

## §2. ĐẠI CƯƠNG VỀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

#### 1. Định nghĩa bất phương trình một ẩn

Cho hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  có tập xác định lần lượt là  $D_f$  và  $D_g$ . Đặt  $D = D_f \cap D_g$ .

Mệnh đề chứa biến có một trong các dạng  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) > g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$ ,

$f(x) \geq g(x)$  được gọi là **bất phương trình một ẩn**;  $x$  được gọi là **ẩn số** (hay **ẩn**) và  $D$  gọi là tập xác định của bất phương trình.

$x_0 \in D$  gọi là một **nghiệm** của bất phương trình  $f(x) < g(x)$  nếu  $f(x_0) < g(x_0)$  là mệnh đề đúng.

**Giải một bất phương trình** là tìm tất cả các nghiệm (hay tìm tập nghiệm) của bất phương trình đó.

**Chú ý:** Trong thực hành, ta không cần viết rõ tập xác định  $D$  của bất phương trình mà chỉ cần nêu điều kiện để  $x \in D$ . Điều kiện đó gọi là điều kiện xác định của bất phương trình, gọi tắt là **điều kiện của bất phương trình**.

#### 2. Bất phương trình tương đương, biến đổi tương đương các bất phương trình.

**a) Định nghĩa:** Hai bất phương trình (cùng ẩn) được gọi là **tương đương** nếu chúng có cùng tập nghiệm.

Kí hiệu: Nếu  $f_1(x) < g_1(x)$  tương đương với  $f_2(x) < g_2(x)$  thì ta viết

$$f_1(x) < g_1(x) \Leftrightarrow f_2(x) < g_2(x)$$

- Phép biến đổi không làm thay đổi tập nghiệm của phương trình gọi là **phép biến đổi tương đương**.

#### b) Định lý và hệ quả:

**Định lý 1:** Cho bất phương trình  $f(x) < g(x)$  có tập xác định  $D$ ;  $y = h(x)$  là hàm số **xác định** trên  $D$ . Khi đó trên  $D$ , Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình sau

1)  $f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$

2)  $f(x) \cdot h(x) < g(x) \cdot h(x)$  nếu  $h(x) > 0$  với mọi  $x \in D$

3)  $f(x) \cdot h(x) > g(x) \cdot h(x)$  nếu  $h(x) < 0$  với mọi  $x \in D$

**Hệ quả:** Cho bất phương trình  $f(x) < g(x)$  có tập xác định  $D$ . Khi đó

1)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f^3(x) < g^3(x)$

2)  $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f^2(x) < g^2(x)$  với  $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0, \forall x \in D$

**Lưu ý:** Khi giải phương trình ta cần chú ý

- Đặt điều kiện xác định (đkxđ) của phương trình và khi tìm được nghiệm của phương trình phải đối chiếu với điều kiện xác định.
- Đối với việc giải bất phương trình ta thường thực hiện phép biến đổi tương đương nên cần lưu ý tới điều kiện để thực hiện phép biến đổi tương đương đó.