

**Chuyên đề nâng cao 2**  
**ĐỊNH LÝ MÊ-NÊ-LA-UÝT, ĐỊNH LÝ XÊ- VA**

**A.KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

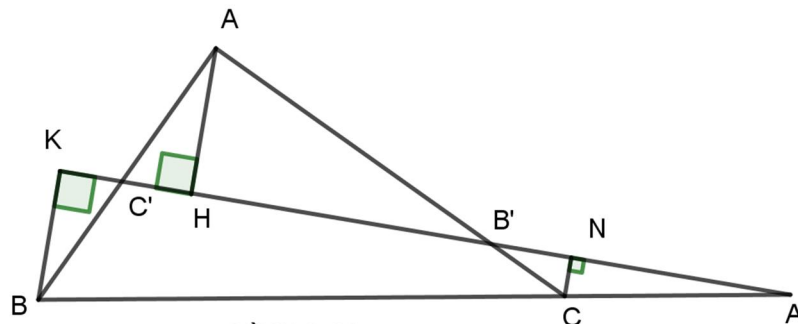
**Bài toán 1.** Cho tam giác ABC, một đường thẳng d không đi qua các đỉnh tam giác, cắt các đường thẳng BC, AC, AB theo thứ tự ở A', B', C'. Chứng minh rằng  $\frac{B'A}{B'C} \cdot \frac{A'C}{A'B} \cdot \frac{C'B}{C'A} = 1$

**Giải**

Kẻ AH, BK, CN cùng vuông góc với đường thẳng d. Suy ra  $AH \parallel BK \parallel CN$ .

Theo định lý Ta-lét ta có  $\frac{B'A}{B'C} = \frac{AH}{CN}$ ;  $\frac{A'C}{A'B} = \frac{CN}{BK}$ ;  $\frac{C'B}{C'A} = \frac{BK}{AH}$

Do đó  $\frac{B'A}{B'C} \cdot \frac{A'C}{A'B} \cdot \frac{C'B}{C'A} = \frac{AH}{CN} \cdot \frac{CN}{BK} \cdot \frac{BK}{AH} = 1$



HÌNH 3.44.

**Chú ý :**

Đảo lại ta cũng có : “ nếu các điểm A', B', C' theo thứ tự thuộc các đường thẳng BC, AC, AB sao cho trong ba điểm A', B', C' có đúng một điểm, hoặc cả ba điểm nằm ngoài tam giác

ABC và thỏa mãn  $\frac{B'A}{B'C} \cdot \frac{A'C}{A'B} \cdot \frac{C'B}{C'A} = 1$  thì cả ba điểm A', B', C' thẳng hàng.

Các định lý thuận và đảo trên mang tên Mê-nê-la-uyt ( Ménélaus)

**Bài toán 2:** Cho tam giác ABC. Các điểm A', B', C' theo thứ tự thuộc các cạnh BC, AC, AB sao cho AA', BB', CC' đồng quy ở O. chứng minh rằng  $\frac{B'A}{B'C} \cdot \frac{A'C}{A'B} \cdot \frac{C'B}{C'A} = 1$

**Giải**

Qua A vẽ đường thẳng song song với BC, cắt CC', BB' thứ tự ở M, N

Theo định lí Ta-lét ta có

$$\frac{B'A}{B'C} = \frac{AN}{BC} \quad (1)$$

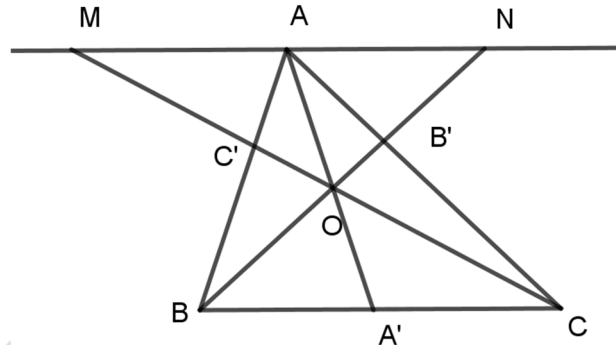
$$\frac{C'B}{C'A} = \frac{BC}{AM} \quad (2)$$

Cũng theo định lí Ta-lét:

$$\frac{CA'}{MA} = \frac{OA'}{OA} = \frac{A'B}{AN} \text{ nên } \frac{CA'}{A'B} = \frac{MA}{AN} \quad (3)$$

Nhân các đẳng thức (1), (2), (3) theo từng vế ta được :

$$\frac{B'A}{B'C} \cdot \frac{A'C}{A'B} \cdot \frac{C'B}{C'A} = \frac{AN}{BC} \cdot \frac{MA}{AN} \cdot \frac{BC}{AM} = 1$$



HÌNH 3.45

**Chú ý :**

Đảo lại ta cũng có : “ nếu các điểm A', B', C' theo thứ tự thuộc các đường thẳng BC, AC,

AB của tam giác ABC sao cho  $\frac{B'A}{B'C} \cdot \frac{A'C}{A'B} \cdot \frac{C'B}{C'A} = 1$  thì các đường thẳng AA', BB', CC'

đồng quy.”

Hoặc : “ Nếu các điểm A', B', C' theo thứ tự thuộc các đường thẳng BC, AC, AB chứa các cạnh của tam giác ABC sao cho trong ba điểm A', B', C' có đúng hai điểm nằm ngoài tam

giác ABC và thỏa mãn  $\frac{B'A}{B'C} \cdot \frac{A'C}{A'B} \cdot \frac{C'B}{C'A} = 1$  thì các đường thẳng AA', BB', CC' hoặc đồng

quy hoặc song song với nhau.”

Các định lí thuận và đảo trên mang tên **Xêva( Ceva)**