sử dụng tính chất rút gọn phân số để có phân số tối giản.

Quy tắc: Khi so sánh hai phân số, phân số nào có “phần bù” lớn hơn thì **bé hơn**; phân số nào có “phần bù” bé hơn thì **lớn hơn**.

Chú ý: TS bé hơn MS là **điều kiện cần**; Hiệu giữa MS và TS của các phân số là **điều kiện đủ** để từ đó chúng ta định hướng cho học sinh cách giải phù hợp cho từng bài tập cụ thể.

III. Một số bài tập vận dụng

Bài 1: So sánh các phân số sau bằng cách nhanh nhất:

a) $\frac{19}{24}$ và $\frac{34}{39}$

b) $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{5}$ và $\frac{5}{7}$

c) $\frac{a+1}{a+2}$ và $\frac{a+2}{a+3}$

Bài 2: So sánh bằng cách hợp lí nhất:

a) $\frac{201}{205}$ và $\frac{2013}{2015}$

b) $\frac{133}{135}$ với $\frac{1313}{1515}$

Bài 3: So sánh bằng cách thuận tiện nhất:

a) $\frac{103}{105}$ và $\frac{205}{208}$

b) $\frac{1995}{1999}$ và $\frac{2009}{2015}$

c) $\frac{1111}{1212}$ và $\frac{141414}{151515}$

Trên đây là phần I của chuyên đề so sánh phân số. Xin mời các độc giả đón đọc các phần tiếp theo. Rất mong nhận được những ý kiến đóng góp và chia sẻ từ phía các độc giả.