

ÔN TẬP TỔNG HỢP

Câu 1. Tính $A = \left[2 : 4^{-2} + (3^{-2})^3 \left(\frac{1}{9} \right)^{-3} \right] : \left[5^{-3} \cdot 25^2 + (0,7)^0 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{-3} \right]$ ta được

A. $\frac{33}{13}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 2. Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$, ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $x^{\frac{7}{3}}$.

B. $x^{\frac{5}{2}}$.

C. $x^{\frac{2}{3}}$.

D. $x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 3. Cho $B = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} \right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của B là

A. x .

B. $2x$.

C. $x+1$.

D. $x-1$.

Câu 4. Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $C = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}}$ có giá trị bằng

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

Câu 5. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (0; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$.

D. $D = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$.

Câu 6. Nếu $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 - x + 1}$ thì $f'(0)$ là

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 2.

D. 4.

Câu 7. Cho $0 < a \neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a (x+y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Câu 8. Nếu $(\sqrt{2}-1)^m < (\sqrt{2}-1)^n$ thì kết luận nào sau đây đúng?

A. $m > n$.

B. $m < n$.

C. $n = m$.

D. $n \leq m$.

Câu 9. Nếu $\log_7 x = 8\log_7 ab^2 - 2\log_7 a^3b$, ($a, b > 0$) thì

A. $x = a^4b^6$.

B. $x = a^2b^{14}$.

C. $x = a^6b^{12}$.

D. $x = a^8b^{14}$.

Câu 10. $D = \log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$ bằng

- A. 3. B. $\frac{12}{5}$. C. $\frac{9}{5}$. D. 2.

Câu 11. Hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + x - 2} - x)$ có tập xác định là

- A. $D = (-\infty; -2)$. B. $D = (1; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. D. $D = (-2; 2)$.

Câu 12. Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm

- A. $x = e$. B. $x = \sqrt{e}$. C. $x = \frac{1}{e}$. D. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 13. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x(2 - \ln x)$ trên $[2; 3]$ là

- A. e . B. $-2 + 2 \ln 2$. C. $4 - 2 \ln 2$. D. 1.

Câu 14. Nếu $x \in [0; 1]$ thì hàm số $y = \left[\lg \left(\frac{99999x + 1}{1000} \right) \right]^2$ có giá trị cực đại là

- A. 4. B. 9. C. 25. D. 100.

Câu 15. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = e^{x^2 - 2x}$. B. $y = \ln(x^2 + 2x + 2)$.
C. $y = e^{1 - x^3}$. D. $y = \log(x^3 + 1)$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số $y = e^{2016x+1}$ đồng biến trên \mathbb{R} .
B. Hàm số $y = \log_3(x^2 + 2016)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5^{2016x^2+1}$ trên đoạn $[-1; 1]$ là 5.
D. Hàm số $y = \log_7(3 - x^3)$ không có cực trị.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{\sqrt{2}}{8} \right)^{-x} = 0,125 \cdot 4^{2x-3}$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 6$. D. $x = 7$.

Câu 18. Phương trình $\left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} \right)^x + \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} \right)^x = 4$ có tập nghiệm là

- A. $\{-1;1\}$. B. $\{-1;2\}$. C. $\{-2;2\}$. D. $\{-2;1\}$.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình $6.9^x - 13.6^x + 6.4^x = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $3^x.2^{x^2} = 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 21. Với tất cả các giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x - 2(m-1).2^x + 3m - 4 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $x_1 + x_2 = 3$?

- A. $m = \frac{5}{2}$. B. $m = 4$. C. $m = \frac{7}{3}$. D. $m = 2$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2$ là

- A. Vô nghiệm B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 23. Nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + 3\log_2 2x - 1 = 0$ là

- A. $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}$. B. $-2; -1$. C. $\frac{1}{4}$. D. -2 .

Câu 24. Phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$ có nghiệm

- A. $x = 2; x = 8$. B. $x = -3; x = 1$. C. $x = \frac{1}{8}; x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}; x = 8$.

Câu 25. Nghiệm của phương trình $\log_2\left(\frac{5.2^x - 8}{2^x + 2}\right) = 3 - x$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = -\frac{4}{5}$. D. $x = 4; x = -\frac{4}{5}$.

Câu 26. Phương trình $1 + 8^{\frac{x}{2}} = 3^x$ có

- A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

Câu 27. Phương trình $\log_2 x + \log_2 x^2 = \log_2(4x)$ có nghiệm chia hết cho

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 28. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x + 2\log_7 x = 2 + \log_2 x \cdot \log_7 x$ bằng

- A. 12. B. 28. C. 12. D. 9.

Câu 29. Phương trình $\log_3^2 x - (m+2).\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2 = 27$ khi

- A. $m = \frac{28}{3}$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = 25$. D. $m = 1$.

Câu 30. Phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$ khi

- A. $2 \leq m \leq 6$. B. $2 \leq m \leq 3$. C. $3 \leq m \leq 6$. D. $6 \leq m \leq 9$.

Câu 31. Nghiệm của bất phương trình $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$ là

- A. $1 \leq x \leq 3$. B. $1 \leq x \leq 2$. C. $x \geq 1$. D. $x \leq 3$.

Câu 32. Nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$ là

- A. $x < \frac{3}{2}$. B. $x > \frac{2}{3}$. C. $x > 2$. D. $x \geq 2$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. B. $\left[-\frac{3}{8}; 3\right]$. C. $\left(\frac{3}{4}; 3\right]$. D. \emptyset .

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x \geq \log_2 \frac{x}{4} + 4$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[4; +\infty)$. C. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [4; +\infty)$.

Câu 35. Anh Việt muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Vậy ngay từ bây giờ Việt phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép là bao nhiêu tiền để có đủ tiền mua nhà, biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm và lãi suất được tính theo kỳ hạn một năm? (kết quả làm tròn đến hàng triệu)

- A. 397 triệu đồng. B. 396 triệu đồng. C. 395 triệu đồng. D. 394 triệu đồng.

Câu 36. Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng Vietcombank. Lãi suất hàng năm không thay đổi là 7,5%/năm và được tính theo kỳ hạn một năm. Nếu anh Nam hàng năm không rút lãi thì sau 5 năm số tiền anh Nam nhận được cả vốn lẫn tiền lãi là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng ngàn)

- A. 143562000 đồng. B. 1641308000 đồng.
C. 137500000 đồng. D. 133547000 đồng.

Câu 37. Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức $f(x) = A \cdot e^{rx}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), x (tính theo giờ) là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 1000 con và sau 10 giờ là 5000 con. Hỏi sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn tăng gấp 25 lần?

- A. 50 giờ. B. 25 giờ. C. 15 giờ. D. 20 giờ.

Câu 38. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,05%. Theo số liệu của Tổng Cục Thống Kê, dân số của Việt Nam năm 2014 là 90.728.900 người. Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 107232573 người. B. 107232574 người.
C. 105971355 người. D. 106118331 người.

PHẦN 2: CÂU HỎI THUỘC CHUYÊN ĐỀ MŨ VÀ LOGARIT TRONG ĐỀ THI MINH HỌA THPT QUỐC GIA 2017

Từ đề thi minh họa, ta có thể phân tích (về phần chuyên đề Mũ và logarit) như sau: Tổng có 10 câu hình tương ứng với 2 điểm, có số câu nhiều thứ 2 sau chuyên đề "Hàm số". Trong đó có 1 câu nâng cao tổng hợp kết hợp với kiến thức thực tế (bài toán lãi suất).

Sau đây, tôi sẽ trình bày cụ thể lời giải chi tiết cho các câu hỏi về chuyên đề "Mũ và logarit" đã xuất hiện trong đề thi minh họa

Câu 1. [Trích Đề minh họa 2017] Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

A. $x = 63$.

B. $x = 65$.

C. $x = 80$.

D. $x = 82$.

Lời giải:

$$\xrightarrow{DK: x > 1} \log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65 \text{ (tm)} \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

→ Để tránh nhầm lẫn học sinh nên nhớ theo cách:

“ $\log_a b$ trả lời cho câu hỏi a mũ mấy bằng b ”

Trong câu hỏi này một số giáo viên có chữa bằng cách sử dụng casio, vinacal bằng lệnh CALC hoặc SHIFT + CALC nhưng theo ý kiến cá nhân của thầy (mọi người đừng ném đá) là không nên dùng trong tình huống này vì đây là một phương trình khá đơn giản mà giải tay ta chỉ mất có tầm 10s nên không việc gì phải dùng máy tính bỏ túi cho lâu cả (dùng dao mổ trâu để giết gà). Qua đây các em HS nên lưu ý chỉ lên coi máy tính bỏ túi như một công cụ hỗ trợ thôi nhé. Còn cụ thể dùng 2 lệnh trên như thế nào chúng ta xem phần sau của thầy sẽ có hướng dẫn đầy đủ.

Câu 2. [Trích Đề minh họa 2017] Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

- A. $y' = x \cdot 13^{x-1}$. B. $y' = 13^x \cdot \ln 13$. C. $y' = 13^x$. D. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$.

Lời giải:

$$\xrightarrow[0 < a \neq 1]{(a^x)' = a^x \ln a, \forall x \in \mathbb{R}} y' = 13^x \cdot \ln 13. \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

Câu 3. [Trích Đề minh họa 2017] Giải phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

- A. $x > 3$. B. $\frac{1}{3} < x < 3$. C. $x < 3$. D. $x > \frac{10}{3}$.

Lời giải:

Chú ý rằng $\log_a x$ là hàm đồng biến khi $a > 1$ và nghịch biến khi $0 < a < 1$.

Ở đây $a > 1$ nên ta có thể biến đổi ngay $\log_a x > m \Leftrightarrow x > a^m$ và $\log_a x < m \Leftrightarrow 0 < x < a^m$.

Áp dụng: $\log_2(3x-1) > 3 \Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 3 \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$

Câu 4. [Trích Đề minh họa 2017] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- A. $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. B. $D = [-1; 3]$.
C. $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. D. $D = (-1; 3)$.

Lời giải:

Chú ý rằng hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định khi $f(x) > 0$.

Áp dụng: Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ xác định khi $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

$\Rightarrow D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty) \Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Bình luận:

- + Với bài toán này, ta có thể sử dụng phương pháp điểm biên để loại nhanh 2 phương án nhiễu A, B (không có dấu = tại 1 và 3).
- + Tiếp tục sử dụng máy tính bỏ túi hoặc nhẩm trực tiếp để kiểm tra dấu của $x^2 - 2x - 3$ tại $x = 2 \in (-1; 3)$ ta có kết quả $-3 < 0 \Rightarrow$ loại D.

Phần bình luận này không đi theo mục đích là xem cách nào nhanh hơn mà mục đích của nó là nhằm giúp cho HS nhận biết được một cách tiếp cận khác đối với bài toán trắc nghiệm.

Câu 5. [Trích Đề minh họa 2017] Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$.

B. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.

C. $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$.

D. $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$.

Lời giải:

Ta thấy trong đáp án lấy logarit của ba cơ số là 2, 7 và e. Do đó, để kiểm tra, ta lần lượt biến đổi:

$$\log_2(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_2 2^x + \log_2 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0 \rightarrow \text{A đúng}$$

$$f(x) < 1 \Leftrightarrow 2^x \cdot 7^{x^2} < 1 \rightarrow \ln(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \ln 2^x + \ln 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0 \rightarrow \text{B đúng}$$

$$\log_7(2^x \cdot 7^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow \log_7 2^x + \log_7 7^{x^2} < 0 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0 \rightarrow \text{C đúng}$$

\rightarrow D sai \Rightarrow **Chọn đáp án D.**

Chú ý: D sai, vì $x + x^2 \log_2 7 = x(1 + x \log_2 7) < 0 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$ chỉ đúng khi $x > 0$, mà ở đây đề bài chưa nói rõ do đó có thể xảy ra tình huống x không dương).

Qua đây cũng có một điều cần lưu ý là khi lấy logarit hai vế với cơ số nhỏ hơn 1 thì bất phương trình đổi chiều. HS lưu ý để tránh nhầm lẫn.

Câu 6. [Trích Đề minh họa 2017] Cho các số thực dương a, b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Lời giải:

Ta có: $\log_{a^2} ab = \frac{1}{2} \log_a ab = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} (1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

\Rightarrow Chọn đáp án D.

Câu 7. [Trích Đề minh họa 2017] Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

Lời giải:

Ta có: $y' = \left(\frac{x+1}{4^x}\right)' = \frac{4^x - 4^x \ln 4 (x+1)}{(4^x)^2} = \frac{4^x [1 - (x+1)\ln 4]}{(4^x)^2} = \frac{1 - (x+1)\ln 2^2}{4^x}$

$\Rightarrow y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}} \Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 8. [Trích Đề minh họa 2017] Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Biểu diễn $\log_6 45$ theo a, b ta được

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$.

B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$.

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$.

Lời giải:

Ta có: $\log_2 3 = a \Leftrightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a}$ và $\log_5 3 = b \Leftrightarrow \log_3 5 = \frac{1}{b}$.

Khi đó: $\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 9 + \log_3 5}{\log_3 3 + \log_3 2} = \frac{2 + \log_3 5}{1 + \log_3 2} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{a(1+2b)}{b(1+a)} = \frac{a+2ab}{b+ab}$.

⇒ Chọn đáp án C.

Chú ý: Với những bài toán dạng như thế này, HS khi có thể sử dụng MTBT (casio hay vinacal) để giải như sau:

Cơ sở lí thuyết: $A = B \Leftrightarrow A - B = 0$

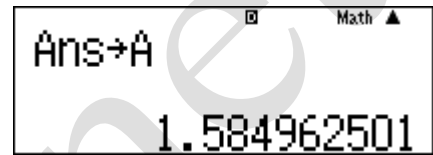
- + Đây là một nhận định cực kì cơ bản nhưng dựa vào nó ta có thể có các kỹ thuật bấm rất nhanh gọn.
- + Khi đề bài cho dưới dạng tính giá trị của biểu thức P và bên dưới cho 4 đáp án. Khi đó 1 trong 4 đáp án sẽ bằng P và ta sử dụng MTBT để tìm ra đáp án đúng một cách nhanh nhất.

Quay trở lại bài toán:

+ **Bước 1:** Để dễ dàng bấm máy ta gán các giá trị $\log_2 3$, $\log_5 3$ cho A, B.

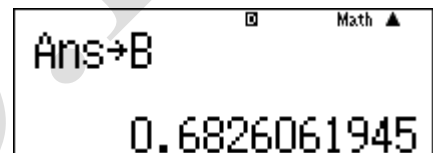
▪ Gán $\log_2 3 = A$.

Bấm $\log_2 3$



▪ Gán $\log_5 3 = B$.

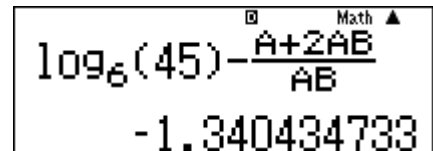
Bấm $\log_5 3$



+ **Bước 2:** Nhập biểu thức: $\log_6 45 - \dots$

▪ Lần 1: Nhập $\log_6 45 - \frac{A+2AB}{AB} = -1,34\dots \neq 0$

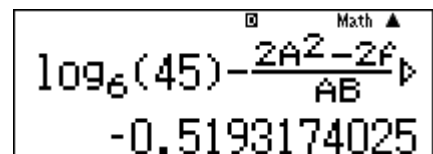
→ loại A.



▪ Lần 2: Bấm  để sửa biểu thức thành

$$\log_6 45 - \frac{2A^2 - 2AB}{AB} = -0,51\dots \neq 0$$

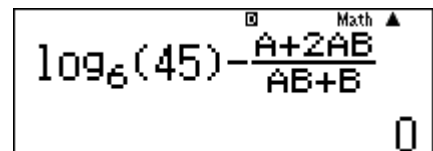
→ loại B.



▪ Lần 3: Bấm  để sửa biểu thức thành

$$\log_6 45 - \frac{A+2AB}{AB+B} = 0$$

→ Chọn đáp án C.



Câu 9. [Trích Đề minh họa 2017] Cho hai số thực a, b với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\log_a b < 1 < \log_b a$.

B. $1 < \log_a b < \log_b a$.

C. $\log_b a < \log_a b < 1$.

D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Lời giải:

$$\frac{a > 1}{\rightarrow} 1 < a < b \Leftrightarrow 0 < \log_a a < \log_a b \Leftrightarrow 1 < \log_a b \quad (*)$$

$$\frac{b > 1}{\rightarrow} 1 < a < b \Leftrightarrow 0 < \log_b a < \log_b b \Leftrightarrow 0 < \log_b a < 1 \quad (**)$$

Từ (*) và (**) $\Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b \Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Bình luận: Do đây là trắc nghiệm nên để có thể chọn được phương án đúng cho bài toán này, ta có thể giải nhanh bằng cách sau:

Ta gán cho hai số thực a, b các giá trị sao cho thỏa mã $1 < a < b$.

Ví dụ ở đây, thầy gán $\begin{cases} a = 2 & \text{casio} \\ b = 3 & \text{vinacal} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log_b a = 0,63... < 1 \\ \log_a b = 1,58... > 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 10. [Trích Đề minh họa 2017] Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12% trên năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng ba tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A phải trả cho ngân hàng theo cách đó là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

A. $m = \frac{100 \cdot (1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).

B. $m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

C. $m = \frac{100 \cdot 1,03}{3}$ (triệu đồng).

D. $m = \frac{120 \cdot (1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Lời giải:

Lãi suất 12%/1năm = 1%/tháng = 0,01 = r : Lãi suất một tháng.

+ Sau tháng 1, ông A còn nợ: $100 \cdot (1+r) - m = 100 \cdot 1,01 - m$ (triệu đồng).

+ Sau tháng 2, ông A còn nợ:

$$(100 \cdot 1,01 - m) \cdot (1+r) - m = (100 \cdot 1,01 - m) \cdot 1,01 - m = 100 \cdot 1,01^2 - 2,01m \text{ (triệu đồng).}$$

+ Sau tháng 3, ông A hết nợ, do đó ta có:

$$(100 \cdot 1,01^2 - 2,01m) \cdot (1+r) - m = 0$$

$$\Leftrightarrow (100 \cdot 1,01^2 - 2,01m) \cdot 1,01 - m = 0$$

$$\Leftrightarrow 100 \cdot 1,01^3 - 3,0301m = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1} \text{ (triệu đồng)} \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

Bình luận (Tham khảo tài liệu của Lê Phúc Lữ): Trong bài toán này chúng ta cần nhớ: Ở đây, ta phải quy ước số tiền lãi thay đổi theo từng tháng. Nếu không, học sinh sẽ tính tổng số tiền vay là 100 triệu đồng, lãi cần trả là $\frac{0,12}{12} \cdot 3 = 0,03$ (do chỉ trả trong 3 tháng).

Khi đó, số tiền cần trả là: $\frac{100 \cdot (1 + 0,03)}{3} = \frac{100 \cdot 1,03}{3}$ là đáp án C.

Tuy nhiên, nếu lãi suất theo dõi theo tháng thì vấn đề phức tạp hơn (và có lẽ đây cũng là cách hiểu mà đề đang hướng đến, vì cách hiểu này phù hợp với thực tế).

Lãi hàng tháng mà ông A phải trả là $\frac{0,12}{12} = 0,01$ nhân với số tiền đang nợ, tức là tổng *số nợ tháng sau* sẽ bằng *số nợ tháng trước* đó nhân với 1,01.

Do đó, ta có thể giải bài toán trên theo cách sau (bản chất vẫn giống như lời giải trên)

Bảng tóm tắt:

Tháng	Tiền đã trả	Số tiền còn nợ (triệu đồng)	Tiền lãi trong tháng (triệu đồng)
0	0	100	100.0,01
1	m	$100.1,01 - m$	$(100.1,01 - m) \cdot 0,01$
2	m	$(100.1,01 - m) \cdot 1,01 - m$	$[(100.1,01 - m) \cdot 1,01 - m] \cdot 0,01$
3	m	$[(100.1,01 - m) \cdot 1,01 - m] \cdot 1,01 - m$	0 (theo giả thiết thì đến đây hết nợ)

Khi đó, ta có $[(100.1,01 - m) \cdot 1,01 - m] \cdot 1,01 - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng)

\Rightarrow **Chọn đáp án B.**

Dạng toán này thực ra đã phổ biến trong các kỳ thi HSG cấp tỉnh môn máy tính cầm tay của bậc THCS. Có thể tổng quát một số trường hợp như sau:

➤ **Dạng 1:** Lãi suất r /tháng, gửi vào a đồng thì sau n tháng thu được:

$$\boxed{a(1+r)^n} \text{ đồng.}$$

➤ **Dạng 2:** Lãi suất r /tháng, mỗi tháng gửi vào a đồng thì sau n tháng thu được:

$$a(1+r) + [a(1+r) + a](1+r) + \dots = \boxed{\frac{a}{r}(1+r)[(1+r)^n - 1]} \text{ đồng.}$$

- **Dạng 3:** Lãi suất r /tháng, nợ a đồng thì mỗi tháng cần trả số tiền m thỏa mãn điều kiện:

$$a(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - m(1+r)^{n-2} - \dots - m = \boxed{a(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}}$$

Do đó, khi trả hết nợ $a(1+r)^n - m \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Rightarrow \boxed{m = \frac{ar(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}}$ đồng.

hoc360.net