

3.2 – LÔGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa:

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$

Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

2. Các tính chất: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, ta có:

- $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- $a^{\log_a b} = b, \log_a(a^\alpha) = \alpha$

3. Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a(b_1 \cdot b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$

4. Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có

- $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$
- Đặc biệt : với $a, b > 0, a \neq 1$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$

5. Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α , ta có

- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$
- Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$

6. Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có

- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- Đặc biệt : $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

7. Lôgarit thập phân

- Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10
- Viết : $\log_{10} b = \log b = \lg b$

8. Lôgarit tự nhiên

- Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e
- Viết : $\log_e b = \ln b$

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Biết vận dụng định nghĩa để tính một số biểu thức chứa lôgarit cơ bản

- Biết vận dụng các tính chất của lôgarit vào các bài tập biến đổi, tính toán các biểu thức chứa lôgarit

C. NHỮNG DẠNG TOÁN CẦN LƯU Ý

1. Tìm điều kiện để biểu thức $\log_a f(x)$ xác định

Ví dụ: Với giá trị nào của x thì biểu thức $\log_2(2x-1)$ xác định ?

- A. $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ D. $(-1; +\infty)$

2. Tính giá trị của một biểu thức chứa logarit

Ví dụ: Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu ?

- A. 16 B. 4 C. 8 D. 2

Ví dụ: Giá trị của biểu thức $A = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3. Rút gọn 1 biểu thức khi sử dụng các tính chất của loga chứa tham số

Ví dụ: Cho $a > 0, b > 0$, viết $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{x}{5} \log_3 a + \frac{y}{15} \log_3 b$. Hỏi $x+y$ bằng bao nhiêu ?

- A. 4 B. 5 C. 2 D. 3

4. Tính giá trị của biểu thức Logarit theo các biểu thức logarit đã cho

Ví dụ: Cho $\log_2 5 = a; \log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

- A. $\frac{1}{a+b}$ B. $\frac{ab}{a+b}$ C. $a+b$ D. $a^2 + b^2$

5. Tìm x biết hệ thức liên quan (hạn chế casio)

Ví dụ: Cho $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó giá trị của x bằng:

- A. $\frac{40}{9}$ B. $\frac{200}{3}$ C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{25}{9}$

6. Tìm các khẳng định đúng trong các biểu thức logarit đã cho.

Ví dụ: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa điều kiện $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$
C. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$ D. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

7. Tìm x dựa vào định nghĩa logarit.

Ví dụ: Tìm x biết $\log_x 243 = 5$, x bằng:

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

8. So sánh lôgarit với một số hoặc lôgarit với nhau

Ví dụ: Trong 4 số $3^{\log_3 4}; 3^{2\log_3 2}; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}; \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1

- A. $3^{\log_3 4}$ B. $3^{2\log_3 2}$ C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$

3.2 - LÔGARIT

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 1. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_2(2x-1)$ xác định?

- A. $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $x \in (-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Ta chọn đáp án A

Câu 2. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \ln(4-x^2)$ xác định?

- A. $x \in (-2; 2)$. B. $x \in [-2; 2]$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus [-2; 2]$. D. $x \in \mathbb{R} \setminus (-2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 4-x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$. Ta chọn đáp án A

Câu 3. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{3+x}$ xác định?

- A. $x \in \mathbb{R} \setminus [-3; 1]$. B. $x \in [-3; 1]$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus (-3; 1)$. D. $x \in (-3; 1)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow \frac{x-1}{3+x} > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. Ta chọn đáp án A

Câu 4. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_6(2x-x^2)$ xác định?

- A. $0 < x < 2$. B. $x > 2$. C. $-1 < x < 1$. D. $x < 3$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x-x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$. Ta chọn đáp án A.

Câu 5. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_5(x^3-x^2-2x)$ xác định?

- A. $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $x \in (1; +\infty)$.
C. $x \in (0; 1)$. D. $x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^3-x^2-2x > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$. Ta chọn đáp án A.

Câu 6. Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu?

- A.16. B.8. C.4. D.2.

Hướng dẫn giải

Ta có $A = a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{\log_{a^{1/2}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16$. Ta chọn đáp án A

Câu 7. Giá trị của biểu thức $B = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng bao nhiêu?

- A.3. B.2. C.4. D.5.

Hướng dẫn giải

Ta nhập vào máy tính biểu thức $2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$, bấm =, được kết quả

$B = 3$

Ta chọn đáp án A

Câu 8. Giá trị của biểu thức $2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng:

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Hướng dẫn giải

+Tư luận

$$2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150 = \log_2 12^2 + \log_2 5^3 - \log_2 (15 \cdot 150) = \log_2 \frac{12^2 \cdot 5^3}{15 \cdot 150} = 3$$

Đáp án A.

+Trắc nghiệm: Nhập biểu thức vào máy tính và nhấn calc ta thu được kết quả bằng 3.

Câu 9. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B.3. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án A

Câu 10. Giá trị của biểu thức $C = \frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$ bằng bao nhiêu ?

- A. -2. B.2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta nhập vào máy tính biểu thức: $\frac{1}{2}\log_7 36 - \log_7 14 - 3\log_7 \sqrt[3]{21}$ bấm =, được kết quả $C = -2$.

Ta chọn đáp án A

Câu 11. Cho $(a > 0, a \neq 1)$, biểu thức $E = a^{4\log_a 5}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 25. B. 625. C. 5. D. 5^8 .

Hướng dẫn giải

Ta có $E = a^{4\log_a 5} = a^{2 \cdot 2 \log_a 5} = a^{2 \log_a 25} = 25$. Ta chọn đáp án A

Câu 12. Trong các số sau, số nào lớn nhất?

- A. $\log_3 \frac{6}{5}$. B. $\log_3 \frac{5}{6}$. C. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5}$. D. $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$.

Hướng dẫn giải

+ **Tự luận:** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_3 \frac{6}{5} > \log_3 \frac{5}{6} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$. Ta chọn đáp án A

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả > 0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả < 0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 13. Trong các số sau, số nào nhỏ nhất ?

- A. $\log_{\frac{1}{5}} 17$. B. $\log_{\frac{1}{5}} 9$. C. $\log_5 \frac{1}{12}$. D. $\log_5 \frac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải

+ **Tự luận :** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_{\frac{1}{5}} 17 < \log_{\frac{1}{5}} 15 = \log_5 \frac{1}{15} < \log_{\frac{1}{5}} 12 = \log_5 \frac{1}{12} < \log_{\frac{1}{5}} 9$. Ta chọn đáp án A.

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả < 0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả > 0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 14. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $A = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$ có giá trị bằng

- A. $2\ln^2 a + 2$. B. $4\ln a + 2$. C. $2\ln^2 a - 2$. D. $\ln^2 a + 2$.

Hướng dẫn giải

+**Tự luận :**

Ta có $A = \ln^2 a + 2\ln a \cdot \log_a e + \log_a^2 e + \ln^2 a - \log_a^2 e = 2\ln^2 a + 2\ln e = 2\ln^2 a + 2$. Ta chọn đáp án A

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay $a=2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 15. Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $B = 2\ln a + 3\log_a e - \frac{3}{\ln a} - \frac{2}{\log_a e}$ có giá trị bằng

- A. $3\ln a - \frac{3}{\log_a e}$. B. $4\ln a$. C. $4\ln a + 6\log_a 4$. D. $6\log_a e$.

Hướng dẫn giải

+**Tự luận** :

Ta có $B = 2\ln a + 3\log_a e - 3\log_a e - 2\ln a = 0 = 3\ln a - \frac{3}{\log_a e}$. Ta chọn đáp án A

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay $a=2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 16. Cho $a > 0, b > 0$, Nếu viết $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{x}{5} \log_3 a + \frac{y}{15} \log_3 b$ thì $x+y$ bằng bao nhiêu?

- A.4. B.5. C.2. D.3.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \log_3 (a^3 b)^{\frac{2}{15}} = \frac{2}{5} \log_3 a + \frac{2}{15} \log_3 b \Rightarrow x+y = 4$. Ta chọn đáp án A

Câu 17. Cho $a > 0, b > 0$, Nếu viết $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0.2} = x \log_5 a + y \log_5 b$ thì xy bằng bao nhiêu ?

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 3. D. -3.

Hướng dẫn giải

Ta có : $\log_5 \left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}} \right)^{-0.2} = \log_5 (a^{-2} \cdot b^{\frac{1}{6}}) = -2\log_5 a + \frac{1}{6} \log_5 b \Rightarrow x \cdot y = -\frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án A

Câu 18. Cho $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó giá trị của x là :

- A. $\frac{40}{9}$ B. $\frac{200}{3}$ C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{25}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_3 x = \log_3 8 + \log_3 5 - \log_3 9 = \log_3 \frac{40}{9} \Rightarrow x = \frac{40}{9}$. Ta chọn đáp án A

Câu 19. Cho $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là :

- A. $x = \frac{b^3}{a^2}$. B. $x = \frac{a^2}{b^3}$. C. $x = a^2b^3$. D. $2a - 6b$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b = \log_7 a^2 - \log_7 b^3 = \log_7 \frac{a^2}{b^3} \Rightarrow x = \frac{b^3}{a^2}$. Ta chọn đáp án A

Câu 20. Cho $a, b, c > 0; a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\log_a(b-c) = \log_a b - \log_a c$. B. $\log_a a = 1$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. D. $\log_a a^c = c$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì không có tính chất về logarit của một hiệu

Câu 21. Cho $a, b, c > 0; a \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\log_{a^c} b = c \log_a b$. B. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$.
C. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. D. $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$

Câu 22. Cho $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$. B. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.
C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$. D. $a^{\log_a b} = b$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì khẳng định đó chỉ đúng khi $a > 1$, còn khi $0 < a < 1 \Rightarrow \log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

Câu 23. Cho $a, b, c > 0$ và $a > 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$. B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.
C. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$. D. $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì $\log_a b > c \Leftrightarrow b > a^c$

Câu 24. Cho $a, b, c > 0$ và $a < 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$.

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

C. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

D. $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$ (do $0 < a < 1$)

Câu 25. Số thực a thỏa điều kiện $\log_3(\log_2 a) = 0$ là:

A. 2.

B. 3.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_3(\log_2 a) = 0 \Rightarrow \log_2 a = 1 \Rightarrow a = 2$. Ta chọn đáp án A

Câu 26. Biết các logarit sau đều có nghĩa, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

C. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

D. $\log_a b + \log_a c < 0 \Leftrightarrow b + c < 0$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A đúng với mọi a, b, c khi các logarit có nghĩa

Câu 27. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$.

D. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A sai, vì không có logarit của 1 tổng.

Câu 28. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 1$ là :

A. 64.

B. $2^{\frac{11}{6}}$.

C. 8.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_2 X + \log_4 X + \log_8 X - 1$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với $x = 64$ thì kết quả bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.

Câu 29. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_x 2\sqrt[3]{2} = 4$ là :

A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

B. $\sqrt[3]{2}$.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_x 2\sqrt[3]{2} - 4$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với .. thì kquả bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.

Câu 30. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, Biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Hướng dẫn giải

+ **Tự luận** : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a} = 4\log_a b + 2\log_a \frac{a}{b^2} = 2$. Ta chọn đáp án A.

+ **Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay $a = b = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ vào

máy bấm =, được kết quả $P = 2$. Ta chọn đáp án A.

Câu 31. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 24.

B. 6.

C. 12.

D. 18.

Hướng dẫn giải

+ **Tự luận** : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4 = 2.3.4 = 24$. Ta chọn đáp án A.

+ **Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính Casio, Thay $a = b = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ vào máy bấm =, được kết quả $P = 24$. Ta chọn đáp án A.

Câu 32. Giá trị của biểu thức $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$ là:

A. 45.

B. 40.

C. 20.

D. 25.

Hướng dẫn giải

+ **Tự luận** : $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5} = (2^{\log_2 3} \cdot 2^{\log_2 \sqrt{5}})^2 = 45$

+ **Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, rồi nhập biểu thức $4^{3\log_8 3 + 2\log_{16} 5}$ vào máy, bấm =, được kết quả bằng 45. Ta chọn đáp án A.

Câu 33. Giá trị của biểu thức $P = \log_a (a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a})$ là:

- A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{53}{30}$. C. 20. D. $\frac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải

+**Tự luận** : $\log_a (a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}) = \log_a a^{\frac{37}{10}} = \frac{37}{10}$

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay $a=2$, rồi nhập biểu thức $\log_a (a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a})$ vào máy bấm =, được kết quả $P = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 34. Giá trị của biểu thức $A = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ là:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

+**Tự luận** : $A = \log_{16} 15 \cdot \log_{15} 14 \dots \log_5 4 \cdot \log_4 3 \cdot \log_3 2 = \log_{16} 2 = \frac{1}{4}$

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính Casio, rồi nhập biểu thức $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{16} 15$ vào máy bấm =, được kết quả $A = \frac{1}{4}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 35. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ là:

- A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{91}{60}$.

Hướng dẫn giải

+**Tự luận** : $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right) = -\log_a a^{\frac{91}{60}} = -\frac{91}{60}$

+**Trắc nghiệm** : Sử dụng máy tính, Thay $a=2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \left(\frac{a^3 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}} \right)$ vào máy bấm =, được kết quả $-\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 36. Trong 2 số $\log_3 2$ và $\log_2 3$, số nào lớn hơn 1?

- A. $\log_3 2$. B. $\log_2 3$. C. Cả hai số. D. Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_3 2 < \log_3 3 = 1$, $\log_2 3 > \log_2 2 = 1$

Câu 37. Cho 2 số $\log_{1999} 2000$ và $\log_{2000} 2001$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$. B. Hai số trên nhỏ hơn 1.
C. Hai số trên lớn hơn 2. D. $\log_{1999} 2000 \geq \log_{2000} 2001$.

Hướng dẫn giải

$$2000^2 > 1999 \cdot 2001 \Rightarrow \log_{2000} 2000^2 > \log_{2000} 2001 \cdot 1999 \Rightarrow 2 > \log_{2000} 2001 + \log_{2000} 1999 \\ \Rightarrow \log_{1999} 2000 > \log_{2000} 2001$$

Câu 38. Các số $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

- A. $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$. B. $\log_3 2$, $\log_3 11$, $\log_2 3$.
C. $\log_2 3$, $\log_3 2$, $\log_3 11$. D. $\log_3 11$, $\log_3 2$, $\log_2 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_3 2 < \log_3 3 = 1 = \log_2 2 < \log_2 3 < \log_3 11$

Câu 39. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3(x+2) = 3$ là:

- A. 25. B. -25. C. 5. D. -3.

Hướng dẫn giải

$$\log_3(x+2) = 3 \Leftrightarrow x+2 = 3^3 \Leftrightarrow x = 25$$

Câu 40. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2}$ là :

- A. 3. B. 25. C. -3. D. 9.

Hướng dẫn giải

$$\log_3 x + \log_9 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 41. Cho $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$ ($a, b > 0$). Giá trị của x tính theo a, b là:

- A. $a^4 b^7$. B. $a^4 b$. C. ab . D. b^7 .

Hướng dẫn giải

Ta có $4\log_3 a + 7\log_3 b = \log_3(a^4 b^7) \Rightarrow x = a^4 b^7$. Ta chọn đáp án A.

Câu 42. Cho $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$ ($xy > 0$). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

- ~~A. $x = y$.~~ ~~B. $x > y$.~~ ~~C. $x < y$.~~ ~~D. $x = y^2$.~~

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy \Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2) = \log_2 2xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2xy \Leftrightarrow x = y$

Câu 43. Cho $\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1$ ($y > 0, y > x$). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $x = \frac{3}{4}y$. B. $x = -\frac{3}{4}y$. C. $3x = 4y$. D. $3x = -4y$.

Hướng dẫn giải

$\log_{\frac{1}{4}}(y-x) - \log_4 \frac{1}{y} = 1 \Leftrightarrow \log_4 \frac{y}{y-x} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}y$

Câu 44. Cho $x, y > 0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$ ($xy > 0$). B. $\log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$.
C. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ ($xy > 0$). D. $\log_a x^2 = 2 \log_a x$ ($x^2 > 0$).

Hướng dẫn giải

Do $|x|, |y| > 0 \Rightarrow \log_a xy = \log_a |x| + \log_a |y|$, ta chọn đáp án A.

[3.2. LÔGARIT]

VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Cho $x, y > 0$ và $x^2 + 4y^2 = 12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $\log_2(x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$. B. $\log_2\left(\frac{x+2y}{4}\right) = \log_2 x - \log_2 y$.
C. $\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y + 1$. D. $4 \log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 y$.

Hướng dẫn giải

Ta có chọn A là đáp án đúng, vì

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 = 12xy &\Leftrightarrow (x+2y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2(x+2y)^2 = \log_2 16xy \\ &\Leftrightarrow 2 \log_2(x+2y) = 4 + \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \log_2(x+2y) = 2 + \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y) \end{aligned}$$

Câu 2. Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $4 \log\left(\frac{a+b}{6}\right) = \log a + \log b$.

C. $2 \log(a+b) = \log a + \log b$.

D. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = 3(\log a + \log b)$.

Hướng dẫn giải

Ta có chọn A là đáp án đúng, vì

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 = 7ab &\Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log 9ab \\ &\Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 9 + \log a + \log b \Leftrightarrow \log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b) \end{aligned}$$

Câu 3.

Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là:

A. $\frac{2a-1}{a-1}$.

B. $\frac{a}{a+1}$.

C. $2a+3$.

D. a .

Hướng dẫn giải

+Tư luận : Ta có $\therefore a = \log_2 6 = \log_2(2.3) = 1 + \log_2 3 \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{a-1}$

Suy ra $\log_3 18 = \log_3(2.3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a-1} + 2 = \frac{2a-1}{a-1}$. Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán $\log_2 6$ cho A

Lấy $\log_3 18$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 4.

Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó giá trị của $\log_4 1250$ được tính theo a là :

A. $\frac{1+4a}{2}$.

B. $2(1+4a)$.

C. $1+4a$.

D. $\frac{1-4a}{2}$

Hướng dẫn giải

+Tư luận : Ta có $\therefore \log_4 1250 = \log_{2^2}(2.5^4) = \frac{1}{2} \log_2(2.5^4) = \frac{1}{2} + 2\log_2 5 = \frac{1+4a}{2}$. Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: gán $\log_2 5$ cho A

KLấy $\log_4 1250$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 5.

Biết $\log_7 2 = m$, khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là:

A. $\frac{1+2m}{2}$. B. $\frac{1+m}{2}$. C. $\frac{1+4m}{2}$. D. $\frac{m+2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán $\log_7 2$ cho A

Lấy $\log_{49} 28$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 6. Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$; khi đó giá trị của $\log_{10} 15$ được tính theo a là:

A. $\frac{a(b+1)}{a+1}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{ab-1}{a+1}$. D. $\frac{a+b}{a+1}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{10} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 7. Cho $a = \log_3 15; b = \log_3 10$. Khi đó giá trị của $\log_{\sqrt{3}} 50$ được tính theo a, b là :

A. $2(a+b-1)$. B. $2(a-b-1)$. C. $2(a+b+1)$. D. $2(a-b+1)$.

Hướng dẫn giải

+Tư luận : Ta có $\therefore a = \log_3 15 = \log_3 (3.5) = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$.

Khi đó : $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2\log_3 (5.10) = 2(\log_3 5 + \log_3 10) = 2(a-1+b)$ Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_3 15; \log_3 10$ cho A, B

Lấy $\log_{\sqrt{3}} 50$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 8. Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_{15} 75$ được tính theo a là:

A. $\frac{2+a}{1+a}$. B. $\frac{1+2a}{a+1}$. C. $\frac{1+a}{2+a}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán $\log_5 3$ cho A

Lấy $\log_{15} 75$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 9. Biết $\log_4 7 = a$, khi đó giá trị của $\log_2 7$ được tính theo a là:

- A. $2a$. B. $\frac{1}{2}a$. C. $\frac{1}{4}a$. D. $4a$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_2 7 = 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 7 = 2 \log_4 7 = 2a$. Ta chọn đáp án A

Câu 10. Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là:

- A. $\frac{3a-2}{a}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3}{2a}$. D. $\frac{a}{3a-2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_3 \frac{27}{25} = \log_3 27 - \log_3 25 = 3 - 2 \log_3 5 = 3 - \frac{2}{a} = \frac{3a-2}{a}$. Ta chọn đáp án A

Câu 11. Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_{24} 15$ được tính theo a là :

- A. $\frac{a(b+1)}{3+ab}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{b+1}{a+1}$. D. $\frac{ab+1}{b}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{24} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 12. Cho $\log_{12} 27 = a$. Khi đó giá trị của $\log_6 16$ được tính theo a là:

- A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. B. $\frac{4(3+a)}{3-a}$. C. $\frac{4a}{3-a}$. D. $\frac{2a}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = \frac{3 \log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3-a} \Rightarrow \log_6 16 = \frac{4(3-a)}{3+a}$

Câu 13. Cho $\lg 3 = a, \lg 2 = b$. Khi đó giá trị của $\log_{125} 30$ được tính theo a là:

- A. $\frac{1+a}{3(1-b)}$. B. $\frac{4(3-a)}{3-b}$. C. $\frac{a}{3+b}$. D. $\frac{a}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_{125} 30 = \frac{\lg 30}{\lg 125} = \frac{1 + \lg 3}{3(1 - \lg 2)} = \frac{1 + a}{3(1 - b)}$

Câu 14. Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ được tính theo a là:

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b}}{a} = a^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = a^\alpha \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{\sqrt{3}}{3}\alpha} \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 15. Cho $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Giá trị của $\log_6 35$ được tính theo a, b, c là:

- A. $\frac{3(ac+b)}{1+c}$. B. $\frac{ac}{1+b}$. C. $\frac{ac}{1-c}$. D. $\frac{3ac+3b}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \log_{27} 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 3a, \log_8 7 = b \Rightarrow \log_3 7 = \frac{3b}{c} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac$$

$$\Rightarrow \log_6 35 = \frac{3(ac+b)}{1+c}$$

Câu 16. Cho $x = 2000!$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$ là:

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{5}$. D. 2000.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } A = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2000 = \log_x (1.2.3...2000) = \log_x x = 1$$

Câu 17. Biết $a = \log_7 12, b = \log_{12} 24$; khi đó giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a là:

- A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$. B. $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$. C. $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$. D. $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_7 12; \log_{12} 24$ cho A, B

Lấy $\log_{54} 168$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 18. Biết $\log_a b = 2, \log_a c = -3$; khi đó giá trị của biểu thức $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$ bằng:

- A. 20. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$. Ta chọn đáp án A

Câu 19. Biết $\log_a b = 3, \log_a c = -4$; khi đó giá trị của biểu thức $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2})$ bằng:

- A. -5. B. $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$. C. -16. D. -48.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2}) = 2\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b + 2\log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$. Ta chọn đáp án A

Câu 20. Rút gọn biểu thức $A = \log_a a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}$, ta được kết quả là:

- A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{35}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $A = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án A

Câu 21. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^4} \sqrt{a}}$, ta được kết quả là :

- A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{60}{91}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $B = -\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A

Câu 22. Biết $a = \log_2 5, b = \log_3 5$; khi đó giá trị của $\log_6 5$ được tính theo a, b là :

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$

Câu 23. Cho $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a, b, c là:

- A. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. C. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. D. $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140} 63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 24. Cho $a = \log_5 2; b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a, b là :

- A. $3a + 2b$. B. $a^3 + b^2$. C. $3a - 2b$. D. $6ab$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 25. Biết $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $ab + 5(a - b) = 1$. B. $5ab + a + b = 1$. C. $ab + 5(a - b) = -1$. D. $5ab + a - b = 0$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt $\log_{12} 18; \log_{24} 54$ cho A và B.

Với đáp án A nhập vào máy : $AB + 5(A - B) - 1$, ta được kết quả bằng 0. Vậy A là đáp án đúng.

Câu 26. Biết $\log_3 (\log_4 (\log_2 y)) = 0$, khi đó giá trị của biểu thức $A = 2y + 1$ là:

- A. 33. B. 17. C. 65. D. 133.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_3 (\log_4 (\log_2 y)) = 0$ nên $\log_4 (\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33$.

Đáp án A

Câu 27. Cho $\log_5 x > 0$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_5 x > \log_6 x$. B. $\log_x 5 > \log_x 6$. C. $\log_5 x = \log_x 5$ D. $\log_x 5 \leq \log_x 4$.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$. Khi đó $\log_5 x > \log_6 x$. Chọn đáp án A.

Câu 28. Cho $0 < x < 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$ B. $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, Chọn $x = 0,5$ và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A

Câu 29.

Trong bốn số $3^{\log_3 4}$, $3^{2\log_3 2}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$, $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$.

B. $3^{2\log_3 2}$.

C. $3^{\log_3 4}$.

D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$.

Hướng dẫn giải

+**Tự luận:** Ta có:

$$3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \frac{1}{25};$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2} = (2^{-4})^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16$$

Chọn : Đáp án A

+**Trắc nghiệm:** nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

Câu 30.

Gọi $M = 3^{\log_{0,5} 4}$; $N = 3^{\log_{0,5} 13}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $N < M < 1$.

B. $M < 1 < N$.

C. $M < N < 1$.

D. $N < 1 < M$.

Hướng dẫn giải

+**Tự luận:**

$$\text{Ta có } \log_{0,5} 13 < \log_{0,5} 4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5} 13} < 3^{\log_{0,5} 4} < 1 \Rightarrow N < M < 1$$

Chọn : Đáp án A

+ **Trắc nghiệm:** Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án A đúng.

Câu 31.

Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:

A. -1 .

B. -2 .

C. 1 .

D. $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}\right) = \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{6}\right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$$

Chọn : Đáp án A

VẬN DỤNG CAO

- Câu 32.** Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(x-m)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$?
- A. $m \leq -3$. B. $m < -3$. C. $m > -3$. D. $m \geq -3$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $x-m > 0 \Leftrightarrow x > m$.

Để $f(x)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$ thì $m \leq -3$ Ta chọn đáp án A

- Câu 33.** Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)(x+2m)$ xác định với mọi $x \in [-4; 2]$?
- A. $m > 2$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $m \geq 2$. D. $m \geq -1$.

Hướng dẫn giải

Thay $m=2$ vào điều kiện $(3-x)(x+2m) > 0$ ta được $(3-x)(x+4) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 3)$ mà $[-4; 2] \not\subset (-4; 3)$ nên các đáp án B, C, D loại. Ta chọn đáp án đúng là A.

- Câu 34.** Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_3 \sqrt{(m-x)(x-3m)}$ xác định với mọi $x \in (-5; 4]$?
- A. $m \in \emptyset$. B. $m > \frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{5}{3}$. D. $m \neq 0$.

Hướng dẫn giải

- Thay $m=2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m) > 0$ ta được $(2-x)(x-6) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 6)$ mà $(-5; 4] \not\subset (2; 6)$ nên các đáp án B, D loại.

- Thay $m=-2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m) > 0$ ta được $(-2-x)(x+6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-6; -2)$ mà $(-5; 4] \not\subset (-6; -2)$ nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là A.

- Câu 35.** Với mọi số tự nhiên n , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$. B. $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$.
- C. $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$. D. $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận:

Đặt $-\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = m$. Ta có: $\log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = 2^{-m} \Leftrightarrow \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = 2^{2^{-m}}$.

Ta thấy : $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2}, \dots, \sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2^{2^{-n}}$. Do đó ta được:
 $2^{-m} = 2^{-n} \Leftrightarrow m = n$. Vậy $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}}$. Đáp án A.

+**Trắc nghiệm**: Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn $n = 3$.

Nhập biểu thức $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng -3.
Vậy chọn A.

Câu 36. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức $A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$ là:
A. 469. B. 729. C. 519. D. 129.

Hướng dẫn giải

Ta có
 $(a^{\log_3 7})^{\log_3 7} + (b^{\log_7 11})^{\log_7 11} + (c^{\log_{11} 25})^{\log_{11} 25} = 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + (\sqrt{11})^{\log_{11} 25} = 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469$
Suy ra : Đáp án A

Câu 37. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $3 \log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.
C. $\log(a + b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$. D. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $a^2 + b^2 = 7ab \Rightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$. Lấy Loga hai vế, ta được:
 $2 \log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \log a + \log b \Leftrightarrow \log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$
Chọn : Đáp án A

Câu 38. Kết quả rút gọn của biểu thức $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a} + 2(\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$ là:
A. $(\sqrt{\log_a b})^3$. B. $\sqrt{\log_a b}$. C. $\sqrt[3]{\log_a b}$. D. $\log_a b$.

Hướng dẫn giải:

$$C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$$

$$= \sqrt{\frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a^2 b}} \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \frac{(\log_a b + 1)}{\log_a b} \left(\frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \left(\sqrt{\log_a b} \right)^3$$

Câu 39.

Cho $a, b, c > 0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} = 1.$

B. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} > 1.$

C. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} > -1.$

D. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} < 1.$

Hướng dẫn giải

* $\log_a \frac{b}{c} = \log_a \left(\frac{c}{b} \right)^{-1} = -\log_a \frac{c}{b} \Rightarrow \log_a^2 \frac{b}{c} = \left(-\log_a \frac{c}{b} \right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b}$

* $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_b a = \log_a a = 1$

* Từ 2 kết quả trên ta có :

$$\log_a^2 \frac{c}{b} \log_b^2 \frac{a}{c} \log_c^2 \frac{b}{a} = \left(\log_a \frac{b}{c} \cdot \log_b \frac{c}{a} \log_c \frac{a}{b} \right)^2 = 1$$

Chọn : Đáp án A.

Câu 40.

Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x + y = 3$ sao cho $P = x + y$ là số dương nhỏ nhất, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_2 x + \log_3 y$ không xác định.

B. $\log_2(x + y) = 1.$

C. $\log_2(x + y) > 1.$

D. $\log_2(x + y) > 0.$

Hướng dẫn giải

Vì $x + y > 0$ nên trong hai số x và y phải có ít nhất một số dương mà

$x + y = 3 - x > 0$ nên suy ra $x < 3$ mà x nguyên nên $x = 2; 1; 0; -1; \dots$

+ Nếu $x = 2$ suy ra $y = -1$ nên $x + y = 1$

+ Nếu $x = 1$ thì $y = 1$ nên $x + y = 2$

+ Nếu $x = 0$ thì $y = 3$ nên $x + y = 3$

+ Nhận xét rằng : $x < 2$ thì $x + y > 1$. Vậy $x + y$ nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A

- Câu 41.** Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải

$$(*) \Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a \cdot \log_5 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5^2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_5 a = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5^{\pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}}} \end{cases}$$

Chọn: Đáp án A