

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Phương trình đường thẳng:

- Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ với $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \neq 0$ làm vectơ chỉ phương. Khi đó Δ có phương trình tham số là :

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t; (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

- Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ sao cho $a_1 a_2 a_3 \neq 0$ làm vectơ chỉ phương. Khi đó Δ có phương trình chính tắc là :

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

II. Góc:

1. Góc giữa hai đường thẳng:

Δ_1 có vectơ chỉ phương \vec{a}_1

Δ_2 có vectơ chỉ phương \vec{a}_2

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2|}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|}$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Δ có vectơ chỉ phương \vec{a}_Δ

(α) có vectơ chỉ phương \vec{n}_α

$$\sin[\Delta, (\alpha)] = \frac{|\vec{a}_\Delta \cdot \vec{n}_\alpha|}{|\vec{a}_\Delta| \cdot |\vec{n}_\alpha|}$$

III. Khoảng cách:

1. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ :

Δ đi qua điểm M_0 và có vectơ chỉ phương \vec{a}_Δ

$$d(M, \Delta) = \frac{|\vec{a}_\Delta \cdot \vec{M_0M}|}{|\vec{a}_\Delta|}$$

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

Δ_1 đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương \vec{a}_1

Δ_2 đi qua điểm N và có vectơ chỉ phương \vec{a}_2

$$d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\left[\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right] \cdot \vec{MN}|}{\left| \left[\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right] \right|}$$

IV. Các dạng toán thường gặp:

1. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm phân biệt A, B .

Cách giải: Xác định vectơ chỉ phương của Δ là \vec{AB} .

2. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và song song với d .

Cách giải:

- Nếu $d \equiv ox$ thì Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_\Delta = \vec{i} = (1; 0; 0)$
- Nếu $d \equiv oy$ thì Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_\Delta = \vec{j} = (0; 1; 0)$
- Nếu $d \equiv oz$ thì Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_\Delta = \vec{k} = (0; 0; 1)$
- Nếu d thì Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_\Delta = \vec{a}_d$, với \vec{a}_d là vectơ chỉ phương của d

3. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) .

Cách giải: Xác định vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = \vec{n}_\alpha$, với \vec{n}_α là vectơ pháp tuyến của (α) .

4. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 (hai đường thẳng không cùng phương).

Cách giải: Xác định vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = \left[\vec{a}_1, \vec{a}_2 \right]$, với \vec{a}_1, \vec{a}_2 lần lượt là vectơ chỉ phương của d_1, d_2 .

5. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M vuông góc với đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) .

Cách giải: Xác định vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = \left[\vec{a}_d, \vec{n}_\alpha \right]$, với \vec{a}_d là vectơ chỉ phương của d , \vec{n}_α là vectơ pháp tuyến của (α) .

6. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$, $(\alpha), (\beta)$ là hai mặt phẳng phân biệt

Cách giải: Xác định vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = \left[\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta \right]$, với $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của $(\alpha), (\beta)$.

7. Viết phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

Cách giải:

- Lấy một điểm bất kì trên Δ , bằng cách cho một ẩn bằng một số tùy ý.

- Xác định vector chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta]$, với $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$ lần lượt là vector pháp tuyến của $(\alpha), (\beta)$.
8. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 ($A \notin d_1, A \notin d_2$).
- Cách giải:** Xác định vector chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$, với \vec{n}_1, \vec{n}_2 lần lượt là vector pháp tuyến của $mp(A, d_1), mp(A, d_2)$.
9. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 .
- Cách giải:** Xác định vector chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = \vec{AB}$, với $A = d_1 \cap (\alpha), B = d_2 \cap (\alpha)$.
10. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc và cắt d .
- Cách giải:**
- Xác định $B = \Delta \cap d$.
 - Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, B .
11. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 , với $A \notin d_2$.
- Cách giải:**
- Xác định $B = \Delta \cap d_2$.
 - Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, B .
12. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) .
- Cách giải:**
- Xác định $B = \Delta \cap d$.
 - Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, B .
13. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt và vuông góc đường thẳng d .
- Cách giải:**
- Xác định $A = d \cap (\alpha)$.
 - Đường thẳng Δ đi qua A và có vector chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = [\vec{a}_d, \vec{n}_\alpha]$, với \vec{a}_d là vector chỉ phương của d , \vec{n}_α là vector pháp tuyến của (α) .
14. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (α) , nằm trong (α) và vuông góc đường thẳng d (ở đây d không vuông góc với (α)).
- Cách giải:**
- Xác định $A = d \cap (\alpha)$.
 - Đường thẳng Δ đi qua A và có vector chỉ phương của Δ là $\vec{a}_\Delta = [\vec{a}_d, \vec{n}_\alpha]$, với \vec{a}_d là vector chỉ phương của d , \vec{n}_α là vector pháp tuyến của (α) .

15. Viết phương trình đường thẳng Δ là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 .

Cách giải:

- Xác định $A = \Delta \cap d_1, B = \Delta \cap d_2$ sao cho
$$\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases}$$
- Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B .

16. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng d và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 .

Cách giải:

- Xác định $A = \Delta \cap d_1, B = \Delta \cap d_2$ sao cho $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{a_d}$ cùng phương, với $\overrightarrow{a_d}$ là vectơ chỉ phương của d .
- Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{a_\Delta}$.

17. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 .

Cách giải:

- Xác định $A = \Delta \cap d_1, B = \Delta \cap d_2$ sao cho $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_\alpha}$ cùng phương, với $\overrightarrow{n_\alpha}$ là vectơ pháp tuyến của (α) .
- Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_\alpha}$.

18. Viết phương trình Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (α) .

Cách giải : Xác định $H \in \Delta$ sao cho $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{a_d}$, với $\overrightarrow{a_d}$ là vectơ chỉ phương của d .

- Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (α) .
- Viết phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β)

19. Viết phương trình Δ là hình chiếu song song của d lên mặt phẳng (α) theo phương d' .

Cách giải :

- Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa d và có thêm một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}$.
- Viết phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Học sinh xác định được vectơ chỉ phương và điểm nào đó thuộc đường thẳng khi cho trước phương trình.
2. Học sinh biết cách chuyển từ phương trình tham số qua phương trình chính tắc và ngược lại.
3. Học sinh lập được phương trình chính tắc và phương trình tham số.
4. Học sinh tìm được hình chiếu, điểm đối xứng.

Chủ đề 8.4: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Nhận biết và Thông hiểu

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 6 + 2t' \\ y = 3 + 2t' \\ z = 7 + 9t' \end{cases}$. Xét các mệnh đề

sau:

- (I) d đi qua $A(2; 3; 1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}(2; 2; 3)$
- (II) d' đi qua $A'(0; -3; -11)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a}'(2; 2; 9)$
- (III) \vec{a} và \vec{a}' không cùng phương nên d không song song với d'
- (IV) Vì $(\vec{a} \wedge \vec{a}') \cdot \overline{AA'} = 0$ nên d và d' đồng phẳng và chúng cắt nhau

Dựa vào các phát biểu trên, ta kết luận:

- A. Các phát biểu (I), (III) đúng, các phát biểu (II), (IV) sai;
- B. Các phát biểu (I), (II) đúng, các phát biểu (III), (IV) sai;
- C. Các phát biểu (I) đúng, các phát biểu (II), (III), (IV) sai;
- D. Các phát biểu (IV) sai, các phát biểu còn lại đúng;

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$. Phương

trình chính tắc của đường thẳng d là?

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{5}$

B. $x - 2 = y = z + 1$

C. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-5}$

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{5}$

Hướng dẫn giải

Cách 1:

d đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (1; -3; 5)$

Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{5}$

Cách 2:

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3t \\ z = -1 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = t \\ \frac{y}{-3} = t \\ \frac{z + 1}{5} = t \end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{5}$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là?

- A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Cách 1:

Δ đi qua điểm $A(3; -1; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (2; -3; 1)$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$

Cách 2:

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1} = t \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-3}{2} = t \\ \frac{y+1}{-3} = t \\ \frac{z}{1} = t \end{cases}$$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng d đi qua

điểm M và có vectơ chỉ phương \vec{a}_d là

- A. $M(-2; 1; 3), \vec{a}_d = (2; -1; 3)$ B. $M(2; -1; -3), \vec{a}_d = (2; -1; 3)$
C. $M(2; -1; 3), \vec{a}_d = (-2; 1; 3)$ D. $M(2; -1; 3), \vec{a}_d = (2; -1; -3)$

Hướng dẫn giải

d đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (2; -1; 3)$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm M

và có vectơ chỉ phương \vec{a}_d là

A. $M(-2;2;1), \vec{a}_d = (1;3;1)$

B. $M(1;2;1), \vec{a}_d = (-2;3;1)$

C. $M(2;-2;-1), \vec{a}_d = (1;3;1)$

D. $M(1;2;1), \vec{a}_d = (2;-3;1)$

Hướng dẫn giải

d đi qua $M(-2;2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (1;3;1)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2;3;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1;-2;2)$?

A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2;3;1)$ và có vectơ chỉ phương

$\vec{a} = (1;-2;2)$ là $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc Δ của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;5)$ và $B(3;1;1)$?

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-4}$

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{5}$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-4}$

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{1}$

Hướng dẫn giải

Δ đi qua hai điểm A và B nên có vectơ chỉ phương $\vec{AB} = (2;3;-4)$

Vậy phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-4}$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5), C(0;-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$

Hướng dẫn giải

M là trung điểm $BC \Rightarrow M(1;-1;3)$

AM đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{AM} = (2;-4;1)$

Vậy phương trình chính tắc của AM là $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;4;-1), B(2;4;3), C(2;2;-1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

$$\overrightarrow{BC} = (0; -2; -4) = -2(0; 1; 2)$$

Vì d song song với BC nên d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = (0; 1; 2)$

d qua $A(1;4;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;4)$ và song song với trục hoành là.

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ y = 4 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ y = 4 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Vì d song song với trục hoành nên d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \vec{i} = (1; 0; 0)$

d đi qua $M(1;3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. Phương trình chính tắc của

đường thẳng Δ đi qua điểm $A(3;1;-1)$ và song song với d là

A. $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ B. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$
C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$

Hướng dẫn giải

d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (-2; 1; 2)$

Vì Δ song song với d nên Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = \vec{a}_d = (-2; 1; 2)$

Δ đi qua điểm $A(3; 1; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (-2; 1; 2)$

Vậy phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 3; -4)$ và song song với d là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (2; -1; 3)$

Vì Δ song song với d nên Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = \vec{a}_d = (2; -1; 3)$

Δ đi qua điểm $M(1; 3; -4)$ và có vectơ chỉ phương \vec{a}_Δ

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2; 1; 1)$ và vuông góc với (P) là

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ D. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$

Hướng dẫn giải

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; -1; 1)$

Vì Δ vuông góc với (P) nên d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = \vec{n}_P = (2; -1; 1)$

Δ đi qua điểm $M(-2; 1; 1)$ và có vectơ chỉ phương \vec{a}_Δ

Vậy phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(2; 1; -5)$ và vuông góc với (α) là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -5 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; -2; 2)$

Vì d vuông góc với (α) nên d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = \vec{n}_\alpha = (1; -2; 2)$

d đi qua $A(2; 1; -5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (1; -2; 2)$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -5 + 2t \end{cases}$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) là.

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

(Oxz) có vectơ pháp tuyến $\vec{j} = (0; 1; 0)$

Vì Δ vuông góc với (Oxz) nên Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = \vec{j} = (0; 1; 0)$

Δ đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và có vectơ chỉ phương \vec{a}_Δ

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 1; -5)$, đồng thời vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$ và $\vec{b} = (4; 1; -1)$ là

A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$ B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-5}{1}$
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-5}{-1}$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-1}{-5}$

Hướng dẫn giải

Δ đi qua điểm $M(2; 1; -5)$, và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = [\vec{a}, \vec{b}] = (-1; 5; 1)$

Vậy phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+5}{1}$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 1; -2), B(4; -1; 1), C(0; -3; 1)$.

Phương trình d đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi G là trọng tâm ΔABC , ta có $G(2; -1; 0)$

Gọi \vec{a}_d là vectơ chỉ phương của d

$$\vec{AB} = (2; -2; 3)$$

$$\vec{AC} = (-2; -4; 3)$$

$$d \perp (ABC) \Rightarrow \begin{cases} d \perp AB \\ d \perp AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \perp \vec{AB} \\ \vec{a}_d \perp \vec{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_d = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (6; -12; -12) = 6(1; -2; -2)$$

d đi qua $G(2; -1; 0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_d = (1; -2; -2)$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2t \end{cases}$

Câu 18. (ĐH D2007). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 2)$ và $B(-1; 2; 4)$. Phương trình d đi qua trọng tâm của ΔOAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) là

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+2}{1}$
C. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{1}$

Hướng dẫn giải

Gọi G là trọng tâm ΔOAB , ta có $G(0; 2; 2)$

$$\vec{OA} = (1; 4; 2)$$

$$\vec{OB} = (-1; 2; 4)$$

Gọi \vec{a}_d là vectơ chỉ phương của d

$$d \perp (OAB) \Rightarrow \begin{cases} d \perp OA \\ d \perp OB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \perp \vec{OA} \\ \vec{a}_d \perp \vec{OB} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_d = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (12; -6; 6) = 6(2; -1; 1)$$

Vậy phương trình của d là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-2}{1}$

Câu 19. (ĐH B2013). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A , đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ là

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$

B. $\frac{x-7}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{1}$

C. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{4}$

D. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm và có vectơ chỉ phương \vec{a}_d

$$\vec{AB} = (-2; 3; 2)$$

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (-2; 1; 3)$

$$\begin{cases} d \perp AB \\ d \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \perp \vec{AB} \\ \vec{a}_d \perp \vec{a}_\Delta \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_d = [\vec{AB}; \vec{a}_\Delta] = (7; 2; 4)$$

Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-1}{7} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{4}$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 3-2t \\ z = 5-2t \end{cases}$

. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; 3; -1)$ và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 là

A. $\begin{cases} x = 2 - 8t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - 7t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -8 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -7 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 - 8t \\ y = -3 + t \\ z = 1 - 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2 + 8t \\ y = -3 - t \\ z = 1 + 7t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{a}_1 = (2; 3; -1)$

d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{a}_2 = (1; -2; -2)$

Gọi \vec{a}_Δ là vectơ chỉ phương Δ

$$\begin{cases} \Delta \perp d_1 \\ \Delta \perp d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_\Delta \perp \vec{a}_1 \\ \vec{a}_\Delta \perp \vec{a}_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_\Delta = [\vec{a}_1; \vec{a}_2] = (-8; 3; -7)$$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = 2 - 8t \\ y = 3 + 3t \\ z = -1 - 7t \end{cases}$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $B(2; -1; 5)$ song song với (P) và

vuông góc với Δ là

A. $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$

B. $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$

C. $\frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+5}{-4}$

D. $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{5}$

Hướng dẫn giải

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (2; -1; 3)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2; 1; 2)$

Gọi \vec{a}_d là vectơ chỉ phương d

$$\begin{cases} d // (P) \\ d \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \perp \vec{n}_P \\ \vec{a}_d \perp \vec{a}_\Delta \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_d = [\vec{a}_\Delta; \vec{n}_P] = (-5; 2; 4)$$

Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + z = 0$ và $(\beta): x + y - z + 4 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Cách 1:

Đặt $y = t$, ta có $\begin{cases} x + z = 3t \\ x - z = -4 - t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Cách 2:

Tìm một điểm thuộc d , bằng cách cho $y = 0$

Ta có hệ $\begin{cases} x + z = 0 \\ x - z = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 0; 2) \in d$

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; -3; 1)$

(β) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\beta = (1; 1; -1)$

d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = (2; 2; 4)$

d đi qua điểm $M(-2; 0; 2)$ và có vectơ chỉ phương là \vec{a}_d

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - z + 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 2y - 3z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 0)$ và song song với đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{8} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{6}$
C. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{6}$

B. $\frac{x+1}{8} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{6}$
D. $\frac{x-8}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{6}$

Hướng dẫn giải

(α) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; -2; -1)$

(β) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_\beta = (2; 2; -3)$

d đi qua điểm $M(1; -1; 0)$ và có vector chỉ phương là $\vec{a}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (8; 1; 6)$

Vậy phương trình của d là $\frac{x-1}{8} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{6}$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; -1; -3)$, vuông góc với trục Oz và d là

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ y = -3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 1 + 2t \\ y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2t \\ y = 1 - 2t \\ y = 3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ y = -3 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Oz có vector chỉ phương $\vec{k} = (0; 0; 1)$

d có vector chỉ phương $\vec{a}_d = (2; 1; -2)$

Δ đi qua điểm $A(2; -1; -3)$, và có vector chỉ phương là $\vec{a}_\Delta = [\vec{k}, \vec{a}_d] = (-1; 2; 0)$

Vậy phương của Δ là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ y = -3 \end{cases}$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 1; -3)$, song song với (P) và vuông góc với trục tung là

A. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 \\ y = -3 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 - 5t \\ y = 1 - t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 \\ y = -3 + 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Oy có vector chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (2; -3; 5)$

Δ đi qua điểm $A(-2; 1; -3)$, và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_\Delta = [\vec{j}, \vec{n}_p] = (5; 0; -2)$

Vậy phương của Δ là
$$\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 \\ y = -3 - 2t \end{cases}$$

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Phương trình đường thẳng d đi qua tâm của mặt cầu (S) , song song với $(\alpha): 2x + 2y - z - 4 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-2}{1}$ là.

A.
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 5t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 8t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 5t \\ z = 3 - 8t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 5t \\ z = 3 - 8t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Tâm của mặt cầu (S) là $I(1; -2; 3)$

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (3; -1; 1)$

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (2; 2; -1)$

d đi qua điểm $I(1; -2; 3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_d = [\vec{a}_\Delta, \vec{n}_\alpha] = (-1; 5; 8)$

Vậy phương của d là
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 5t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$$

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 1; 2), B(-2; -1; -2), C(2; -3; -3)$. Đường thẳng d đi qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng d .

A.
$$\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 - 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x = -2 - 6t \\ y = -1 - 18t \\ z = -2 + 12t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 - 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

$\vec{AB} = (-2; -2; -4)$

$\vec{AC} = (2; -4; -5)$

d đi qua điểm $B(-2; -1; -2)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_d = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-6; -18; 12)$

Đáp án sai là câu A

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của d

lên mặt phẳng (Oxy) có phương trình là.

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Cho $z = 0$, phương trình của d' là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của d

lên mặt phẳng (Oxz) có phương trình là.

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -3 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Cho $y = 0$, phương trình của d lên mặt phẳng (Oxz) là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α): $x - 2y + 2z + 3 = 0$ và (β): $3x - 5y - 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 3; -1)$, song song với hai mặt phẳng (α), (β) là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 14t \\ y = 3 + 8t \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 14t \\ y = 3 + 8t \\ z = -1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 8t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (1; -2; 2)$

(β) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\beta = (3; -5; -2)$

d đi qua điểm $M(1; 3; -1)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta] = (14; 8; 1)$

Vậy phương của d là
$$\begin{cases} x = 1 + 14t \\ y = 3 + 8t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2; -3; -1)$, song song với hai mặt phẳng $(\alpha), (Oyz)$ là.

A.
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = (2; -1; 2)$

(Oyz) có vectơ pháp tuyến $\vec{i} = (1; 0; 0)$

d đi qua điểm $A(2; -3; -1)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a}_d = [\vec{n}_\alpha, \vec{i}] = (0; 2; 1)$

Vậy phương của d là
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Chủ đề 8.4: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Vận dụng thấp

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và

$d_2: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. Phương trình đường thẳng nằm trong $(\alpha): x + 2y - 3z - 2 = 0$ và cắt hai đường thẳng

d_1, d_2 là.

A.
$$\frac{x-3}{-5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$$
 B.
$$\frac{x+3}{-5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$$

C.
$$\frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$$
 D.
$$\frac{x+8}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm

- Gọi $A = d_1 \cap (\alpha)$

$$A \in d_1 \Rightarrow A(2-a; 1+3a; 1+2a)$$

$$A \in (\alpha) \Rightarrow a = -1 \Rightarrow A(3; -2; -1)$$

- Gọi $B = d_2 \cap (\alpha)$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(1-3b; -2+b; -1-b)$$

$$B \in (\alpha) \Rightarrow b = 1 \Rightarrow B(-2; -1; -2)$$

- d đi qua điểm $A(3; -2; -1)$ và có vector chỉ phương $\overline{AB} = (-5; 1; -1)$

Vậy phương trình chính tắc của d là $\frac{x-3}{-5} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$

Câu 33. (ĐH D2009) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d nằm trong (P) , cắt và vuông góc đường thẳng Δ là.

A. $\begin{cases} x = -3+t \\ y = 1-2t \\ z = 1-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -1-2t \\ z = -1-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3-t \\ y = -1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = -2+t \\ z = -1+t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi $M = \Delta \cap (P)$

$$M \in \Delta \Rightarrow M(-2+t; 2+t; -t)$$

$$M \in (P) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(-3; 1; 1)$$

(P) có vector pháp tuyến $\overline{n_p} = (1; 2; -3)$

Δ có vector chỉ phương $\overline{a_\Delta} = (1; 1; -1)$

d có vector chỉ phương $\overline{a_d} = [\overline{n_p}, \overline{a_\Delta}] = (1; -2; -1)$

d đi qua điểm $M(-3; 1; 1)$ và có vector chỉ phương là $\overline{a_d}$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = -3+t \\ y = 1-2t \\ z = 1-t \end{cases}$

Câu 34. (ĐH D2006) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và

$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ vuông góc với d_1 và cắt

d_2 là.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+3}{-5}$

$$C. \frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{5}$$

$$D. \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+5}{-3}$$

Hướng dẫn giải

Gọi $B = \Delta \cap d_2$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(1-t; 1+2t; -1+t)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-t; 2t-1; t-4)$$

d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{a}_1 = (2; -1; 1)$

$$\Delta \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{a}_1$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{a}_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1$$

Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -3; -5)$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

Câu 35. (ĐH B2004) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Phương trình

chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(-4; -2; 4)$, cắt và vuông góc với d là.

$$A. \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$$

$$B. \frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{-1}$$

$$C. \frac{x-4}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+4}{1}$$

$$D. \frac{x-3}{-4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{4}$$

Hướng dẫn giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi $B = \Delta \cap d$

$$B \in d \Rightarrow B(-3+2t; 1-t; -1+4t)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1+2t; 3-t; -5+4t)$$

d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (2; -1; 4)$

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{a}_d$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{a}_d = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1$$

Δ đi qua điểm $A(-4; -2; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (3; 2; -1)$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$

Câu 36. (ĐH A2005). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Gọi A là giao điểm của d và (P) . Phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong (P) , đi qua điểm A và vuông góc với d là.

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = -4 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi $A = d \cap (P)$

$$A \in d \Rightarrow A(1-t; -3+2t; 3+t)$$

$$A \in (P) \Rightarrow t = 1 \Rightarrow A(0; -1; 4)$$

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_p = (2; 1; -2)$

d có vector chỉ phương $\vec{a}_d = (-1; 2; 1)$

Δ đi qua điểm $A(0; -1; 4)$ và có vector chỉ phương là $\vec{a}_\Delta = [\vec{n}_p, \vec{a}_d] = (5; 0; 5)$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t \end{cases}$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$.

Phương trình đường thẳng đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng $(Q): x + y - z + 3 = 0$ là.

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$
C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$

Hướng dẫn giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi $B = \Delta \cap d$

$$B \in d \Rightarrow B(3+t; 3+3t; 2t)$$

$$\vec{AB} = (t+2; 3t+1; 2t+1)$$

(Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; 1; -1)$

$$\Delta // (Q) \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{n}_Q$$

$$\Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{n}_Q = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1$$

Δ đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và

$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình đường thẳng song song với $d: \begin{cases} x=3 \\ y=-1+t \\ z=4+t \end{cases}$ và cắt hai đường thẳng

$\Delta_1; \Delta_2$ là.

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \\ z=3-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3-t \\ z=-3-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3+t \\ z=-3+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2 \\ y=-3+t \\ z=3+t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi $A = \Delta \cap \Delta_1, B = \Delta \cap \Delta_2$

$$A \in \Delta_1 \Rightarrow A(-1+3a; 2+a; 1+2a)$$

$$B \in \Delta_2 \Rightarrow B(1+b; 2b; -1+3b)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-3a+b+2; -a+2b-2; -2a+3b-2)$$

d có vector chỉ phương $\vec{a}_d = (0; 1; 1)$

$\Delta // d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \vec{a}_d$ cùng phương

\Leftrightarrow có một số k thỏa $\overrightarrow{AB} = k\vec{a}_d$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3a+b+2=0 \\ -a+2b-2=k \\ -2a+3b-2=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a+b=-2 \\ -a+2b-k=2 \\ -2a+3b-k=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ k=-1 \end{cases}$$

Ta có $A(2; 3; 3); B(2; 2; 2)$

Δ đi qua điểm $A(2; 3; 3)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0; -1; -1)$

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 39. (ĐH A2007) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Phương trình đường thẳng vuông góc với } (P): 7x + y - 4z = 0 \text{ và cắt hai đường}$$

thẳng d_1, d_2 là.

A. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$

B. $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}$

C. $\frac{x+2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}$

D. $\frac{x+2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-4}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm

Gọi $A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$

$A \in d_1 \Rightarrow A(2a; 1-a; -2+a)$

$B \in d_2 \Rightarrow B(-1+2b; 1+b; 3)$

$\overrightarrow{AB} = (-2a+2b-1; a+b; -a+5)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_p} = (7; 1; -4)$

$d \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}$ cùng phương

\Leftrightarrow có một số k thỏa $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{n_p}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-1=7k \\ a+b=k \\ -a+5=-4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2b-7k=1 \\ a+b-k=0 \\ -a+4k=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ k=-1 \end{cases}$$

d đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_p} = (7; 1; -4)$

Vậy phương trình của d là $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình

đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2; 3; -1)$ cắt d tại B sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$ bằng $2\sqrt{3}$.

A. Cả C và D

B. $\frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}$

C. $\frac{x+3}{-5} = \frac{y+6}{-9} = \frac{z-2}{5}$

D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+2}{-1}$

Hướng dẫn giải

$$B \in d \Rightarrow B(1+t; 2+2t; -t)$$

$$d[B, (\alpha)] = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(3; 6; -2), \overline{AB} = (1; 3; -1) \\ B(-3; -6; 4), \overline{AB} = (-5; -9; 5) \end{cases}$$

Δ đi qua điểm B và có vector chỉ phương \overline{AB}

$$\text{Vậy phương trình của } \Delta \text{ là } \frac{x+3}{-5} = \frac{y+6}{-9} = \frac{z-2}{3} \text{ và } \frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+2}{-1}$$

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 2; 1)$ cắt trục tung tại B sao cho $OB = 2OA$.

A. Cả B và D

$$B. \frac{x}{2} = \frac{y-6}{4} = \frac{z}{-1}$$

$$C. \frac{x+3}{-5} = \frac{y+6}{-9} = \frac{z-2}{3}$$

$$D. \frac{x}{2} = \frac{y+6}{-8} = \frac{z}{-1}$$

Hướng dẫn giải

$$B \in Oy \Rightarrow B(0; b; 0)$$

$$OB = 2OA \Leftrightarrow \begin{cases} b=6 \\ b=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(0; 6; 0), \overline{AB} = (2; 4; -1) \\ B(0; -6; 0), \overline{AB} = (2; -8; -1) \end{cases}$$

Δ đi qua điểm B và có vector chỉ phương \overline{AB}

$$\text{Vậy phương trình của } \Delta \text{ là } \frac{x}{2} = \frac{y-6}{4} = \frac{z}{-1} \text{ và } \frac{x}{2} = \frac{y+6}{-8} = \frac{z}{-1}$$

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $B(1; 1; 2)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$ tại C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

A. Cả C và D

$$B. \frac{x}{2} = \frac{y-6}{4} = \frac{z}{-1}$$

$$C. \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$$

$$D. \frac{x-1}{31} = \frac{y-1}{78} = \frac{z-2}{-109}$$

Hướng dẫn giải

$$C \in d \Rightarrow C(2+t; 3-2t; -1+t)$$

$$\overrightarrow{OC} = (2+t; 3-2t; -1+t)$$

$$\overrightarrow{OB} = (1; 1; 2)$$

$$[\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}] = (5t-7; t+5; 1-3t)$$

$$S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}]| \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow \overrightarrow{BC} = (3; -2; -1) \\ t = \frac{-4}{35} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \left(\frac{31}{35}; \frac{78}{35}; -\frac{109}{35}\right) \end{cases}$$

Δ đi qua điểm B và có vector chỉ phương \overrightarrow{BC}

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ và $\frac{x-1}{31} = \frac{y-1}{78} = \frac{z-2}{-109}$

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-2+t \end{cases} \text{ . Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng } d_1, d_2 \text{ là.}$$

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=2-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+3t \\ z=2+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1-3t \\ z=2+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1+3t \\ z=-2-t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm

$$\text{Gọi } A = d \cap d_1, B = d \cap d_2$$

$$A \in d_1 \Rightarrow A(2+a; 1-a; 2-a)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(b; 3; -2+b)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-a+b-2; a+2; a+b-4)$$

$$d_1 \text{ có vector chỉ phương } \vec{a}_1 = (1; -1; -1)$$

$$d_2 \text{ có vector chỉ phương } \vec{a}_2 = (1; 0; 1)$$

$$\begin{cases} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \vec{a}_1 \\ \overrightarrow{AB} \perp \vec{a}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{a}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{a}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow A(2; 1; 2); B(3; 3; 1)$$

d đi qua điểm $A(2; 1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{a}_d = \overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$

Vậy phương trình của d là $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1+3t \\ z=2+t \end{cases}$

Vận dụng cao

- Câu 44.** (ĐH A2012) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Phương trình đường thẳng Δ là.
- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{2}$
C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{2}$ D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$

Hướng dẫn giải

$$M \in d \Rightarrow M(-1+2t; t; t+2)$$

$$A \text{ là trung điểm } MN \Rightarrow N(3-2t; -2-t; 2-t)$$

$$N \in (P) \Rightarrow t=2 \Rightarrow M(3; 2; 4)$$

$$\Delta \text{ đi qua điểm } M(3; 2; 4) \text{ và có vectơ chỉ phương } \vec{a}_\Delta = \vec{AM} = (2; 3; 2)$$

$$\text{Vậy phương trình của } \Delta \text{ là } \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$$

- Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 29$ và $A(1; -2; 1)$. Đường thẳng Δ cắt d và (S) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-1}{-1}$ và $\frac{x-1}{7} = \frac{y+2}{11} = \frac{z-1}{-10}$

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+1}{-1}$ và $\frac{x-1}{7} = \frac{y+2}{11} = \frac{z-1}{-10}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-1}{-1}$ và $\frac{x+1}{7} = \frac{y-2}{11} = \frac{z+1}{-10}$

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+1}{-1}$ và $\frac{x+1}{7} = \frac{y-2}{11} = \frac{z+1}{-10}$

Hướng dẫn giải

$$M \in d \Rightarrow M(2+t; 1+2t; 1-t)$$

$$A \text{ là trung điểm } MN \Rightarrow N(-t; -5-2t; 1+t)$$

$$N \in (S) \Rightarrow 6t^2 + 14t - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow \vec{MN} = (-4; -10; 2) = -2(2; 5; -1) \\ t=-\frac{10}{3} \Rightarrow \vec{MN} = \left(\frac{14}{3}; \frac{22}{3}; -\frac{20}{3}\right) = \frac{2}{3}(7; 11; -10) \end{cases}$$

Δ đi qua điểm $A(1; -2; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a}_\Delta = \vec{MN}$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-1}{-1}$ và $\frac{x-1}{7} = \frac{y+2}{11} = \frac{z-1}{-10}$

Câu 46. (ĐH B2009) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P) , đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất có phương trình là.

A. $\frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$

B. $\frac{x-2}{26} = \frac{y+1}{11} = \frac{z-3}{-2}$

C. $\frac{x-3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z+1}{-2}$

D. $\frac{x+2}{26} = \frac{y-1}{11} = \frac{z+3}{-2}$

Hướng dẫn giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi mặt phẳng (Q) qua $A(-3; 0; 1)$ và song song với (P) . Khi đó: $(Q): x - 2y + 2z + 1 = 0$

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của B lên $\Delta, (Q)$. Ta có $d(B, \Delta) = BK \geq BH$. Do đó AH là đường thẳng cần tìm.

(Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -2; 2)$

BH qua B và có vector chỉ phương $\vec{a}_{BH} = \vec{n}_Q = (1; -2; 2)$

$$BH: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

$$H \in BH \Rightarrow H(1+t; -1-2t; 3+2t)$$

$$H \in (P) \Rightarrow t = -\frac{10}{9} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}\right)$$

Δ đi qua điểm $A(-3; 0; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a}_\Delta = \vec{AH} = \left(\frac{26}{9}; \frac{11}{9}; -\frac{2}{9}\right) = \frac{1}{9}(26; 11; -2)$

Vậy phương trình của Δ là $\Delta: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) . Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng bằng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là.

A. Cả B và C

B. $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+5}{1}$

$$C. \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{1}$$

$$D. \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-5}{1} \text{ và } \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-5}{1}$$

Hướng dẫn giải

Gọi $M = d \cap (P)$

$$M \in d \Rightarrow M(3+2t; -2+t; -1-t)$$

$$M \in (P) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(1; -3; 0)$$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$

d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (2; 1; -1)$

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = [\vec{a}_d, \vec{n}_P] = (2; -3; 1)$

Gọi $N(x; y; z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ , khi đó $\vec{MN} = (x-1; y+3; z)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{MN} \perp \vec{a}_\Delta \\ N \in (P) \\ MN = \sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y + z - 11 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \\ (x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 42 \end{cases}$$

Giải hệ ta tìm được hai điểm $N(5; -2; -5)$ và $N(-3; -4; 5)$

$$\text{Với } N(5; -2; -5), \text{ ta có } \Delta: \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+5}{1}$$

$$\text{Với } N(-3; -4; 5), \text{ ta có } \Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{1}$$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 1; 2)$, hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 3+t \\ y = -1+2t \\ z = 4 \end{cases}$ và

$\Delta_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm I và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là.

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = 2+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2+t \end{cases}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$

Hướng dẫn giải

- Gọi (α_1) là mặt phẳng qua I và Δ_1

Δ_1 đi qua $M_1(3; -1; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_1 = (1; 2; 0)$

$$\overline{IM}_1 = (2; -2; 2)$$

$$(\alpha_1) \text{ có vector pháp tuyến } \vec{n}_1 = [\vec{a}_1, \overline{IM}_1] = (4; -2; -6)$$

- Gọi (α_2) là mặt phẳng qua I và Δ_2

$$\Delta_2 \text{ đi qua } M_2(-2; 0; 2) \text{ và có vector chỉ phương } \vec{a}_2 = (1; 1; 2)$$

$$\overline{IM}_2 = (-3; -1; 0)$$

$$(\alpha_2) \text{ có vector pháp tuyến } \vec{n}_2 = [\vec{a}_2, \overline{IM}_2] = (2; -6; 2)$$

- d đi qua điểm $I(1; 1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{a}_d = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-40; -20; -20)$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } d \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$, mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 5 = 0$ và $M(1; -1; 0)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M , cắt d và tạo với (P) một góc 30° . Phương trình đường thẳng Δ là.

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-1}{23} = \frac{y+1}{14} = \frac{z}{-1}$
B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và $\frac{x-4}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{5}$
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và $\frac{x+4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+5}{5}$
D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và $\frac{x-4}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-5}{5}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } N = \Delta \cap d$$

$$N \in d \Rightarrow N(2+2t; t; -2+t)$$

$$\Delta \text{ có vector chỉ phương } \overline{MN} = (1+2t; 1+t; -2+t)$$

$$(P) \text{ có vector pháp tuyến } \vec{n}_p = (2; -1; -1)$$

$$\sin[d, (P)] = \frac{|\overline{MN} \cdot \vec{n}_p|}{|\overline{MN}| \cdot |\vec{n}_p|} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow \overline{MN} = (1; 1; -2) \\ t = \frac{9}{5} \Rightarrow \overline{MN} = \left(\frac{23}{5}; \frac{14}{5}; -\frac{1}{5}\right) \end{cases}$$

$$\Delta \text{ đi qua điểm } M(1; -1; 0) \text{ và có vector chỉ phương } \vec{a}_d = \overline{MN}$$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và $\frac{x-1}{23} = \frac{y+1}{14} = \frac{z}{-1}$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với

$(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{7}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{-7}$

Hướng dẫn giải

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = (1;-2;2)$

d có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (a;b;c)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2;-1;-1)$

Vì $d \parallel (P)$ nên $\vec{a}_d \perp \vec{n}_P \Leftrightarrow \vec{a}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 2a - b - c = 0 \Leftrightarrow c = 2a - b$

$$\cos(\Delta, d) = \frac{|5a - 4b|}{3\sqrt{5a^2 - 4ab + 2b^2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5a - 4b)^2}{5a^2 - 4ab + 2b^2}}$$

$$\text{Đặt } t = \frac{a}{b}, \text{ ta có: } \cos(\Delta, d) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{(5t - 4)^2}{5t^2 - 4t + 2}}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{(5t - 4)^2}{5t^2 - 4t + 2}$, ta suy ra được: $\max f(t) = f\left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Do đó: } \max[\cos(\Delta, d)] = \sqrt{\frac{5\sqrt{3}}{27}} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{5}$$

Chọn $a = 1 \Rightarrow b = -5, c = 7$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua $A(-1;0;-1)$, cắt $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$, sao

cho góc giữa d và $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$ là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$

B. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-2}$

C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{-2}$

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } M = d \cap \Delta_1 \Rightarrow M(1+2t; 2+t; -2-t)$$

$$d \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{a}_d = \vec{AM} = (2t+2; t+2; -1-t)$$

$$\Delta_2 \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{a}_2 = (-1; 2; 2)$$

$$\cos(d; \Delta_2) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9}}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2}{6t^2 + 14t + 9}, \text{ ta suy ra được } \min f(t) = f(0) = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

$$\text{Do đó } \min[\cos(\Delta, d)] = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \vec{AM} = (2; 2-1)$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } d \text{ là } \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua $A(3; -1; 1)$, nằm trong mặt phẳng

$(P): x - y + z - 5 = 0$, đồng thời tạo với $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ một góc 45° . Phương trình đường thẳng d là

A. Cả B và C

$$\text{C. } \begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = 1 - 15t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = -1 - 15t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{a}_\Delta = (1; 2; 2)$$

$$d \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{a}_d = (a; b; c)$$

$$(P) \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}_p = (1; -1; 1)$$

$$d \subset (P) \Rightarrow \vec{a}_d \perp \vec{n}_p \Leftrightarrow b = a + c; \quad (1)$$

$$(\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \cos(\Delta, d) = \cos 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \frac{|a + 2b + 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2(a + 2b + 2c)^2 = 9(a^2 + b^2 + c^2); \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có: } 14c^2 + 30ac = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 15a + 7c = 0 \end{cases}$$

Với $c = 0$, chọn $a = b = 1$, phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 \end{cases}$$

Với $15a + 7c = 0$, chọn $a = 7 \Rightarrow c = -15; b = -8$, phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 3 + 7t \\ y = -1 - 8t \\ z = 1 - 15t \end{cases}$$

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$ và

$d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt d_1, d_2, d_3 lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho

$AB = BC$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{-1}$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$

Hướng dẫn giải

Gọi $A \in d_1, B \in d_2, C \in d_3$

Ta có: $A(a; 4-a; -1+2a), B(b; 2-3b; -3b), C(-1+5c; 1+2c; -1+c)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow A, B, C$ thẳng hàng và $AB = BC$

$\Leftrightarrow B$ là trung điểm AC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1+5c = 2b \\ 4-a+1+2c = 2(2-3b) \\ -1+2a-a+c = 2(-3b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra $A(1; 3; 1), B(0; 2; 0), C(-1; 1; -1)$

Δ đi qua điểm $B(0; 2; 0)$ và có vectơ chỉ phương là $\overline{CB} = (1; 1; 1)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$,

$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với

(P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{29}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. Cả B và D

$$B. \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

$$A \in d_1 \Rightarrow A(1 + 2a; -1 + a; a)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(1 + b; 2 + 2b; b)$$

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương } \overrightarrow{AB} = (b - 2a; 3 + 2b - a; b - a)$$

$$(P) \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}_p = (1; 1; -2)$$

$$\text{Vì } \Delta // (P) \text{ nên } \overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_p \Leftrightarrow b = a - 3. \text{ Khi đó } \overrightarrow{AB} = (-a - 3; a - 3; -3)$$

$$\text{Theo đề bài: } AB = \sqrt{29} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3; 0; 1), \overrightarrow{AB} = (-4; -2; -3) \\ A(-1; -2; -1), \overrightarrow{AB} = (-2; -4; -3) \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và

$$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}. \text{ Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng song song với } (P): x + y + z - 7 = 0 \text{ và cắt } d_1, d_2$$

lần lượt tại hai điểm A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là.

$$A. \begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x = 6 \\ y = \frac{5}{2} - t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \frac{5}{2} + t \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

$$A \in d_1 \Rightarrow A(1 + 2a; a; -2 - a)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(1 + b; -2 + 3b; 2 - 2b)$$

$$\Delta \text{ có vectơ chỉ phương } \overrightarrow{AB} = (b - 2a; 3b - a - 2; -2b + a + 4)$$

$$(P) \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}_p = (1; 1; 1)$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Vì $\Delta // (P)$ nên $\overline{AB} \perp \overline{n_p} \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{n_p} = 0 \Leftrightarrow b = a - 1$. Khi đó $\overline{AB} = (-a - 1; 2a - 5; 6 - a)$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-a-1)^2 + (2a-5)^2 + (6-a)^2} \\ &= \sqrt{6a^2 - 30a + 62} \\ &= \sqrt{6\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}} \geq \frac{7\sqrt{2}}{2}; \forall a \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = \frac{5}{2} \Rightarrow A\left(6; \frac{5}{2}; -\frac{9}{2}\right)$, $\overline{AB} = \left(-\frac{7}{2}; 0; \frac{7}{2}\right)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(6; \frac{5}{2}; -\frac{9}{2}\right)$ và vec tơ chỉ phương $\overline{u_d} = (-1; 0; 1)$

Vậy phương trình của Δ là

$$\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$$