

Đáp án chuyên đề:

Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn - Đại số 10

Bài 4.66: a) $m(x - m) \leq x - 1 \Leftrightarrow (m - 1)x \leq m^2 - 1$

Nếu: $m=1$ thì $0x \leq 2$ (đúng). Tập nghiệm: $S=\mathbb{R}$.

Nếu: $m>1$ thì $x \leq m+1$. Tập nghiệm: $S= -\infty; m+1]$.

Nếu: $m<1$ thì $x \geq m+1$. Tập nghiệm: $S=[m+1; +\infty$.

b) $3x + m^2 \geq m(x + 3) \Leftrightarrow (m - 3)x \leq m^2 - 3m$.

Nếu: $m=3$ thì bất phương trình $0x \leq 0$: nghiệm với mọi x .

Nếu: $m>3$ thì bất phương trình có nghiệm $x \leq m$.

Nếu: $m<3$ thì bất phương trình có nghiệm $x \geq m$.

Bài 4.67: a) Bất phương trình tương đương với $m - 1 \cdot x \leq 2 - m$

Rõ ràng nếu $m \neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x \leq 1$ suy ra bất phương trình nghiệm đúng với mọi x .

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Bất phương trình tương đương với $m^2 - 9 \cdot x \geq m^2 + 3m$

Để dàng thấy nếu $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

Với $m = 3$ bất phương trình trở thành $0x > 18$ suy ra bất phương trình vô nghiệm

Với $m = -3$ bất phương trình trở thành $0x \geq 0$ suy ra bất phương trình nghiệm đúng với mọi x .

Vậy giá trị cần tìm là $m = -3$.

Bài 4.68: a) Ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên $[0;1]$ là một đoạn thẳng AB với $A(0; -3m+2)$ và $B(1; -m+3)$ nên phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên

$[0;1] \Leftrightarrow$ đoạn thẳng AB có điểm chung với trục hoành \Leftrightarrow các điểm đầu mút A, B nằm về hai phía của Ox (có thể nằm trên Ox). Điều này có nghĩa là

$$f(0) \cdot f(1) \leq 0 \Leftrightarrow (-3m+2)(-m+3) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq m \leq 3.$$

b) Ta có $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [-1; 2] \Leftrightarrow$ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ nằm trên $Ox \Leftrightarrow$ hai đầu mút của đoạn thẳng đó đều nằm trên Ox

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-1) \geq 0 \\ f(2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5m+1 \geq 0 \\ m+4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq \frac{1}{5}.$$

Bài 4.69: Bất phương trình tương đương với $2m - 2 \cdot x \geq m + 1$

Với $m=1$ thì bất phương trình vô nghiệm do đó không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Với $m > 1$ bất phương trình tương đương với $x \geq \frac{m+1}{2m-2}$

Do đó để bất phương trình có tập nghiệm là $[1; +\infty)$ thì $\frac{m+1}{2m-2} = 1 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn)

Với $m < 1$ bất phương trình tương đương với $x \leq \frac{m+1}{2m-2}$ suy ra $m < 1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Bài 4.70: * Với $m = 2$ bất phương trình $2 - m x + 2m + 4 \geq 0$ (1) trở thành $0.x + 8 \geq 0$ (nghiệm đúng với mọi x), bất phương trình $m + 1 x + m^2 - 4 \geq 0$ (2) trở thành $3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$ do đó hai bất phương trình không tương đương.

* Với $m = -1$ bất phương trình (1) trở thành $3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}$, bất phương trình (2) trở thành $0.x - 3 \geq 0$ (vô nghiệm) do đó hai bất phương trình không tương đương.

* Với $m > 2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $-1 < m < 2$ ta có $1 \Leftrightarrow x \geq \frac{2m+4}{m-2}$, $2 \Leftrightarrow x \geq \frac{4-m^2}{m+1}$

Suy ra hai bất phương trình tương đương $\Leftrightarrow \frac{2m+4}{m-2} = \frac{4-m^2}{m+1} \Leftrightarrow m = -2$ (loại)

* Với $m < -1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

Vậy không có giá trị nào của m để hai bất phương trình tương đương.

Bài 4.71: a) $-\frac{26}{3} < x < \frac{28}{5}$ b) $\frac{5}{78} \leq x < \frac{13}{14}$

c) $x \geq 75$ d) $-\frac{12}{11} \leq x \leq \frac{21}{5}$

Bài 4.72: a) Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x \leq 2 \\ x > 1 - m \end{cases}$

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $2 > 1 - m \Leftrightarrow m > -1$

Vậy $m > -1$ là giá trị cần tìm.

b) Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x > -2 \\ x \leq 4 \\ x > m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x \leq 4 \\ x > m + 2 \end{cases}$

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$m + 2 \leq 4 \Leftrightarrow m \leq -2$

Vậy $m \leq -2$ là giá trị cần tìm.

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

Bài 4.73: a) Hệ bất phương trình tương đương với
$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x > \frac{m+5}{2} \end{cases}$$

Suy ra hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow 1 \leq \frac{m+5}{2} \Leftrightarrow m \geq -3$

Vậy $m \geq -3$ là giá trị cần tìm.

b) Hệ bất phương trình tương đương với
$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq 1 \\ x > \frac{m-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 1 \\ x > \frac{m-1}{2} \end{cases}$$

Suy ra hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{m-1}{2} \geq 1 \Leftrightarrow m \geq 3$

Vậy $m \geq 3$ là giá trị cần tìm.

Bài 4.74: Ta thấy nếu $y = 0$ thì phương trình vô nghiệm

Với $y \neq 0$. Đặt $x = ty$ khi đó

$$15x^2 - 11xy + 2y^2 = -7 \Leftrightarrow y^2(15t^2 - 11t + 2) = -7$$

$$\begin{cases} x < y \\ 2m^2x + 3my < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(t-1) < 0 \\ y(2m^2t + 3m) < 0 \end{cases} (*)$$

$$\text{Phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow 15t^2 - 11t + 2 < 0 \Leftrightarrow (3t-1)(5t-2) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < t < \frac{2}{5}$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ 2m^2t + 3m < 0 \end{cases}$$

Như vậy ta cần tìm m để hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{3} < t < \frac{2}{5} \\ 2m^2t + 3m < 0 \end{cases} (**)$$
 có nghiệm với ẩn t .

Với $m = 0$ thì hệ bất phương trình (**) có nghiệm

$$\text{Với } m \neq 0 \text{ (**)} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} < t < \frac{2}{5} \\ t < -\frac{3}{2m} \end{cases} \text{ do đó}$$

$$\text{Hệ bất phương trình (**)} \text{ có nghiệm} \Leftrightarrow -\frac{3}{2m} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -\frac{9}{2} \\ m < 0 \\ m > \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{2} < m < 0.$$

Vậy $-\frac{9}{2} < m < 0$ là những giá trị cần tìm.

Bài 4.75: ĐKXD: $x \neq -1$

$$\text{Bất phương trình tương đương với } \begin{cases} x > -1 \\ 2x + m - 1 > 0 \end{cases} \text{ (1) hoặc } \begin{cases} x < -1 \\ 2x + m - 1 < 0 \end{cases} \text{ (2)}$$

$$\text{Ta có (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1-m}{2} \end{cases}, \text{ (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x < \frac{1-m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } \frac{1-m}{2} > -1 \Leftrightarrow m < 3 \text{ thì (1)} \Leftrightarrow x > \frac{1-m}{2}, \text{ (2)} \Leftrightarrow x < -1$$

$$\text{Suy ra bất phương trình có nghiệm là } x \in -\infty; -1 \cup \left(\frac{1-m}{2}; +\infty\right)$$

$$\text{Nếu } \frac{1-m}{2} = -1 \Leftrightarrow m = 3 \text{ thì (1)} \Leftrightarrow x > -1, \text{ (2)} \Leftrightarrow x < -1$$

$$\text{Suy ra bất phương trình có nghiệm là } x \in \mathbb{R} \setminus -1$$

$$\text{Nếu } \frac{1-m}{2} < -1 \Leftrightarrow m > 3 \text{ thì (1)} \Leftrightarrow x > -1, \text{ (2)} \Leftrightarrow x < \frac{1-m}{2}$$

$$\text{Suy ra nghiệm của bất phương trình là } x \in \left(-\infty; \frac{1-m}{2}\right) \cup -1; +\infty$$

Kết luận

$$m < 3 \text{ tập nghiệm bất phương trình là } S = -\infty; -1 \cup \left(\frac{1-m}{2}; +\infty\right)$$

$$m = 3 \text{ tập nghiệm bất phương trình là } S = \mathbb{R} \setminus -1$$

$$m > 3 \text{ tập nghiệm bất phương trình là } S = \left(-\infty; \frac{1-m}{2}\right) \cup -1; +\infty .$$

Bài 4.76: a) Phương trình có hai nghiệm khác dấu khi $P < 0$ hay $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt đều âm khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3^2 > 0 \\ 1 - 2m < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq \frac{3}{2} \end{cases}$$

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt đều dương khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3^2 > 0 \\ 1 - 2m > 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{không có giá trị nào của } m \text{ thỏa mãn}$$

d) Phương trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau hay phương trình có hai nghiệm đối nhau.

Phương trình có hai nghiệm đối nhau khi và chỉ khi $\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Bài 4.77: Ta có $bpt \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x < 4 \\ m^2 + 1 \cdot x - 5m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x < 4 \\ x \leq \frac{5m^2}{m^2 + 1} \end{cases} (*)$

• Nếu $\frac{5m^2}{m^2 + 1} < 4 \Leftrightarrow m^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ ta có

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x \leq \frac{5m^2}{m^2 + 1} \end{cases}$$

• Nếu $\frac{5m^2}{m^2 + 1} \geq 4 \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases} : (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 4$

Bài 4.78: a) $-1 < m \leq \frac{2}{3}$ b) $-4 < m < \frac{2}{3}$ c) $a = 0; b \geq 0$

Bài 4.79: Đặt $t = x^2 - 2x + 1$ khi đó $t \geq 0$, suy ra $x^2 - 2x = t - 1$. Thay vào phương trình (1) ta được phương trình sau: $t^2 - 2(m+1)t + m + 4 = 0 (*)$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì pt (*) có 2 nghiệm thỏa $t_1 < 0 < t_2$, hoặc phương trình (*) có 2 nghiệm thỏa $0 < t_1 = t_2$.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

- Phương trình (2) có nghiệm $t_1 < 0 < t_2 \Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$.
- Phương trình (2) có nghiệm $0 < t_1 = t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 3 = 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$.

Kết luận: với $m \in (-\infty; -4) \cup \left\{ \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right\}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.