

## CHƯƠNG II: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

### I. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

#### VẤN ĐỀ I. Tìm điều kiện để phân thức có nghĩa

**Bài 1.** Tìm điều kiện xác định của phân thức:

a)  $\frac{x^2 - 4}{9x^2 - 16}$

b)  $\frac{2x - 1}{x^2 - 4x + 4}$

c)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$

d)  $\frac{5x - 3}{2x^2 - x}$

e)  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 1}$

f)  $\frac{2}{(x + 1)(x - 3)}$

g)  $\frac{2x + 1}{x^2 - 5x + 6}$

**Bài 2.** Tìm điều kiện xác định của phân thức:

a)  $\frac{1}{x^2 + y^2}$

b)  $\frac{x^2y + 2x}{x^2 - 2x + 1}$

c)  $\frac{5x + y}{x^2 + 6x + 10}$

d)  $\frac{x + y}{(x + 3)^2 + (y - 2)^2}$

#### VẤN ĐỀ II. Tìm điều kiện để phân thức bằng 0

**Bài 1.** Tìm các giá trị của biến số  $x$  để phân thức sau bằng không:

a)  $\frac{2x - 1}{5x - 10}$

b)  $\frac{x^2 - x}{2x}$

c)  $\frac{2x + 3}{4x - 5}$

d)  $\frac{(x - 1)(x + 2)}{x^2 - 4x + 3}$

e)  $\frac{(x - 1)(x + 2)}{x^2 - 4x + 3}$

f)  $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

**Bài 2.** Tìm các giá trị của biến số  $x$  để phân thức sau bằng không:

a)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10}$

b)  $\frac{x^3 - 16x}{x^3 - 3x^2 - 4x}$

c)  $\frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x - 3}$

#### VẤN ĐỀ III. Chứng minh một phân thức luôn có nghĩa

**Bài 1.** Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa:

a)  $\frac{3}{x^2 + 1}$

b)  $\frac{3x - 5}{(x - 1)^2 + 2}$

c)  $\frac{5x + 1}{x^2 + 2x + 4}$

d)  $\frac{x^2 - 4}{-x^2 + 4x - 5}$

e)  $\frac{x + 5}{x^2 + x + 7}$

**Bài 2.** Chứng minh các phân thức sau luôn có nghĩa:

a)  $\frac{x+y}{x^2+2y^2+1}$

b)  $\frac{4}{x^2+y^2-2x+2}$

## II. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

### VẤN ĐỀ I. Phân thức bằng nhau

**Bài 1.** Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x} \quad (x \neq 0)$

b)  $\frac{-3x^2}{2y} = \frac{3x^2}{-2y} \quad (y \neq 0)$

c)  $\frac{2(x-y)}{3(y-x)} = \frac{-2}{3} \quad (x \neq y)$

d)  $\frac{2xy}{3a} = \frac{8xy^2}{12ay} \quad (a \neq 0, y \neq 0)$

e)  $\frac{1-x}{2-y} = \frac{x-1}{y-2} \quad (y \neq 2)$

f)  $\frac{2a}{-5b} = \frac{-2a}{5b} \quad (b \neq 0)$

**Bài 2.** Chứng minh các đẳng thức sau:

a)  $\frac{x-2}{-x} = \frac{2^3-x^3}{x(x^2+2x+4)} \quad (x \neq 0)$

b)  $\frac{3x}{x+y} = \frac{-3x(x-y)}{y^2-x^2} \quad (x \neq \pm y)$

c)  $\frac{x+y}{3a} = \frac{3a(x+y)^2}{9a^2(x+y)} \quad (a \neq 0, x \neq -y)$

**Bài 3.** Với những giá trị nào của  $x$  thì hai phân thức sau bằng nhau:

a)  $\frac{x-2}{x^2-5x+6}$  và  $\frac{1}{x-3}$

**Bài 4.** Cho hai phân thức A và B. Hãy xét sự bằng nhau của chúng trong các trường hợp sau:

i)  $x \in \mathbb{N}$

ii)  $x \in \mathbb{Z}$

iii)  $x \in \mathbb{Q}$

a)  $A = \frac{(2x+1)(x-2)}{3(2x+1)}, B = \frac{x-2}{3}$

**Bài 5.** Cho ba phân thức A, B và C. Hãy xét sự bằng nhau của chúng trong các trường hợp sau:

i)  $x \in \mathbb{N}$

ii)  $x \in \mathbb{Z}$

iii)  $x \in \mathbb{Q}$

a)  $A = \frac{x+1}{5}, B = \frac{(x+1)(x+2)}{5(x+2)}, C = \frac{(x+1)(3x-2)}{5(3x-2)}$

### VẤN ĐỀ II. Rút gọn phân thức

**Bài 1.** Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{5x}{10}$

b)  $\frac{4xy}{2y} \quad (y \neq 0)$

c)  $\frac{21x^2y^3}{6xy} \quad (xy \neq 0)$

d)  $\frac{2x+2y}{4}$

e)  $\frac{5x-5y}{3x-3y} \quad (x \neq y)$

f)  $\frac{-15x(x-y)}{3(y-x)} \quad (x \neq y)$

**Bài 2.** Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{x^2-16}{4x-x^2} \quad (x \neq 0, x \neq 4)$

b)  $\frac{x^2+4x+3}{2x+6} \quad (x \neq -3)$

c)  $\frac{15x(x+y)^3}{5y(x+y)^2} \quad (y+(x+y) \neq 0)$

d)  $\frac{5(x-y)-3(y-x)}{10(x-y)} \quad (x \neq y)$

e)  $\frac{2x+2y+5x+5y}{2x+2y-5x-5y} \quad (x \neq -y)$

f)  $\frac{x^2-xy}{3xy-3y^2} \quad (x \neq y, y \neq 0)$

g)  $\frac{2ax^2 - 4ax + 2a}{5b - 5bx^2}$  ( $b \neq 0, x \neq \pm 1$ )

h)  $\frac{4x^2 - 4xy}{5x^3 - 5x^2y}$  ( $x \neq 0, x \neq y$ )

i)  $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x+y+z}$  ( $x+y+z \neq 0$ )

k)  $\frac{x^6 + 2x^3y^3 + y^6}{x^7 - xy^6}$  ( $x \neq 0, x \neq \pm y$ )

**Bài 3.** Rút gọn, rồi tính giá trị các phân thức sau:

a)  $A = \frac{(2x^2 + 2x)(x-2)^2}{(x^3 - 4x)(x+1)}$  với  $x = \frac{1}{2}$

b)  $B = \frac{x^3 - x^2y + xy^2}{x^3 + y^3}$  với  $x = -5, y = 10$

**Bài 4.** Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{(a+b)^2 - c^2}{a+b+c}$

b)  $\frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab}{a^2 - b^2 + c^2 + 2ac}$

c)  $\frac{2x^3 - 7x^2 - 12x + 45}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

**Bài 5.** Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}$

b)  $\frac{x^3 - y^3 + z^3 + 3xyz}{(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z-x)^2}$

c)  $\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2}$

d)  $\frac{a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)}{a^4(b^2 - c^2) + b^4(c^2 - a^2) + c^4(a^2 - b^2)}$

e)  $\frac{a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)}{ab^2 - ac^2 - b^3 + bc^2}$

f)  $\frac{x^{24} + x^{20} + x^{16} + \dots + x^4 + 1}{x^{26} + x^{24} + x^{22} + \dots + x^2 + 1}$

**Bài 6.** Tìm giá trị của biến  $x$  để:

a)  $P = \frac{1}{x^2 + 2x + 6}$  đạt giá trị lớn nhất

ĐS:  $\max P = \frac{1}{5}$  khi  $x = -1$

b)  $Q = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1}$  đạt giá trị nhỏ nhất

ĐS:  $\min Q = \frac{3}{4}$  khi  $x = 1$

**Bài 7.** Chứng minh rằng phân thức sau đây không phụ thuộc vào  $x$  và  $y$ :

a)  $\frac{(x^2 + a)(1+a) + a^2x^2 + 1}{(x^2 - a)(1-a) + a^2x^2 + 1}$

b)  $\frac{3xy - 3x + 2y - 2}{y - 1} - \frac{9x^2 - 1}{3x - 1}$  ( $x \neq \frac{1}{3}, y \neq 1$ )

c)  $\frac{ax^2 - a}{x + 1} - \frac{axy + ax - ay - a}{y + 1}$  ( $x \neq -1, y \neq -1$ )

d)  $\frac{(x+a)^2 - x^2}{2x+a}$

e)  $\frac{x^2 - y^2}{(x+y)(ay - ax)}$

f)  $\frac{2ax - 2x - 3y + 3ay}{4ax + 6x + 9y + 6ay}$

### III. CÁC PHÉP TOÁN VỀ PHÂN THỨC

#### VẤN ĐỀ I. Qui đồng mẫu thức của nhiều phân thức

**Bài 1.** Tìm điều kiện để các phân thức sau có nghĩa và tìm mẫu thức chung của chúng:

a)  $\frac{x}{16}, \frac{xy}{20}$

b)  $\frac{1}{4x}, \frac{3}{6y}$

c)  $\frac{xy}{8}, \frac{y}{15}$

d)  $\frac{x}{2y}, \frac{y}{2x}$

e)  $\frac{xy}{8}, \frac{yz}{12}, \frac{xz}{24}$

f)  $\frac{xy}{2z}, \frac{yz}{3x}, \frac{zx}{4y}$

**Bài 2.** Tìm điều kiện để các phân thức sau có nghĩa và tìm mẫu thức chung của chúng:

a)  $\frac{5}{2x-4}, \frac{4}{3x-9}, \frac{7}{50-25x}$

b)  $\frac{x}{4+2a}, \frac{y}{4-2a}, \frac{z}{4-a^2}$

c)  $\frac{2a}{b^2}, \frac{x}{2a+2b}, \frac{y}{a^2-b^2}$

d)  $\frac{3}{2x+6}, \frac{x-2}{x^2+6x+9}$

e)  $\frac{1}{x^2-2x+1}, \frac{2}{x^2+2x}$

f)  $\frac{x^4+1}{x^2-1}, x^2+1$

**Bài 3.** Qui đồng mẫu thức các phân thức sau:

a)  $\frac{x}{2x^2+7x-15}, \frac{x+2}{x^2+3x-10}, \frac{1}{x+5}$

b)  $\frac{1}{-x^2+3x-2}, \frac{1}{x^2+5x-6}, \frac{1}{-x^2+4x-3}$

c)  $\frac{3}{x^3-1}, \frac{2x}{x^2+x+1}, \frac{x}{x-1}$

d)  $\frac{x}{x^2-2xy+y^2-z^2}, \frac{y}{x^2+2yz-y^2-z^2}, \frac{z}{x^2-2xz-y^2+z^2}$

#### VẤN ĐỀ II. Thực hiện các phép toán trên phân thức

**Bài 1.** Thực hiện phép tính:

a)  $\frac{x-5}{5} + \frac{1-x}{5}$

b)  $\frac{x-y}{8} + \frac{2y}{8}$

c)  $\frac{x^2-x}{xy} + \frac{1-4x}{xy}$

d)  $\frac{5xy^2-x^2y}{3xy} + \frac{4xy^2+x^2y}{3xy}$

e)  $\frac{x+1}{a-b} + \frac{x-1}{a-b} + \frac{x+3}{a-b}$

f)  $\frac{5xy-4y}{2x^2y^3} + \frac{3xy+4y}{2x^2y^3}$

g)  $\frac{2x^2-xy}{x-y} + \frac{xy+y^2}{y-x} + \frac{2y^2-x^2}{x-y}$

**Bài 2.** Thực hiện phép tính:

a)  $\frac{2x+4}{10} + \frac{2-x}{15}$

b)  $\frac{3x}{10} + \frac{2x-1}{15} + \frac{2-x}{20}$

c)  $\frac{x+1}{2x-2} + \frac{x^2+3}{2-2x^2}$

$$\begin{array}{lll} \text{d)} \frac{1-2x}{2x} + \frac{2x}{2x-1} + \frac{1}{2x-4x^2} & \text{e)} \frac{x}{xy-y^2} + \frac{2x-y}{xy-x^2} & \text{f)} \frac{x^2}{x^2-4x} + \frac{6}{6-3x} + \frac{1}{x+2} \\ \text{g)} \frac{2x^2-10xy}{2xy} + \frac{5y-x}{y} + \frac{x+2y}{x} & \text{h)} \frac{2}{x+y} + \frac{1}{x-y} + \frac{-3x}{x^2-y^2} & \text{i)} x+y + \frac{x^2+y^2}{x+y} \end{array}$$

**Bài 3.** Thực hiện phép tính:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{2x}{x^2+2xy} + \frac{y}{xy-2y^2} + \frac{4}{x^2-4y^2} & \text{b)} \frac{1}{x-y} + \frac{3xy}{y^3-x^3} + \frac{x-y}{x^2+xy+y^2} \\ \text{c)} \frac{2x+y}{2x^2-xy} + \frac{16x}{y^2-4x^2} + \frac{2x-y}{2x^2+xy} & \text{d)} \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}} \end{array}$$

**Bài 4.** Thực hiện phép tính:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{1-3x}{2} - \frac{x+3}{2} & \text{b)} \frac{2(x+y)(x-y)}{x} - \frac{-2y^2}{x} & \text{c)} \frac{3x+1}{x+y} - \frac{2x-3}{x+y} \\ \text{d)} \frac{xy}{2x-y} - \frac{x^2-1}{y-2x} & \text{e)} \frac{4x-1}{3x^2y} - \frac{7x-1}{3x^2y} & \end{array}$$

**Bài 5.** Thực hiện phép tính:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{4x+1}{2} - \frac{3x+2}{3} & \text{b)} \frac{x+3}{x} - \frac{x}{x-3} + \frac{9}{x^2-3x} & \text{c)} \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+x} \\ \text{d)} \frac{1}{3x-2} - \frac{4}{3x+2} - \frac{-10x+8}{9x^2-4} & \text{e)} \frac{3}{2x^2+2x} + \frac{2x-1}{x^2-1} - \frac{2}{x} & \text{f)} \frac{3x}{5x+5y} - \frac{x}{10x-10y} \\ \text{g)} \frac{4a^2-3a+5}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{6}{a-1} & \text{h)} \frac{5x^2-y^2}{xy} - \frac{3x-2y}{y} & \text{i)} \frac{x+9y}{x^2-9y^2} - \frac{3y}{x^2+3xy} \\ \text{k)} \frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1} & \text{l)} \frac{3}{2x+6} - \frac{x-6}{2x^2+6x} & \text{m)} x^2+1 - \frac{x^4+1}{x^2+1} \\ \text{n)} \frac{5}{a+1} - \frac{10}{a-(a^2+1)} - \frac{15}{a^3+1} & & \end{array}$$

**Bài 6.** Thực hiện phép tính:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{1}{x} \cdot \frac{6x}{y} & \text{b)} \frac{2x^2}{y} \cdot 3xy^2 & \text{c)} \frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2} \\ \text{d)} \frac{2x^2}{x-y} \cdot \frac{y}{5x^3} & \text{e)} \frac{5x+10}{4x-8} \cdot \frac{4-2x}{x+2} & \text{f)} \frac{x^2-36}{2x+10} \cdot \frac{3}{6-x} \\ \text{g)} \frac{x^2-9y^2}{x^2y^2} \cdot \frac{3xy}{2x-6y} & \text{h)} \frac{3x^2-3y^2}{5xy} \cdot \frac{15x^2y}{2y-2x} & \text{i)} \frac{2a^3-2b^3}{3a+3b} \cdot \frac{6a+6b}{a^2-2ab+b^2} \end{array}$$

**Bài 7.** Thực hiện phép tính:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{2x}{3} : \frac{5}{6x^2} & \text{b)} 16x^2y^2 : \left( -\frac{18x^2y^5}{5} \right) & \text{c)} \frac{25x^3y^5}{3} : 15xy^2 \\ \text{d)} \frac{x^2-y^2}{6x^2y} : \frac{x+y}{3xy} & \text{e)} \frac{a^2+ab}{b-a} : \frac{a+b}{2a^2-2b^2} & \text{f)} \frac{x+y}{y-x} : \frac{x^2+xy}{3x^2-3y^2} \\ \text{g)} \frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x} & \text{h)} \frac{5x-15}{4x+4} : \frac{x^2-9}{x^2+2x+1} & \text{i)} \frac{6x+48}{7x-7} : \frac{x^2-64}{x^2-2x+1} \end{array}$$

$$k) \frac{4x-24}{5x+5} : \frac{x^2-36}{x^2+2x+1} \quad l) \frac{3x+21}{5x+5} : \frac{x^2-49}{x^2+2x+1} \quad m) \frac{3-3x}{(1+x)^2} : \frac{6x^2-6}{x+1}$$

**Bài 8.** Thực hiện phép tính:

$$a) \left( \frac{1}{x^2+x} - \frac{2-x}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{x} + x - 2 \right) \quad b) \left( \frac{3x}{1-3x} + \frac{2x}{3x+1} \right) : \frac{6x^2+10x}{1-6x+9x^2}$$

$$c) \left( \frac{9}{x^3-9x} + \frac{1}{x+3} \right) : \left( \frac{x-3}{x^2+3x} - \frac{x}{3x+9} \right) \quad d) \frac{x+1}{x+2} : \left( \frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right)$$

**Bài 9.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} \quad b) \frac{\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x}}{\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x+1}} \quad c) 1 - \frac{x}{1 - \frac{x}{x+1}}$$

$$d) \frac{1 - \frac{2}{x+1}}{1 - \frac{x^2-2}{x^2-1}} \quad e) \frac{\frac{x}{y} + \frac{y}{x}}{\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y}} \quad f) \frac{\frac{a-x}{a} + \frac{x}{a-x}}{\frac{a+x}{a} - \frac{x}{a+x}}$$

**Bài 10.** Tìm các giá trị nguyên của biến số  $x$  để biểu thức đã cho cũng có giá trị nguyên:

$$a) \frac{x^3-x^2+2}{x-1} \quad b) \frac{x^3-2x^2+4}{x-2} \quad c) \frac{2x^3+x^2+2x+2}{2x+1}$$

$$d) \frac{3x^3-7x^2+11x-1}{3x-1} \quad e) \frac{x^4-16}{x^4-4x^3+8x^2-16x+16}$$

**Bài 11.** \* Phân tích các phân thức sau thành tổng các phân thức mà mẫu thức là các nhị thức bậc nhất:

$$a) \frac{2x-1}{x^2-5x+6} \quad b) \frac{x^2+2x+6}{(x-1)(x-2)(x-4)} \quad c) \frac{3x^2+3x+12}{(x-1)(x+2)x}$$

**Bài 12.** \* Tìm các số A, B, C để có:

$$a) \frac{x^2-x+2}{(x-1)^3} = \frac{A}{(x-1)^3} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-1} \quad b) \frac{x^2+2x-1}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

**Bài 13.** \* Tính các tổng:

$$a) A = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

$$b) B = \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

**Bài 14.** \* Tính các tổng:

$$a) A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \quad HD: \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$$

$$b) B = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \quad HD: \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{k} + \frac{1}{k+2} \right) - \frac{1}{k+1}$$

**Bài 15.** \* Chứng minh rằng với mọi  $m \in N$ , ta có:

$$a) \frac{4}{4m+2} = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{(m+1)(2m+1)}$$

$$b) \frac{4}{4m+3} = \frac{1}{m+2} + \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \frac{1}{(m+1)(4m+3)}$$

$$c) \frac{4}{8m+5} = \frac{1}{2(m+1)} + \frac{1}{2(m+1)(3m+2)} + \frac{1}{2(3m+2)(8m+5)}$$

$$d) \frac{4}{3m+2} = \frac{1}{m+1} + \frac{1}{3m+2} + \frac{1}{(m+1)(3m+2)}$$

## BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG II

**Bài 1.** Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{8}{(x^2+3)(x^2-1)} + \frac{2}{x^2+3} + \frac{1}{x+1}$$

$$c) \frac{x-1}{x^3} - \frac{x+1}{x^3-x^2} + \frac{3}{x^3-2x^2+x}$$

$$e) \frac{x^3}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$g) \left( \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right) \cdot \left( \frac{x^2+y^2}{2xy} + 1 \right) \cdot \frac{xy}{x^2+y^2}$$

$$i) \frac{[a^2 - (b+c)^2](a+b-c)}{(a+b+c)(a^2+c^2-2ac-b^2)}$$

$$b) \frac{x+y}{2(x-y)} - \frac{x-y}{2(x+y)} + \frac{2y^2}{x^2-y^2}$$

$$d) \frac{xy}{ab} + \frac{(x-a)(y-a)}{a(a-b)} - \frac{(x-b)(y-b)}{b(a-b)}$$

$$f) \frac{x^3+x^2-2x-20}{x^2-4} - \frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-2}$$

$$h) \frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)}$$

$$k) \left[ \frac{x^2-y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} \left( \frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \right] : \frac{x-y}{x}$$

**Bài 2.** Rút gọn các phân thức:

$$a) \frac{25x^2-20x+4}{25x^2-4}$$

$$b) \frac{5x^2+10xy+5y^2}{3x^3+3y^3}$$

$$c) \frac{x^2-1}{x^3-x^2-x+1}$$

$$d) \frac{x^3+x^2-4x-4}{x^4-16}$$

$$e) \frac{4x^4-20x^3+13x^2+30x+9}{(4x^2-1)^2}$$

**Bài 3.** Rút gọn rồi tính giá trị các biểu thức:

$$a) \frac{a^2+b^2-c^2+2ab}{a^2-b^2+c^2+2ac} \text{ với } a=4, b=-5, c=6 \quad b) \frac{16x^2-40xy}{8x^2-24xy} \text{ với } \frac{x}{y} = \frac{10}{3}$$

$$c) \frac{\frac{x^2+xy+y^2}{x+y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x-y}}{x-y - \frac{x^2}{x+y}} \text{ với } x=9, y=10$$

**Bài 4.** Biểu diễn các phân thức sau dưới dạng tổng của một đa thức và một phân thức với bậc của tử thức nhỏ hơn bậc của mẫu thức:

a)  $\frac{x^2+3}{x^2-1}$       b)  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$       c)  $\frac{x^4-x^3+4x^2-x+5}{x^2+1}$       d)  $\frac{x^5-2x^4-x-3}{x+1}$

**Bài 5.** Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức sau cũng có giá trị nguyên:

a)  $\frac{1}{x+2}$       b)  $\frac{-1}{2x+3}$       c)  $\frac{x^3-x^2+2}{x-1}$       d)  $\frac{x^3-2x^2+4}{x-2}$

**Bài 6.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{3x^2+3x}{(x+1)(2x-6)}$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.  
b) Tìm giá trị của  $x$  để  $P=1$ .

**Bài 7.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{x^2+x-6} + \frac{1}{2-x}$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.  
b) Rút gọn biểu thức P.  
c) Tìm  $x$  để  $P = \frac{-3}{4}$ .  
d) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức P cũng có giá trị nguyên.  
e) Tính giá trị của biểu thức P khi  $x^2-9=0$ .

**Bài 8.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{(a+3)^2}{2a^2+6a} \cdot \left(1 - \frac{6a-18}{a^2-9}\right)$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.  
b) Rút gọn biểu thức P.  
c) Với giá trị nào của  $a$  thì  $P=0$ ;  $P=1$ .

**Bài 9.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{x}{2x-2} + \frac{x^2+1}{2-2x^2}$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.  
b) Rút gọn biểu thức P.  
c) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = -\frac{1}{2}$ .

**Bài 10.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{x^2+2x}{2x+10} + \frac{x-5}{x} + \frac{50-5x}{2x(x+5)}$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.  
b) Tìm giá trị của  $x$  để  $P=1$ ;  $P=-3$ .

**Bài 11.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{2}{2x+3} + \frac{3}{2x+1} - \frac{6x+5}{(2x+3)(2x-3)}$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.  
b) Rút gọn biểu thức P.  
c) Tìm giá trị của  $x$  để  $P=-1$ .

**Bài 12.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}$$

- a) Tìm điều kiện xác định của P.  
b) Rút gọn biểu thức P.



c) Cho  $P = -3$ . Tính giá trị của biểu thức  $Q = 9x^2 - 42x + 49$ .

**Bài 13.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm giá trị của x để  $P = 4$ .

**Bài 14.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{x^2}{5x+25} + \frac{2x-10}{x} + \frac{50+5x}{x^2+5x}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm giá trị của x để  $P = -4$ .

**Bài 15.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{3x^2 + 6x + 12}{x^3 - 8}$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P với  $x = \frac{4001}{2000}$ .

**Bài 16.** Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{1}{x-1} - \frac{x}{1-x^3} \cdot \frac{x^2+x+1}{x+1} \right) : \frac{2x+1}{x^2+2x+1}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P khi  $x = \frac{1}{2}$ .

**Bài 17.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{x^2+2x}{2x+10} + \frac{x-5}{x} + \frac{50-5x}{2x(x+5)}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tìm giá trị của x để  $P = 0$ ;  $P = \frac{1}{4}$ .
- Tìm giá trị của x để  $P > 0$ ;  $P < 0$ .

**Bài 18.** Cho biểu thức: 
$$P = \left[ \frac{x+1}{2x-2} + \frac{3}{x^2-1} - \frac{x+3}{2x+2} \right] \cdot \frac{4x^2-4}{5}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- CMR: khi giá trị của biểu thức được xác định thì nó không phụ thuộc vào giá trị của biến x?

**Bài 19.** Cho biểu thức: 
$$P = \left( \frac{5x+2}{x^2-10} + \frac{5x-2}{x^2+10} \right) \cdot \frac{x^2-100}{x^2+4}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.
- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P khi  $x = 20040$ .

**Bài 20.** Cho biểu thức: 
$$P = \frac{x^2-10x+25}{x^2-5x}.$$

- Tìm điều kiện xác định của P.

- b) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 0$ ;  $P = \frac{5}{2}$ .
- c) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $P$  cũng có giá trị nguyên.

hoc360.net