LÝ THUYẾT SỐ PHỨC

1. Đơn vị ảo

Số i mà $i^2 = -1$ được gọi là đơn vị ảo.

2. Định nghĩa.

- Số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Gọi a là phần thực, b là phần ảo của số phức z.
- Tập số phức $\mathbb{C} = \{a + bi / a, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1\}$. Tập số thực $\mathbb{R}$ là con của tập số phức $\mathbb{C}$.
- Hai số phức bằng nhau: $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.
- Đặc biệt:

  Khi phần ảo $b = 0 \Leftrightarrow z = a \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z$ là số thực,

  Khi phần thực $a = 0 \Leftrightarrow z = bi \Leftrightarrow z$ là số thuần ảo,

  Số $0 = 0 + 0i$ vừa là số thực, vừa là số ảo.

3. Môđun của số phức.

- $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$ được gọi là mô đun của số phức z.
- Kết quả: $\forall z \in \mathbb{C}$ ta có:

$$|z| \geq 0$$
$$|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$$
$$|z^2| = |z|^2$$
$$|z_1.z_2| = |z_1|.|z_2|$$
$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

4. Số phức liên hợp.

- Cho số phức $z = a + bi$. Ta gọi số phức liên hợp của z là $\overline{z} = a - bi$.
- Kết quả: $\forall z \in \mathbb{C}$ ta có:

$$\overline{\overline{z}} = z$$
$$|\overline{z}| = |z|$$
$$\overline{z_1 \pm z_2} = \overline{z_1} \pm \overline{z_2}$$
$$\overline{z_1.z_2} = \overline{z_1}.\overline{z_2}$$
$$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$$

z là số thực $\Leftrightarrow z=\overline{z}$

z là số thuần ảo $\Leftrightarrow z=-\overline{z}$

5. Phép toán trên tập số phức:

Cho hai số phức $z_1=a+bi$ và $z_2=c+di$ thì:

5.1. Phép cộng số phức:

$$z_1+z_2=(a+c)+(b+d)i$$

5.2. Phép trừ số phức:

$$z_1-z_2=(a-c)+(b-d)i$$

Mọi số phức $z=a+bi$ thì số đối của z là $-z=-a-bi : z+(-z)=(-z)+z=0$

5.3. Phép nhân số phức:

$$z_1.z_2=(ab-bd)+(ad+bc)i$$

Kết quả: $\begin{cases} i^{4k}=1 \\ i^{4k+1}=i \\ i^{4k+2}=-1 \\ i^{4k+3}=-i \end{cases}$

5.4. Phép chia số phức:

- Số phức nghịch đảo của $z=a+bi\neq 0$: $\dfrac{1}{z}=\dfrac{\overline{z}}{|z|^2}=\dfrac{1}{a^2+b^2}\cdot\overline{z}$

- $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{z_1.\overline{z_2}}{|z_2|^2}=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}\cdot i$ (với $z_2\neq 0$)

6. Phương trình bậc hai với hệ số thực.

6.1. Căn bậc hai của số phức.

- **Định nghĩa:** z là căn bậc hai của số phức $w\Leftrightarrow z^2=w$.
- Cách tìm:

Giả sử $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ là căn bậc hai của $w=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$.

Theo định nghĩa ta có: $(x+yi)^2=a+bi\Leftrightarrow x^2-y^2+2xyi=a+bi\Leftrightarrow\begin{cases} x^2-y^2=a \\ 2xy=b \end{cases}$

Giải hệ thì có được x,y.

Kết quả:

- $w=0$ có đúng một căn bậc hai là $z=0$
- Khai căn bậc hai của số thực $a>0$ là $\pm\sqrt{a}$
- Khai căn bậc hai của số thực $a<0$ là $\pm i.\sqrt{-a}$
- Khai căn bậc hai của $2i$ là $\pm(1+i)$ vì $\left[\pm(1+i)\right]^2=2i$
- Khai căn bậc hai của $-2i$ là $\pm(1-i)$ vì $\left[\pm(1-i)\right]^2=-2i$.

6.2. Phương trình bậc hai với hệ số thực.

Xét phương trình bậc hai: $az^2+bz+c=0$ với $a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0$.

Biệt thức $\Delta=b^2-4ac$

- $\Delta>0\Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\Delta=0\Rightarrow$ phương trình có nghiệm kép $z=-\dfrac{b}{2a}$
- $\Delta<0\Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức liên hợp $z=\dfrac{-b\pm i.\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

6.3. Kết quả:

- Phương trình bậc hai luôn có hai nghiện phức, không nhất thiết phân biệt.
- Tổng quát, phương trình bậc $n\left(\forall n\geq 1\right)$:

$a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+\cdots+a_1z+a_0=0\left(a_n\neq 0;a_j\in\mathbb{R},j=\overline{0,n}\right)$ đều có n nghiệm phức, không nhất thiết phân biệt.

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Môđun của số phức z là một số âm.

B. Môđun của số phức z là một số thực.

C. Môđun của số phức $z=a+bi$ là $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

D. Môđun của số phức z là một số thực không âm.

Hướng dẫn giải

$z=a+bi$ với $\left(a;b\in\mathbb{R},i^2=-1\right)$ $\Leftrightarrow|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

Do $a;b\in\mathbb{R}\Rightarrow\begin{cases}|z|\in\mathbb{R}\subset\mathbb{C}\\ |z|\geq 0\end{cases}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 2: Cho số phức $z=5-4i$. Mô đun của số phức z là

A. $\sqrt{41}$. B. 3. C. 1. D. 9.

Hướng dẫn giải

$z=5-4i \Rightarrow |z|=\sqrt{5^2+(-4)^2}=\sqrt{41}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 3: Cho số phức $z=5-4i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là

A. $(-5;4)$. B. $(5;-4)$. C. $(-5;-4)$. D. $(5;4)$.

Hướng dẫn giải

$z=5-4i \Leftrightarrow -z=-5+4i$. Vậy điểm biểu diễn của $-z$ là $(-5;4)$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 4: Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=6-7i$. B. $\bar{z}=-6-7i$. C. $\bar{z}=-6+7i$. D. $\bar{z}=6+7i$.

Hướng dẫn giải

$z=6+7i \Leftrightarrow \bar{z}=6-7i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 5: Các số thực x,y thỏa mãn: $3x+y+5xi=2y-1+(x-y)i$ là

A. $(x;y)=\left(-\frac{1}{7};\frac{4}{7}\right)$. B. $(x;y)=\left(-\frac{2}{7};\frac{4}{7}\right)$.

C. $(x;y)=\left(\frac{1}{7};\frac{4}{7}\right)$. D. $(x;y)=\left(-\frac{1}{7};-\frac{4}{7}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$3x+y+5xi=2y-1+(x-y)i$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=2y-1 \\ 5x=x-y \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y=-1 \\ 4x+y=0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{7} \\ y=\frac{4}{7} \end{cases}$$

Vậy $(x;y)=\left(-\frac{1}{7};\frac{4}{7}\right)$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 6: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **không** đúng?

A. $\overline{z_1}+\overline{z_1.z_2}=9+i$.
B. $5z_1^{-1}-z_2=-1+i$.
C. $\frac{z_2}{z_1}=-\frac{4}{5}-\frac{7}{5}i$.
D. $|z_1.z_2|=\sqrt{65}$.

Hướng dẫn giải

$\overline{z_1}+\overline{z_1.z_2}=1-2i+8-i=9-3i$

$5z_1^{-1}-z_2=\frac{5}{1^2+2^2}\cdot(1-2i)-(2-3i)=1-2i-2+3i=-1+i$

$\frac{z_2}{z_1}=\frac{1}{1^2+2^2}\cdot(1-2i)(2-3i)=\frac{1}{5}(-4-7i)=-\frac{4}{5}-\frac{7}{5}i$

$|z_1.z_2|=|8+i|=\sqrt{8^2+1^2}=\sqrt{65}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 7: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức $w=3z_1-2z_2$ là

A. 12.
B. 11.
C. 1.
D. $12i$.

Hướng dẫn giải

$\mathrm{w}=3z_1-2z_2=3(1+2i)-2(2-3i)=-1+12i$. Vậy phần ảo của số phức w là 12.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 8: Cho số phức $z=4-3i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\overline{z}$ lần lượt là

A. $4;3$.
B. $-4;3$.
C. $4;-3$.
D. $-4;-3$.

Hướng dẫn giải

$z=4-3i\Rightarrow\overline{z}=4+3i$ $\Rightarrow$ Phần thực của $\overline{z}$ là 4, phần ảo của $\overline{z}$ là 3

Vậy chọn đáp án A.

Câu 9: Điểm $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức

A. $z=-1+3i$.
B. $z=1-3i$.
C. $z=2i$.
D. $z=2$.

Hướng dẫn giải

$z=a+bi$ có điểm biểu diễn là $M(a;b)$. Ta suy ra $z=-1+3i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 10: Số phức $z=\dfrac{7-17i}{5-i}$ có phần thực là

A. 2. B. $\dfrac{9}{13}$. C. 3. D. -3.

Hướng dẫn giải

$z=\dfrac{7-17i}{5-i}=\dfrac{(7-17i)(5+i)}{(5-i)(5+i)}=\dfrac{52-78i}{26}=2-3i$

$\Rightarrow$ phần thực của z là: 2

Vậy chọn đáp án A.

Câu 11: Các số thực x,y thỏa mãn: $(2x+3y+1)+(-x+2y)i=(3x-2y+2)+(4x-y-3)i$ là

A. $(x;y)=\left(\dfrac{9}{11};\dfrac{4}{11}\right)$. B. $(x;y)=\left(-\dfrac{9}{11};-\dfrac{4}{11}\right)$.

C. $(x;y)=\left(\dfrac{9}{11};-\dfrac{4}{11}\right)$. D. $(x;y)=\left(-\dfrac{9}{11};\dfrac{4}{11}\right)$.

Hướng dẫn giải

$(2x+3y+1)+(-x+2y)i=(3x-2y+2)+(4x-y-3)i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y+1=3x-2y+2\\-x+2y=4x-y-3\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x-5y=-1\\5x-3y=3\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{9}{11}\\y=\dfrac{4}{11}\end{cases}$

Vậy $(x;y)=\left(\dfrac{9}{11};\dfrac{4}{11}\right)$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 12: Cho hai số thực x,y thỏa mãn $2x+1+(1-2y)i=2(2-i)+yi-x$ khi đó giá trị của $x^2-3xy-y$ bằng:

A. -3. B. 1. C. -2. D. -1.

Hướng dẫn giải

$2x+1+(1-2y)i=2(2-i)+yi-x$

$\Leftrightarrow 2x+1+(1-2y)i=4-x+(y-2)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=4-x \\ 1-2y=y-2 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=1$

$\Rightarrow x^2-3xy-y=-3$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 13: Cho số phức $z=3+4i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**

A. Điểm biểu diễn của z là $M(4;3)$.

B. Môđun của số phức z là 5.

C. Số phức đối của z là $-3-4i$.

D. Số phức liên hợp của z là $3-4i$.

Hướng dẫn giải

- Điểm biểu diễn của z là $M(3;4)$
- $z=3+4i \Leftrightarrow |z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$
- $z=3+4i \Leftrightarrow -z=-3-4i$
- $z=3+4i \Leftrightarrow \bar{z}=3-4i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 14: Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo

A. $(5-i\sqrt{7})+(-5-i\sqrt{7})$. B. $(10+i)+(10-i)$.

C. $(\sqrt{7}+i)+(\sqrt{7}-i)$. D. $(3+i)-(-3+i)$.

Hướng dẫn giải

- $(5-i\sqrt{7})+(-5-i\sqrt{7})=-2i\sqrt{7}$ là số thuần ảo.
- $(10+i)+(10-i)=20$ là số thực.
- $(\sqrt{7}+i)+(\sqrt{7}-i)=2\sqrt{7}$ là số thực.
- $(3+i)-(-3+i)=6$ là số thực.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 15: Môđun của số phức $z=\sqrt{3}+i$ là

A. 2. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

$z=\sqrt{3}+i \Leftrightarrow |z|=\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 16: Phần thực của $z=(2+3i)i$ là

A. -3. B. 2. C. 3. D. -2.

Hướng dẫn giải

$z=(2+3i)i=-3+2i$

$\Rightarrow$ phần thực là -3.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=-5+2i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2.

A. 5. B. -5. C. $\sqrt{7}$. D. $-\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

$z_1+z_2=(1+i)+(-5+2i)=-4+3i \Leftrightarrow |z_1+z_2|=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 18: Cho số phức $z=1+i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $z^2=2i$. B. $z^{-1}.z=0$. C. $|z|=2$. D. $\frac{z}{i}=-1+i$.

Hướng dẫn giải

- $z=1+i \Rightarrow z^2=(1+i)^2=1^2+2.1.i+i^2=2i$
- $z=1+i \Rightarrow z^{-1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i \Rightarrow z^{-1}.z=(1+i)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right)=1$
- $z=1+i \Leftrightarrow |z|=\sqrt{2}$
- $\frac{z}{i}=\frac{1+i}{i}=1-i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 19: Cho số phức $z=(1-6i)-(2-4i)$. Phần thực, phần ảo của z lần lượt là

A. $-1;-2$. B. $1;2$. C. 2;1. D. – 2;1.

Hướng dẫn giải

$z=(1-6i)-(2-4i)=-1-2i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 20: Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$.

A. $w=-3-3i$. B. $w=7-3i$. C. $w=3+3i$. D. $w=-7-7i$.

Hướng dẫn giải

$z=2+5i\Rightarrow\begin{cases}iz=-5+2i\\ \bar{z}=2-5i\end{cases}\Leftrightarrow w=iz+\bar{z}=-3-3i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 21: Cho số phức $z=(3-2i)(1+i)^2$. Môđun của $w=iz+\bar{z}$ là

A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

- $z=(3-2i)(1+i)^2=(3-2i)2i=4+6i\Leftrightarrow\begin{cases}iz=i(4+6i)=-6+4i\\ \bar{z}=4-6i\end{cases}$
- $w=iz+\bar{z}=-6+4i+4-6i=-2-2i$

$\Rightarrow|w|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 22: Phần thực, phần ảo của số phức z thỏa mãn $\bar{z}=\dfrac{5}{1-2i}-3i$ lần lượt là

A. 1;1. B. $1;-2$. C. 1;2. D. $1;-1$.

Hướng dẫn giải

$\bar{z}=\dfrac{5}{1-2i}-3i=\dfrac{5(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}-3i=\dfrac{5(1+2i)}{5}-3i=1-i$

$\Rightarrow z=1+i$

Phần thực, phần ảo của z lần lượt là 1;1.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 23: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2+i)z+\frac{1-i}{1+i}=5-i$. Môđun của số phức

$w=1+2z+z^2=?$

A. 10. B. -10. C. 100. D. -100.

Hướng dẫn giải

$(2+i)z+\frac{1-i}{1+i}=5-i$

$\Leftrightarrow (2+i)z+\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=5-i$

$\Leftrightarrow (2+i)z+\frac{-2i}{2}=5-i$

$\Leftrightarrow (2+i)z=5 \Leftrightarrow z=\frac{5}{2+i}=2-i$

$\Rightarrow w=1+2z+z^2=(1+z)^2=(3-i)^2=8-6i \Leftrightarrow |w|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 24: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $(1+i)\overline{z}-1-3i=0$. Phần ảo của số phức

$w=1-iz+z$ là

A. -3. B. 1. C. -2. D. -1.

Hướng dẫn giải

$(1+i)\overline{z}-1-3i=0$

$\Leftrightarrow \overline{z}=\frac{1+3i}{1+i}=\frac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{4+2i}{2}=2+i \Leftrightarrow z=2-i$

$\Rightarrow w=1-iz+z=1-i(2-i)+2-i=2-3i$

Phần ảo của w là -3

Vậy chọn đáp án A.

Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn: $3z+2\overline{z}=(4-i)^2$. Môđun của số phức z là

A. $\sqrt{73}$. B. $-\sqrt{73}$. C. 73. D. – 73.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R};i^2=-1 \Rightarrow \overline{z}=a-bi$

$3z+2\overline{z}=(4-i)^2 \Leftrightarrow 3(a+bi)+2(a-bi)=15-8i$

$\Leftrightarrow 5a+bi=15-8i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a=15 \\ b=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-8 \end{cases}$

$z=3-8i \Leftrightarrow |z|=\sqrt{3^2+(-8)^2}=\sqrt{73}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 26: Số phức z thỏa mãn: $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$ là

A. $2-i$. B. $-2-i$. C. $-3-i$. D. $2+i$

Hướng dẫn giải

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R};i^2=-1 \Rightarrow \overline{z}=a-bi$

$z-(2+3i)\overline{z}=1-9i \Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i$

$\Leftrightarrow a+bi-(2a-2bi+3ai+3b)=1-9i$

$\Leftrightarrow -a-3b+(-3a+3b)i=1-9i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b=1 \\ -3a+3b=-9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow z=2-i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 27: Tìm số phức z thỏa mãn hệ thức $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z.\overline{z}=25$.

A. $z=3+4i; z=5$. B. $z=3+4i; z=-5$.

C. $z=-3+4i; z=5$. D. $z=3-4i; z=-5$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R};i^2=-1 \Rightarrow \overline{z}=a-bi$

- $|z-(2+i)|=\sqrt{10} \Leftrightarrow |a-2+(b-1)i|=\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2}=\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow (a-2)^2+(b-1)^2=10 (*)$

- $z.\overline{z}=25 \Leftrightarrow (a+bi)(a-bi)=25 \Leftrightarrow a^2+b^2=25 (**)$

Từ $(*)+(**)\Rightarrow\begin{cases}(a-2)^2+(b-1)^2=10\\ a^2+b^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=4\end{cases}\vee\begin{cases}a=5\\ b=0\end{cases}$

Vậy $z=3+4i\vee z=5$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 28: Tìm số thực x,y để $z_1=9y^2-4-10xi^5$ và $z_2=8y^2+20i^{11}$ là liên hợp của nhau?

A. $x=-2; y=\pm2$.

B. $x=2; y=\pm2$.

C. $x=2; y=2$.

D. $x=-2; y=2$.

Hướng dẫn giải

- $z_1=9y^2-4-10xi^5=9y^2-4-10xi.i^4=9y^2-4-10xi$
- $z_2=8y^2+20i^{11}=8y^2+20i\left(i^2\right)^5=8y^2-20i$
- z_1 và z_2 là liên hợp của nhau khi và chỉ khi: $\begin{cases}9y^2-4=8y^2\\ -10x=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\ y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=\pm2\end{cases}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 29: Cho số phức $z=(2+i)(1-i)+1+3i$. Tính môđun của z.

A. $2\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

$z=(2+i)(1-i)+1+3i=4+2i\Leftrightarrow|z|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 30: Cho $z=1-2i$ và $w=2+i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\frac{w}{z}=1$.

B. $|z.w|=|z|.|w|=5$.

C. $\left|\frac{z}{w}\right|=\frac{|z|}{|w|}=1$.

D. $\overline{z.w}=\bar{z}.\bar{w}=4+3i$.

Hướng dẫn giải

- $\frac{w}{z}=\frac{2+i}{1-2i}=i$
- $\left.\begin{array}{l}|z.w|=|4-3i|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5\\ |z|.|w|=\sqrt{1^2+(-2)^2}.\sqrt{2^2+1^2}=5\end{array}\right\}\Rightarrow|z.w|=|z|.|w|=5$

$$\left.\begin{array}{l}\left|\dfrac{z}{w}\right| = |-i| = \sqrt{0^2+(-1)^2} = 1 \\ \dfrac{|z|}{|w|} = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 1\end{array}\right\} \Rightarrow \left|\dfrac{z}{w}\right| = \dfrac{|z|}{|w|} = 1$$

$$\left.\begin{array}{l}\overline{z.w} = \overline{4-3i} = 4+3i \\ \bar{z}.\bar{w} = (1+2i)(2-i) = 4+3i\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{z.w} = \bar{z}.\bar{w} = 4+3i$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 31: Cho số phức $z = 1-2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Phần ảo của số phức z là -2.

B. Phần ảo của số phức z là $-2i$.

C. Phần thực của số phức z là -1.

D. Số phức z là số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

Phần ảo là -2 (Không có i)

Vậy chọn đáp án A.

Câu 32: Cho số phức $z = i-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = -1-i$.

B. Phần thực của số phức z là 1.

C. Phần ảo của số phức z là i .

D. Modun của số phức z bằng 1

Hướng dẫn giải

Phần thực của z là -1, phần ảo của z là 1, modun của z bằng $\sqrt{2}$

Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z} = -1-i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 33: Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = -1-2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $|z_1| = |z_2|$.

B. $|z_1| = 5$.

C. $|z_2| = -5$.

D. $z_1 + z_2 = 1$.

Hướng dẫn giải

$|z_1| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{(-1)^2+(-2)^2} = |z_2|$; $z_1 + z_2 = 0$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 34: Cho số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = -1-2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $z_1.z_2 = 3-4i$. B. $\frac{z_1}{z_2} = 1$. C. $z_1 - z_2 = 0$. D. $|z_1| = -|z_2|$.

Hướng dẫn giải

$z_1.z_2 = -(1+2i)^2 = -(1+4i-4) = 3-4i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 35: Cho số phức $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $|z| = 1$. B. $\bar{z} = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}i$. D. $z\bar{z} = -|z|$.

Hướng dẫn giải

$|z| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1;\quad \bar{z} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2};\quad z\bar{z} = 1.$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 36: Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $3x + y + 5xi = 2y - (x-y)i$:

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ y = -\frac{4}{7} \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -\frac{4}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

$$3x + y + 5xi = 2y - (x-y)i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 2y \\ 5x = y - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 6x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 37: Cho số phức $z = -1-2i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $z^{-1} = \frac{-1}{5} + \frac{2}{5}i$. B. $z^{-1} = 1+2i$.

C. $z.z^{-1} = 0$. D. $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{z^2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $z^{-1} = \frac{1}{-1-2i} = \frac{-1+2i}{5} = \frac{-1}{5} + \frac{2}{5}i$; $z.z^{-1} = 5$; $z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 38: Cho số phức $z=\frac{1}{3}-3i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $|z|=\frac{\sqrt{82}}{3}$.

B. $|z|=3i+\frac{1}{3}$.

C. $\bar{z}=\frac{\sqrt{82}}{3}$.

D. $\bar{z}=\frac{-1}{3}+3i$.

Hướng dẫn giải

Ta có $|z|=\sqrt{\frac{1}{9}+9}=\frac{\sqrt{82}}{3}$; $\bar{z}=\frac{1}{3}+3i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 39: Cho số phức $z=2i-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Phần thực của số phức z là -1.

B. Phần ảo của số phức z là -1.

C. Số phức liên hợp của số phức z là $\bar{z}=2i+1$.

D. $z.\bar{z}=4$.

Câu 40: Cho số phức $z=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$. Phần thực, phần ảo của số phức z^2 có giá trị lần lượt là :

A. $\frac{1}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

C. $\frac{-1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 41: Tìm các số thực x,y thỏa mãn đẳng thức $x(3+5i)+y(1-2i)^3=-35+23i$.

A. $(x;y)=(3;4)$.

B. $(x;y)=(-3;4)$.

C. $(x;y)=(3;-4)$.

D. $(x;y)=(-3;-4)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $(1-2i)^3=-11+2i$

Vậy ta có $x(3+5i)+y(1-2i)^3=-35+23i \Leftrightarrow (3x-11y)+(5x+2y)i=-35+23i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3x-11y=-35\\5x+2y=23\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 42: Giá trị của $i^{105}+i^{23}+i^{20}-i^{34}$ là ?

A. 2. B. -2. C. 4. D. -4.

Hướng dẫn giải

$i^{105}+i^{23}+i^{20}-i^{34}=i^{4.26+1}+i^{4.25+1}+i^{4.5}-i^{4.8+2}=i-i+1+1=2$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 43: Tìm số phức z , biết $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$.

A. $z=2-i$. B. $z=-2-i$. C. $z=2+i$. D. $z=-2+i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ ta có :

$z-(2+3i)\overline{z}=1-9i \Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i$

$\Leftrightarrow -a-3b-(3a-3b)i=1-9i \Leftrightarrow \begin{cases}-a-3b=1\\3a-3b=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$

Vậy $z=2-i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 44: Cho số phức z thỏa mãn $(2z-1)(1+i)+(\overline{z}+1)(1-i)=2-2i$. Giá trị của $|z|$ là ?

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ ta có :

$(2z-1)(1+i)+(\overline{z}+1)(1-i)=2-2i \Leftrightarrow [(2a-1)+2bi](1+i)+[(a+1)-bi](1-i)=2-2i$

$\Leftrightarrow (2a-2b-1)+(2a+2b-1)i=(a-b+1)-(a+b+1)i=2-2i$

$\Leftrightarrow (3a-3b)+(a+b-2)=2-2i \Leftrightarrow \begin{cases}3a-3b=2\\a+b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\frac{1}{3}\\b=-\frac{1}{3}\end{cases}$

Vậy $|z|=\frac{\sqrt{2}}{3}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 45: Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn : $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$. Giá trị của $ab+1$ là :

A. -1. B. 0. C. 1. D. -2.

Hướng dẫn giải

$z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$. Vậy ta có

$a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i\Leftrightarrow\begin{cases}-a-3b=1\\3a-3b=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}\Rightarrow ab+1=-1$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 46: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo ?

A. 4. B. 3.

C. 2. D. Không có số phức nào thảo mãn.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ và $z^2=a^2-b^2+2abi$

Yêu cầu của bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\begin{cases}a^2+b^2=2\\a^2-b^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=1\\b^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\pm1\\b=\pm1\end{cases}$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn điều kiện bài toán

Vậy chọn đáp án A.

Câu 47: Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là?

A. $z=2+2i$. B. $z=2-2i$.

C. $z=-2+2i$. D. $z=-2-2i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|x-2-4(y-4)i|=|x+(y-2)x|\Leftrightarrow y=-x+4$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x+y-4=0$

Mặt khác $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{x^2+x^2-8x+16}=\sqrt{2x^2-8x+16}$

Hay $|z|=\sqrt{2(x-2)^2+8}\geq2\sqrt{2}$. Vậy $|z|_{\min}\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=2$. Vậy $z=2+2i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 48: Cho số phức z thỏa mãn $z^2-6z+13=0$. Giá trị của $\left|z+\dfrac{6}{z+i}\right|$ là:

A. $\sqrt{17}$ hoặc 5. B. $-\sqrt{17}$ hoặc 5.

C. $\sqrt{17}$ hoặc -5. D. $\sqrt{17}$ hoặc $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

$z^2-6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+2i \\ z=3-2i \end{array}\right.$

Với $z=3+2i \Rightarrow z+\dfrac{6}{z+i}=4+i \Rightarrow \left|z+\dfrac{6}{z+i}\right|=\sqrt{17}$

Với $z=3-2i \Rightarrow z+\dfrac{6}{z+i}=\dfrac{24}{5}-\dfrac{7}{5}i \Rightarrow \left|z+\dfrac{6}{z+i}\right|=5$

Vậy chọn đáp án A.

VẬN DỤNG 1

Câu 1. Cho số phức z thỏa $z=\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{2016}$. Viết z dưới dạng $z=a+bi, a,b\in\mathbb{R}$. Khi đó tổng $a+b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 1. B. -1. C. 0. D. 2.

Hướng dẫn giải

$z=\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^{2016}=(-i)^{2016}=\left(i^4\right)^{504}=1$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 2. Cho số phức z thỏa $\bar{z}=\dfrac{(1-2i)^5}{2+i}$. Viết z dưới dạng $z=a+bi, a,b\in\mathbb{R}$. Khi đó tổng $a+2b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 10. B. 38. C. 31. D. 55.

Hướng dẫn giải

$\bar{z}=24+7i \Rightarrow z=24-7i$ Suy ra $a+2b=10$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $z+\dfrac{2(2-i)^3\bar{z}}{1+i}+(4+i)^5=422+1088i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $z^2 = 5$.

C. Phần ảo của z bằng 0.

D. Không tồn tại số phức z thỏa mãn đẳng thức đã cho.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$ tìm được $z = 1 - 2i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 4. Cho số phức z có phần thực và phần ảo là các số dương thỏa mãn $z + (1-i)^5 .\bar{z} - \dfrac{\left(\overline{2-i}\right)^3}{i^6} = 3 + 20i$. Khi đó môđun của số phức $w = 1 + z + z^2 + z^3$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 5. B. 25. C. $\sqrt{5}$. D. 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$ tìm được $z = 1 + i$ Suy ra $w = 5i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $z^4 = 476 + 480i$ và z có phần thực và phần ảo là các số dương. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $|z| = \sqrt{26}$.

B. $z^2 = 26$.

C. $z = \sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480}$.

D. $z = \pm(\sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480})$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng công cụ tìm căn bậc n trên MTCT, ta tìm được $z = 5 + i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 6. Cho số phức $z = \left(\dfrac{2i}{1+i}\right)^8 - (1+i)^5 - 12$. Số phức $z + z^2 + z^3 + z^4$ là số phức nào sau đây?

A. $-8060 + 4530i$. B. $-8060 - 4530i$. C. $8060 + 4530i$. D. $8060 - 4530i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính bỏ túi tính được $z = -8 + 6i$. Thay vào được kết quả là $-8060 + 4530i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. $\left|(1+i)^{2016}-2^{1008}i\right|=2^{1008}$.

B. $\left|\dfrac{(1+i)^{2016}}{2^{1007}}-i\right|=\sqrt{5}$.

C. $(1+i)^{2016}=2^{1008}$.

D. $(1+i)^{2016}=(1-i)^{2016}$.

Hướng dẫn giải

$(1+i)^{2016}=(2i)^{1008}=2^{1008}$. Do đó $\left|(1+i)^{2016}-2^{1008}i\right|=\left|2^{1008}-2^{2018}i\right|=2^{2018}\sqrt{2}$. Suy ra A sai.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 8. Cho số phức $z=(2i)^4-\dfrac{(1+i)^6}{5i}$. Số phức $\overline{5z+3i}$ là số phức nào sau đây?

A. $88-3i$.

B. $88+3i$.

C. $440-3i$.

D. $440+3i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính tính được $z=\dfrac{88}{5}\Rightarrow 5z+3i=88+3i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 9. Cho số phức $\left(\overline{2+i}\right)^5-(2+i).\bar{z}=-37-43i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. z có phần ảo bằng 0.

B. $z.\bar{z}=1$.

C. $z=-i$.

D. z là một số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$\left(\overline{2+i}\right)^5=-38-41i\Rightarrow \bar{z}=\dfrac{1-2i}{-(2+i)}=i$. Do đó A sai.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 10. Cho số phức $\dfrac{3-i}{z}+(2-i)^3=3-13i$. Số phức $\dfrac{(z+12i)^2}{i}+z^2$ là số phức nào sau đây?

A. $26+170i$.

B. $-26+170i$.

C. $26-170i$.

D. $-26-170i$.

Hướng dẫn giải

$(2-i)^3=2-11i\Rightarrow z=\dfrac{3-i}{1-2i}=1+i$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 11. Cho 2 số phức $z_1 = \dfrac{z^2 - \left(\bar{z}\right)^2}{z.\bar{z} + 1}$; $z_2 = \dfrac{z^2 + \left(\bar{z}\right)^2}{z.\bar{z} + 1}$ với $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. z_1 là số thuần ảo.

B. z_2 là số thuần ảo.

C. z_1 và z_2 là số thuần ảo.

D. z_1 và z_2 là số thực.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = x + yi \rightarrow z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$

$z = x - yi \rightarrow \bar{z}^{\,2} = x^2 - y^2 - 2xyi$

$z.\bar{z} = x^2 + y^2$

Khi đó : $z_1 = \dfrac{4xyi}{x^2 + y^2 + 1}$; $z_1 = \dfrac{2\ x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + 1}$

Suy ra z_1 là số thuần ảo, z_2 là số thuần thực.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 12. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|\dfrac{z+1}{i-z}\right| = 1$ và $\left|\dfrac{z-i}{2+z}\right| = 1$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Ta có : $\begin{cases} \left|\dfrac{z+1}{i-z}\right| = 1 \\ \left|\dfrac{z-i}{2+z}\right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z+1| = |i-z| \\ |z-i| = |2+z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x = -y \\ 4x + 2y = -3 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{2} \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow z = -\dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2}i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 13. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi \quad x, y \in \mathbb{R}$

$|z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2$ (1)

$z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$ là số thuần ảo khi và chỉ khi $x^2 - y^2 = 0$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{matrix} \rightarrow$ Có 4 số phức thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 14. Cho số phức z thỏa $\bar{z} = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^3}{i-1}$. Môđun của số phức $\bar{z} + iz$ là:

A. 0. B. $4\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 16.

Hướng dẫn giải

$\bar{z} = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^3}{i-1} = 4 - 4i \rightarrow |\bar{z} + iz| = 0$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 15. Tìm tất cả số phức z thỏa $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$

A. $z = 0,\ z = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i,\ z = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i$.

B. $z = 0,\ z = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i,\ z = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i$.

C. $z = 0,\ z = -1 - \dfrac{1}{2}i,\ z = -1 + \dfrac{1}{2}i$.

D. $z = 0,\ z = -\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}i,\ z = -\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{4}i$.

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + yi,\ x, y \in \mathbb{R} \rightarrow \bar{z} = x - yi$

Ta có:

$$z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow 2y^2 + x - (2xy + y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + x = 0 \\ 2xy + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x = 0 \\ y = 0 \end{matrix} \vee \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow z = 0,\ z = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i,\ z = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 16. Cho số phức $z = (1-i)^{2019}$. Dạng đại số của số phức z là:

A. $-2^{1009}-2^{1009}i$. B. $2^{1009}+2^{1009}i$. C. $-2^{2019}-2^{2019}i$. D. $2^{2019}+2^{2019}i$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=(1-i)^{2019}=(1-i)^{2018}.(1-i)=(-2i)^{1009}.(1-i)=-2^{1009}-2^{1009}i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 17. Cho số phức $z=i^{2016}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z=1+i$.
B. $z=1-i$.
C. z là số thực.
D. z là số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$$z=1+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2016}.\left(\frac{1+i}{1-i}\right)=1+(-1)^{1008}.\left(\frac{1+i}{1-i}\right)=1+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)=1+i$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 18. Cho số phức z thỏa $z=2i-2$. Môđun của số phức z^{2016} là:

A. 2^{6048} B. 2^{3024}. C. 2^{4032}. D. 2^{2016}.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z^{2016}=2^{2016}(i-1)^{2016}=2^{3024}i\Rightarrow |z|=2^{6048}$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 19. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z|^2+|\overline{z}|^2=26$ và $z+\overline{z}=6$

A. 2. B. 3. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải

Đặt $z=x+iy\ (x,y\in\mathbb{R})$, ta có $\overline{z}=x-yi$, $|z|^2=|\overline{z}|^2=x^2+y^2$

Ta có:

$$\begin{cases}|z|^2+|\overline{z}|^2=26\\ z+\overline{z}=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=13\\ x=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{matrix}x=3\\ y=\pm 2\end{matrix}$$

$\Rightarrow$ có 2 số phức thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 20. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z thỏa $\left(\frac{z}{2}-i\right)\ 1-i\ =(1+i)^{3979}$

A. Phần thực là -2^{1990} và phần ảo là 2.

B. Phần thực là 2^{1990} và phần ảo là 2.

C. Phần thực là -2^{1989} và phần ảo là 1.

D. Phần thực là 2^{1989} và phần ảo là 1.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\left(\frac{z}{2}-i\right)\ 1-i\ =(1+i)^{3979} \Leftrightarrow \frac{z}{2}-i=\frac{(1+i)^{3980}}{2} \Leftrightarrow \frac{z}{2}-i=2^{1989}.i^{1990} \Leftrightarrow z=-2^{1990}+2i$

Vậy chọn đáp án A.

VẬN DỤNG 2

Câu 21. Cho số phức z thỏa $z=1+i+i^2+i^3+...+i^{2016}$. Khi đó phần thực và phần ảo của z lần lượt là

A. 1 và 0. B. 0 và 1. C. 1 và 1. D. 0 và -1.

Hướng dẫn giải

$$z=1+i\frac{1-i^{2016}}{1-i}=1.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 22. Giá trị của biểu thức $1+i^2+i^4+...+i^{4k},k\in\mathbb{N}^*$ là

A. 1. B. 0. C. $2ik$. D. ik.

Hướng dẫn giải

$i^{2n}+i^{2n+2}=i^{2n}(1+i^2)=0,n\in\mathbb{N}^*$. Áp dụng tính được giá trị bằng 1.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 23. Cho các số phức z_1,z_2. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là khẳng định đúng?

$(I):\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}$. $(II):|z_1.z_2|=|z_1|.|z_2|$. $(III):|z_1|^2=z_1{}^2$.

A. (*I*) và (*II*) đúng. B. (*I*) và (*III*) đúng.

C. (*II*) và (*III*) đúng. D. Tất cả (*I*), (*II*), (*III*) đều đúng.

Câu 24. Số phức $z=1+i+(1+i)^2+(1+i)^3+...+(1+i)^{20}$ là số phức nào sau đây?

A. $-1025+1025i$. B. $-1025-1025i$. C. $1025-1025i$. D. $1025+1025i$.

Hướng dẫn giải

$$z=(1+i)\frac{1-(1+i)^{20}}{1-(1+i)}=-1025+1025i.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 25. Cho số phức $z=1+i^2+i^4+...+i^{2n}+...+i^{2016},n\in\mathbb{N}$. Môđun của z bằng?

A. 1. B. 2. C. 1008. D. 2016.

Hướng dẫn giải

$$z=1+i^2\frac{1-(i^2)^{1008}}{1-i^2}=1$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 26. Cho số phức $z = i + i^3 + i^5 + i^7 + ... + i^{2n+1} + ... + i^{2017}, n \in \mathbb{N}$. Số phức $\overline{1-z}$ là số phức nào sau đây?

A. i.
B. $1-i$.
C. $1+i$.
D. $-i$.

Hướng dẫn giải

$z = i\left(1 + i^2 + i^4 + i^6 + ... + i^{2016}\right) = i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 27. Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn $z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2 = 0$. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn cho số phức z_1, z_2. Khi đó tam giác OAB là:

A. Tam giác đều.
B. Tam giác vuông tại O.
C. Tam giác tù.
D. Tam giác có một góc bằng 45^0.

Hướng dẫn giải

Ta có $z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)(z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2) = 0$, suy ra:

$z_1^3 = -z_2^3 \Rightarrow |z_1|^3 = |z_2|^3 \Rightarrow |z_1| = |z_2| \Rightarrow OA = OB$.

Lại có

$(z_1 - z_2)^2 = (z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2) - z_1z_2 = -z_1z_2$ nên $|z_1 - z_2|^2 = |z_1||z_2| \Rightarrow AB^2 = OA.OB = OA^2$

Suy ra A $AB = OA = OB \Rightarrow \Delta OAB$ đều.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 28. Cho các số phức z_1, z_2. Xét các khẳng định

$(I): z_1 = \overline{\overline{z_1}}$ $\quad (II): \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{z_2}$ $\quad (III): \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

Trong các khẳng định trên, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. (*II*) sai.
B. (*I*) sai.
C. (*III*) sai.
D. Cả ba (*I*), (*II*), (*III*) đều sai.

Câu 29. Số phức z thỏa $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + ... + 18i^{19}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. z có phần thực bằng -9 và phần ảo -9.

B. $\overline{z} = 18$.

C. z có phần thực bằng -18 và phần ảo bằng 0.

D. $\overline{z-i}=-9+9i$.

Hướng dẫn giải

$$z-iz=1+i+...+i^{19}-18i^{20}=1.\frac{1-i^{20}}{1-i}-18i^{20}=-18\Rightarrow z=\frac{-18}{1-i}=-9-9i$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 30. Cho số phức $z=1+(1+i)+(1+i)^{2}+...+(1+i)^{26}$. Phần thực của số phức z là

A. 2^{13}.
B. $-(1+2^{13})$.
C. -2^{13}.
D. $(1+2^{13})$.

Hướng dẫn giải

$$z=1+(1+i)+(1+i)^{2}+...+(1+i)^{26}=\frac{(1+i)^{27}-1}{i}$$
$$=\frac{(1+i)^{26}.(1+i)-1}{i}=\frac{(2i)^{13}(1+i)-1}{i}=\frac{2^{13}i-2^{13}-1}{i}=2^{13}+(1+2^{13})i$$

Vậy phần thực là 2^{13}
Vậy chọn đáp án A.

Câu 31. Cho số phức $z=\left(\frac{4i}{i+1}\right)^{m}$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m\in[1;100]$ để z là số thực?

A. 25.
B. 26.
C. 27.
D. 28.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=\left(\frac{4i}{i+1}\right)^{m}=(8i)^{\frac{m}{2}}=8^{\frac{m}{2}}.i^{\frac{m}{2}}$

z là số thực khi và chỉ khi $\frac{m}{2}=2k\Leftrightarrow m=4k,\ k\in\mathbb{N}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.
Vậy chọn đáp án A.

Câu 32. Cho số phức $z=\left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^{m}$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m\in[1;50]$ để z là số thuần ảo?

A. 25.
B. 26.
C. 24.
D. 50.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=\left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^{m}=(2i)^{m}=2^{m}.i^{m}$

z là số thuần ảo khi và chỉ khi $m = 2k+1,\ k \in \mathbb{N}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 33. Cho số phức $z = x + iy,\ x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $z^3 = 2 - 2i$. Cặp số $(x; y)$ là

A. $(1;1)$.

B. $(2;2)$.

C. $(-2+\sqrt{3}; -2+\sqrt{3})$.

D. $(-2-\sqrt{3}; -2-\sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải

Ta có $(x+iy)^3 = 2 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 2 \\ 3x^2y - y^3 = -2 \end{cases} \Rightarrow x^3 - 3xy^2 = -(3x^2y - y^3)$

Đặt $y = tx$ suy ra $t = 1 \Rightarrow \begin{matrix} x = 1 \\ y = 1 \end{matrix} \Rightarrow (x; y) = (1;1)$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 34. Cho biểu thức $L = 1 + z^3 + z^6 + ... + z^{2016}$ với $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Biểu thức L có giá tri là

A. 1.

B. 673.

C. -1.

D. 2017.

Hướng dẫn giải

$$L = \frac{1-(z^3)^{673}}{1-z^3} = \frac{1-(-1)^{673}}{1-(-1)} = 1$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 35. Cho biểu thức $L = 1 - z + z^2 - z^3 + ... + z^{2016} - z^{2017}$ với $z = \frac{1+2i}{2-i}$. Biểu thức L có giá tri là

A. $1-i$.

B. $1+i$.

C. $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$.

D. $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \frac{1+2i}{2-i} = i$. Khi đó: $L = \frac{1-(-z)^{2018}}{1+z} = \frac{1-z^{2018}}{1+z} = \frac{1-z^{2018}}{1+z} = \frac{1-i^{2018}}{1+i} = 1-i$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 36. Cho $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$; $z_2 = \frac{7+i}{4-3i}$; $z_3 = \ 1-i\ ^{2016}$. Tìm dạng đại số của $w = z_1^{25}.z_2^{10}.z_3^{2016}$.

A. $-2^{1037}\sqrt{3}+2^{1037}i.$ B. $2^{1037}-2^{1037}\sqrt{3}i.$ C. $-2^{1021}\sqrt{3}+2^{1021}i.$ D. $2^{1021}\sqrt{3}-2^{1021}i.$

Hướng dẫn giải

$$\left.\begin{array}{l} z_1^{25}=(1+\sqrt{3}i)^{25}=8^8+8^8\sqrt{3}i \\ z_2^{10}=\left(\dfrac{7+i}{4-3i}\right)^{10}=(2i)^5=2^5i \\ z_3^{2016}=(1-i)^{2016}=(-2i)^{1008}=2^{1008} \end{array}\right\}\Rightarrow w=z_1^{25}.z_2^{10}.z_3^{2016}=-2^{1037}\sqrt{3}+2^{1037}i.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 37. Cho số phức $z=\dfrac{-m+i}{1-m(m-2i)}$, $m\in\mathbb{R}$. Tìm $|z|_{\max}$

A. 1. B. 0. C. $\dfrac{1}{2}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z=\dfrac{-m+i}{1-m(m-2i)}=\dfrac{m}{m^2+1}+\dfrac{i}{m^2+1}\Rightarrow|z|=\sqrt{\dfrac{1}{m^2+1}}\le 1\Rightarrow|z|_{\max}=1\Leftrightarrow m=0$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn: $|z+i+1|=|\bar{z}-2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\dfrac{1}{2}$. D. $-\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $|x+yi+i+1|=|x-yi-2i|\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+1)^2=x^2+(y+2)^2$

$$\Leftrightarrow 2x-2y-2=0\Rightarrow x=1+y$$

$$\Rightarrow|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(y+1)^2+y^2}=\sqrt{2y^2+2y+1}\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow|z|\ge\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow|z|_{\min}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{2};\ y=\frac{-1}{2}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 39. Tính tổng $L=C_{2016}^0-C_{2016}^2+C_{2016}^4-C_{2016}^6+...-C_{2016}^{2014}+C_{2016}^{2016}$

A. 2^{1008}. B. -2^{1008}. C. 2^{2016}. D. -2^{2016}.

Hướng dẫn giải

Ta có $(1+i)^{2016} = C_{2016}^{0} + C_{2016}^{1}i + C_{2016}^{2}i^{2} + C_{2016}^{3}i^{3} + ... + C_{2016}^{2015}i^{2015} + C_{2016}^{2016}i^{2016}$

$(1-i)^{2016} = C_{2012}^{0} - C_{2012}^{1}i + C_{2012}^{2}i^{2} - C_{2012}^{3}i^{3} + ... - C_{2016}^{2015}i^{2016} + C_{2016}^{2016}i^{2016}$

$\Rightarrow (1+i)^{2016} + (1-i)^{2016} = 2\ \ C_{2016}^{0} - C_{2016}^{2} + C_{2016}^{4} + ... - C_{2016}^{2014} + C_{2016}^{2016}\ \ = 2L$

Mặt khác: $\left.\begin{matrix} (1+i)^{2016} = (2i)^{1008} = 2^{1008} \\ (1-i)^{2016} = (-2i)^{1008} = 2^{1008} \end{matrix}\right\} \Rightarrow L = 2^{1008}$

Vậy chọn đáp án A.