

**CHỦ ĐỀ 6. SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**I. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA**

**1. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM**

Xét hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị  $(C)$  và hàm số bậc nhất  $y = kx + n$  có đồ thị  $d$ .

Lập phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và  $d$ :  
 $ax^3 + bx^2 + cx + d = kx + n$  (1)

Phương trình (1) là phương trình bậc ba nên có ít nhất một nghiệm. Ta có 2 trường hợp:

- **Trường hợp 1:** Phương trình (1) có “nghiệm đẹp”  $x_0$ .

Thường thì đề hay cho nghiệm  $x_0 = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$  thì khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow (x - x_0)(Ax^2 + Bx + C) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = 0 \\ Ax^2 + Bx + C = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Khi đó:

+  $(C)$  và  $d$  có ba giao điểm  $\Leftrightarrow$  phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm  $x_0$ .

(Đây là trường hợp thường gặp)

+  $(C)$  và  $d$  có hai giao điểm  $\Leftrightarrow$  phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm  $x_0$  hoặc phương trình (2) có nghiệm kép khác  $x_0$ .

+  $(C)$  và  $d$  có một giao điểm  $\Leftrightarrow$  phương trình (1) có một nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm kép là  $x_0$ .

- **Trường hợp 2:** Phương trình (1) không thể nhẩm được “nghiệm đẹp” thì ta biến đổi phương trình (1) sao cho hạng tử chứa  $x$  tất cả nằm bên vế trái, các hạng tử chứa tham số  $m$  nằm bên vế phải, nghĩa là  $(1) \Leftrightarrow f(x) = g(m)$ .

Ta khảo sát và vẽ bảng biến thiên hàm số  $y = f(x)$  và biện luận số giao điểm của  $(C)$  và  $d$  theo tham số  $m$ .

**2. CÁC VÍ DỤ**

**Ví dụ 1:** Tìm giao điểm của đồ thị  $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  và đường thẳng  $y = 1$ .

Hướng dẫn giải

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy có ba giao điểm  $A(0;1), B(1;1), C(2;1)$ .

**Ví dụ 2:** Cho hàm số  $y = mx^3 - x^2 - 2x + 8m$  có đồ thị là  $(C_m)$ . Tìm  $m$  để đồ thị  $(C_m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } mx^3 - x^2 - 2x + 8m = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)[mx^2 - (2m+1)x + 4m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ mx^2 - (2m+1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$(C_m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow (1)$  có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow (2)$  có hai nghiệm phân biệt khác  $-2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = -12m^2 + 4m + 1 > 0 \\ 12m + 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{6} < m < \frac{1}{2} \\ m \neq -\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{6} < m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy  $m \in \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right) \setminus \{0\}$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x + 1$  cắt đồ thị  $(C)$  tại ba điểm phân biệt.

**Hướng dẫn giải**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và  $d$ :

$$2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1 = -x + 1 \Leftrightarrow x(2x^2 - 3mx + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 3mx + m = 0 (*) \end{cases}$$

## Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow (*)$  có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9m^2 - 8m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{8}{9}; +\infty\right).$$

Vậy  $m \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{8}{9}; +\infty\right)$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 4:** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 + mx + 2$  cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

### Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là

$$x^3 + mx + 2 = 0.$$

Vì  $x = 0$  không là nghiệm của phương trình, nên phương trình tương đương với

$$m = -x^2 - \frac{2}{x} \quad (x \neq 0)$$

Xét hàm số  $f(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$  với  $x \neq 0$ , suy ra  $f'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2x^3 + 2}{x^2}$ . Vậy

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+			+	0	-
$f(x)$			$+\infty$			$-3$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị cắt trục hoành tại một điểm duy nhất  $\Leftrightarrow m > -3$ .  
Vậy  $m > -3$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 5:** Tìm  $m$  để đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

### Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 9x = -m \quad (1)$$

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đường (C):  $y = x^3 - 3x^2 - 9x$  và đường thẳng  $d: y = -m$ . Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của (C) và  $d$ .

Khảo sát và vẽ bảng biến thiên của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ .

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Đạo hàm } y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		$-1$		$3$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$			$5$		$-27$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (1) có ba nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -27 < -m < 5 \Leftrightarrow -5 < m < 27.$$

**Ví dụ 6:** Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua điểm  $A(-1;0)$  với hệ số góc  $k$  ( $k \in \mathbb{R}$ ). Tìm  $k$  để đường thẳng  $d$  cắt đồ thị hàm số (C):  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  tại ba điểm phân biệt  $A, B, C$  và tam giác  $OBC$  có diện tích bằng 1 ( $O$  là gốc tọa độ).

**Hướng dẫn giải**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(-1;0)$  và có hệ số góc  $k$  nên có dạng  $y = k(x+1)$ , hay

$$kx - y + k = 0.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và  $d$  là:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx + k \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4 - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ g(x) = x^2 - 4x + 4 - k = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$d$  cắt (C) tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt khác  $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > 0 \\ k \neq 9 \end{cases}$$

## Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Khi đó  $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 - \sqrt{k}; x = 2 + \sqrt{k}$ . Vậy các giao điểm của hai đồ thị lần lượt là

$$A(-1; 0), B(2 - \sqrt{k}; 3k - k\sqrt{k}), C(2 + \sqrt{k}; 3k + k\sqrt{k}).$$

Tính được  $BC = 2\sqrt{k}\sqrt{1+k^2}$ ,  $d(O, BC) = d(O, d) = \frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}}$ . Khi đó

$$S_{\Delta OBC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|k|}{\sqrt{1+k^2}} \cdot 2\sqrt{k}\sqrt{1+k^2} = 1 \Leftrightarrow |k|\sqrt{k} = 1 \Leftrightarrow k^3 = 1 \Leftrightarrow k = 1.$$

Vậy  $k = 1$  thỏa yêu cầu bài toán.

## II. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG

### 1. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $y = k$  có đồ thị  $d$ .

Lập phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và  $d: ax^4 + bx^2 + c = k$  (1)

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ ) ta có phương trình  $at^2 + bt + c - k = 0$  (2)

- $(C)$  và  $d$  có bốn giao điểm  $\Leftrightarrow$  (1) có bốn nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (2) có

hai nghiệm dương phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) thỏa  $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$ . (Trường

hợp này thường gặp)

- $(C)$  và  $d$  có ba giao điểm  $\Leftrightarrow$  (1) có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (2) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm dương và một nghiệm  $t = 0$ .
- $(C)$  và  $d$  có hai giao điểm  $\Leftrightarrow$  (1) có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (2) có nghiệm kép dương hoặc có hai nghiệm trái dấu.
- $(C)$  và  $d$  không có giao điểm  $\Leftrightarrow$  (1) vô nghiệm  $\Leftrightarrow$  (2) vô nghiệm hoặc chỉ có nghiệm âm.
- $(C)$  và  $d$  có một giao điểm  $\Leftrightarrow$  (1) có một nghiệm  $\Leftrightarrow$  (2) có nghiệm  $t = 0$  và một nghiệm âm.

### 2. CÁC VÍ DỤ

**Ví dụ 1:** Tìm giao điểm của đồ thị  $(C): y = x^4 + 2x^2 - 3$  và trục hoành.

**Hướng dẫn giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -3 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \vee x = -1.$

## Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Vậy có hai giao điểm:  $A(-1;0)$ ,  $B(1;0)$ .

**Ví dụ 2:** Tìm  $m$  để phương trình  $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$  có bốn nghiệm phân biệt.

### Hướng dẫn giải

Phương trình:  $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 3 = m$  (1)

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đường

(C):  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  và đường thẳng  $d: y = m$ . Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của (C) và  $d$ .

Khảo sát và vẽ bảng biến thiên của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Đạo hàm  $y' = 4x^3 - 4x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$				$3$				$+\infty$

Arrows indicate the function values at the critical points:  $y(-1) = 2$  and  $y(1) = 3$ .

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (1) có bốn nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow 2 < m < 3$ . Vậy  $2 < m < 3$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 3m - 2$  ( $C_m$ ). Định  $m$  để đồ thị ( $C_m$ ) cắt đường thẳng  $d: y = -2$  tại bốn điểm phân biệt.

### Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của ( $C_m$ ) và  $d$ :

$$x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 3m - 2 = -2 \Leftrightarrow x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 3m = 0 \quad (1).$$

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ ), phương trình trở thành

$$t^2 - 2(m+1)t + m^2 - 3m = 0 \quad (2).$$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

$(C_m)$  và  $d$  có bốn giao điểm  $\Leftrightarrow$  (1) có bốn nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (2) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m+1 > 0 \\ m^2-3m > 0 \\ 2(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{5} \\ m < 0, m > 3 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{5} < m < 0 \\ m > 3 \end{cases}.$$

Vậy  $m \in \left(-\frac{1}{5}; 0\right) \cup (3; +\infty)$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 4:** Cho hàm số  $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$  (C). Tìm  $m$  để đường thẳng  $d: y = -1$  cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ đều nhỏ hơn 2.

**Hướng dẫn giải**

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và  $d: y = -1$  là

$$x^4 - (3m+2)x^2 + 3m = -1 \Leftrightarrow x^4 - (3m+2)x^2 + 3m + 1 = 0.$$

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ ), ta có phương trình

$$t^2 - (3m+2)t + 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3m + 1 \end{cases}$$

Khi đó  $\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3m + 1 \end{cases}$ . Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 3m + 1 < 4 \\ 3m + 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < m < 1$  và  $m \neq 0$ .

Vậy  $-\frac{1}{3} < m < 1$  và  $m \neq 0$  thỏa yêu cầu bài toán.

**Ví dụ 5:** Cho hàm số  $y = x^4 - (3m+4)x^2 + m^2$  có đồ thị là  $(C_m)$ . Tìm  $m$  để đồ thị  $(C_m)$  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng.

**Hướng dẫn giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^4 - (3m+4)x^2 + m^2 = 0$  (1)

Đặt  $t = x^2$  ( $t \geq 0$ ), phương trình (1) trở thành:  $t^2 - (3m+4)t + m^2 = 0$  (2)

$(C_m)$  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (1) có bốn nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có hai nghiệm dương phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ P = m^2 > 0 \\ S = 3m + 4 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \vee m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \\ m > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Khi đó phương trình (2) có hai nghiệm  $0 < t_1 < t_2$ . Suy ra phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt là  $x_1 = -\sqrt{t_2} < x_2 = -\sqrt{t_1} < x_3 = \sqrt{t_1} < x_4 = \sqrt{t_2}$ . Bốn nghiệm  $x_1, x_2, x_3, x_4$  lập thành cấp số cộng

$$\Leftrightarrow x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 \Leftrightarrow -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 \quad (3)$$

Theo định lý Viet ta có  $\begin{cases} t_1 + t_2 = 3m + 4 & (4) \\ t_1 t_2 = m^2 & (5) \end{cases}$

Từ (3) và (4) ta suy ra được  $\begin{cases} t_1 = \frac{3m+4}{10} \\ t_2 = \frac{9(3m+4)}{10} \end{cases} \quad (6).$

Thay (6) vào (5) ta được  $\frac{9}{100}(3m+4)^2 = m^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(3m+4) = 10m \\ 3(3m+4) = -10m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = -\frac{12}{19} \end{cases} \text{ (thỏa (*))}$$

Vậy giá trị  $m$  cần tìm là  $m = 12; m = -\frac{12}{19}$ .

### III. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

#### 1. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị (C) và đường thẳng

$y = kx + n$  có đồ thị  $d$ . Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và  $d$ :



$$\frac{ax+b}{cx+d} = kx+n \Leftrightarrow \begin{cases} Ax^2 + Bx + C = 0 & (1) \\ x \neq -\frac{d}{c} \end{cases}$$

(C) và  $d$  có hai giao điểm  $\Leftrightarrow$  (1) có hai nghiệm phân biệt khác  $-\frac{d}{c}$ .

## 2. CÁC VÍ DỤ

**Ví dụ 1:** Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (C):  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$  và đường thẳng  $d: y = x+2$ .

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $\frac{2x+1}{2x-1} = x+2$  (1)

Điều kiện:  $x \neq \frac{1}{2}$ . Khi đó (1)  $\Leftrightarrow 2x+1 = (2x-1)(x+2) \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là  $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$  và  $(1; 3)$ .

**Ví dụ 2.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị là (C). Tìm  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x+m$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $\frac{2x-1}{x-1} = -x+m$  (1)

Điều kiện:  $x \neq 1$ . Khi đó (1)  $\Leftrightarrow 2x-1 = (-x+m)(x-1)$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m-1)x + m-1 = 0 \quad (2)$$

$d$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = [-(m-1)]^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1 - (m-1) \cdot 1 + m - 1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty).$$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Vậy giá trị  $m$  cần tìm là  $m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$ .

**Ví dụ 3:** Cho hàm số  $y = \frac{mx-1}{x+2}$  có đồ thị là  $(C_m)$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d : y = 2x - 1$  cắt đồ thị  $(C_m)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{10}$ .

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $\frac{mx-1}{x+2} = 2x-1$  (1)

Điều kiện:  $x \neq -2$ . Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow mx-1 = (2x-1)(x+2) \Leftrightarrow 2x^2 - (m-3)x - 1 = 0 \quad (2)$$

$d$  cắt  $(C_m)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B \Leftrightarrow (1)$  có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (2)$  có hai nghiệm phân biệt khác  $-2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = [-(m-3)]^2 + 8 > 0 \\ 8 + 2m - 6 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2}$$

(\*)

Đặt  $A(x_1; 2x_1 - 1); B(x_2; 2x_2 - 1)$  với  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (2).

Theo định lý Viet ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-3}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$ , khi đó

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + 4(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 5[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = 10$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{m-3}{2}\right)^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 3 \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy giá trị  $m$  cần tìm là  $m = 3$ .

**Ví dụ 4:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  (C). Tìm  $m$  để đường thẳng  $d : y = -2x + m$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  có diện tích là  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và  $d$ :

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\frac{2x+1}{x+1} = -2x+m \Leftrightarrow 2x+1 = (x+1)(-2x+m) \quad (\text{điều kiện: } x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (4-m)x + 1 - m = 0 \quad (1) \quad (\text{điều kiện: } x \neq -1).$$

$d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A, B$  phân biệt  $\Leftrightarrow (1)$  có hai nghiệm phân biệt khác  $-1$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 + 8 > 0 \quad \forall m \\ 2 \cdot (-1)^2 + (4-m)(-1) + 1 - m \neq 0 \end{cases}$$

Suy ra  $d$  luôn cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A, B$  phân biệt với mọi  $m$ .

Gọi  $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ , trong đó  $y_1 = -2x_1 + m; y_2 = -2x_2 + m$  và  $x_1, x_2$  là các

nghiệm của (1). Theo định lý Viet ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-4}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{1-m}{2} \end{cases}$ . Tính được:

$$d(O; AB) = \frac{|m|}{\sqrt{5}}; AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{5(x_1 + x_2)^2 - 20x_1x_2} = \frac{\sqrt{5(m^2 + 8)}}{2}$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(O; AB) = \frac{|m|\sqrt{m^2 + 8}}{4} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = 2 \vee m = -2.$$

Vậy các giá trị  $m$  cần tìm là  $m = 2; m = -2$ .

**Ví dụ 5:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  ( $C$ ). Tìm  $k$  để đường thẳng  $d: y = kx + 2k + 1$  cắt ( $C$ ) tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho khoảng cách từ  $A$  và  $B$  đến trục hoành bằng nhau.

**Lời giải**

Phương trình hoành độ giao điểm của ( $C$ ) và  $d$ :

$$\frac{2x+1}{x+1} = kx + 2k + 1 \Leftrightarrow 2x+1 = (x+1)(kx + 2k + 1) \quad (\text{điều kiện: } x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow kx^2 + (3k-1)x + 2k = 0 \quad (1). \quad (\text{điều kiện: } x \neq -1)$$

$d$  cắt ( $C$ ) tại hai điểm  $A, B$  phân biệt  $\Leftrightarrow (1)$  có hai nghiệm phân biệt khác  $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = k^2 - 6k + 1 > 0 \\ k(-1)^2 + (3k-1)(-1) + 2k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Khi đó:  $A(x_1; kx_1 + 2k + 1)$ ,  $B(x_2; kx_2 + 2k + 1)$  với  $x_1, x_2$  là nghiệm của (1).

Theo định lý Viet ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-3k+1}{k} \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$ . Tính được

$$d(A; Ox) = d(B; Ox) \Leftrightarrow |kx_1 + 2k + 1| = |kx_2 + 2k + 1|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} kx_1 + 2k + 1 = kx_2 + 2k + 1 \\ kx_1 + 2k + 1 = -kx_2 - 2k - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \text{ (loại)} \\ k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -3.$$

Vậy  $k = -3$  thỏa yêu cầu bài toán.

**A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$  với trục  $Ox$  là  
A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 2.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = (x+3)(x^2 + 3x + 2)$  với trục  $Ox$  là  
A. 1.                      B. 3.                      C. 0.                      D. 2.

**Câu 3.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x - 12$  và trục  $Ox$  là  
A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 0.

**Câu 4.** Đường thẳng  $y = x - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  tại các điểm có tọa độ là  
A.  $(0; 2)$ .                      B.  $(-1; 0); (2; 1)$ .                      C.  $(0; -1); (2; 1)$ .                      D.  $(1; 2)$ .

**Câu 5.** Đồ thị  $(C): y = \frac{2x-1}{x+1}$  cắt đường thẳng  $d: y = 2x - 3$  tại các điểm có tọa độ là

A.  $(2; -1); \left(-\frac{1}{2}; -2\right)$ .                      B.  $(2; 1); \left(-\frac{1}{2}; -4\right)$ .

C.  $(-1; -5); \left(\frac{3}{2}; 0\right)$ .                      D.  $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ .

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = 2x^4 + x^3 + x^2$  cắt trục hoành tại mấy điểm?  
A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 0.

- Câu 7.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = x - 1$ . Số giao điểm của  $(C)$  và  $d$  là  
A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.
- Câu 8.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2}$  và trục hoành là  
A. 0.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.
- Câu 9.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = (x - 1)(x^2 - 3x + 2)$  và trục hoành là  
A. 0.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.
- Câu 10.** Giao điểm giữa đồ thị  $(C): y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$  và đường thẳng  $(d): y = x + 1$  là  
A.  $A(2; -1)$ .                      B.  $A(0; -1)$ .                      C.  $A(-1; 2)$ .                      D.  $A(-1; 0)$ .
- Câu 11.** Cho hàm số  $y = x^4 - 4x^2 - 2$  có đồ thị  $(C)$  và đồ thị  $(P): y = 1 - x^2$ . Số giao điểm của  $(P)$  và đồ thị  $(C)$  là  
A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.
- Câu 12.** Cho hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = 2x - 3$ . Số giao điểm của  $(C)$  và  $d$  là  
A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 0.
- Câu 13.** Tọa độ giao điểm giữa đồ thị  $(C): y = \frac{2x - 1}{x + 2}$  và đường thẳng  $d: y = x - 2$  là  
A.  $A(-1; -3); B(3; 1)$ .                      B.  $A(1; -1); B(0; -2)$ .  
C.  $A(-1; -3); B(0; -2)$ .                      D.  $A(1; -1); B(3; 1)$ .
- Câu 14.** Cho hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = 2x - 3$ . Đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm  $A$  và  $B$ . Khi đó hoành độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là  
A.  $x_I = \frac{4}{3}$ .                      B.  $x_I = -\frac{3}{4}$ .                      C.  $x_I = \frac{3}{4}$ .                      D.  $x_I = -\frac{4}{3}$ .
- Câu 15.** Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $MN$  với  $M, N$  là giao điểm của đường thẳng  $d: y = x + 1$  và đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{2x + 2}{x - 1}$  là  
A.  $I(-1; -2)$ .                      B.  $I(-1; 2)$ .                      C.  $I(1; -2)$ .                      D.  $I(1; 2)$ .
- Câu 16.** Gọi  $M, N$  là hai giao điểm của đường thẳng  $d: y = x + 1$  và  $(C): y = \frac{2x + 4}{x - 1}$ . Hoành độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $MN$  là



**Câu 26.** Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^4 - 3x^2 + m = 0$  có bốn nghiệm phân biệt là

- A.  $1 < m < \frac{13}{4}$ .      B.  $0 < m < \frac{9}{4}$ .      C.  $-\frac{9}{4} < m < 0$ .      D.  $-1 < m < \frac{13}{4}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + m$ . Tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt là

- A.  $0 < m < 1$ .      B.  $-1 < m \leq 0$ .  
C.  $-1 < m < 0$ .      D.  $-1 \leq m < 0$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = (x-2)(x^2 + mx + m^2 - 3)$ . Tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là

- A.  $-2 < m < -1$ .      B.  $\begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}$ .      C.  $-1 < m < 2$ .      D.  $\begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$ .

**Câu 29.** Tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$  có bốn nghiệm phân biệt là

- A.  $2 < m < 3$ .      B.  $2 \leq m \leq 3$ .      C.  $m \geq 2$ .      D.  $m > 2$ .

**Câu 30.** Tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^4 - 2x^2 - m + 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt là

- A.  $m > 3$ .      B.  $m \geq 3$ .  
C.  $m > 3$  hoặc  $m = 2$ .      D.  $m = 3$  hoặc  $m = 2$ .

**Câu 31.** Tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = -2x^4 + 2x^2 + 1$  cắt đường thẳng  $y = 3m$  tại ba điểm phân biệt là

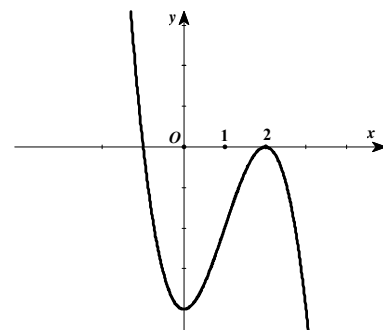
- A.  $\frac{1}{3} \leq m \leq \frac{1}{2}$ .      B.  $m = \frac{1}{2}$ .      C.  $m \leq \frac{1}{3}$ .      D.  $m = \frac{1}{3}$ .

**Câu 32.** Tất cả giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $(C): y = -2x^3 + 3x^2 + 2m - 1$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là

- A.  $\frac{1}{4} \leq m < \frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$ .      C.  $0 < m < \frac{1}{2}$ .      D.  $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$ .

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$  có nghiệm duy nhất lớn hơn 2. Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$  là hình bên.

- A.  $m > 0$ .  
B.  $m \leq -4$ .  
C.  $m < -4$ .

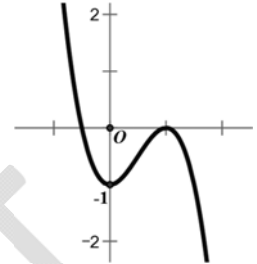


D.  $m \leq -4$  hoặc  $m \geq 0$ .

**Câu 34.** Tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x - m + 1 = 0$  có ba nghiệm phân biệt, trong đó có hai nghiệm dương là

- A.  $-1 \leq m \leq 1$ .      B.  $-1 < m \leq 1$ .      C.  $-1 < m < 3$ .      D.  $-1 < m < 1$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Dùng đồ thị (C) suy ra tất cả giá trị tham số  $m$  để phương trình  $2x^3 - 3x^2 + 2m = 0$  (1) có ba nghiệm phân biệt là



- A.  $0 < m < \frac{1}{2}$ .      B.  $-1 < m < 0$ .  
C.  $0 \leq m \leq -1$ .      D.  $-1 \leq m \leq 0$ .

**Câu 36.** Cho phương trình  $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$  (1). Điều kiện của tham số  $m$  để (1) có ba nghiệm phân biệt thỏa  $x_1 < 1 < x_2 < x_3$  khi

- A.  $m = -1$ .      B.  $-1 < m < 3$ .      C.  $-3 < m < -1$ .      D.  $-3 \leq m \leq -1$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d: y = x - 1$ . Giao điểm của (C) và  $d$  lần lượt là  $A(1; 0)$ ,  $B$  và  $C$ . Khi đó khoảng cách giữa  $B$  và  $C$  là

- A.  $BC = \frac{\sqrt{30}}{2}$ .      B.  $BC = \frac{\sqrt{34}}{2}$ .      C.  $BC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .      D.  $BC = \frac{\sqrt{14}}{2}$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d: y = 2x - 3$ . Đường thẳng  $d$  cắt (C) tại hai điểm  $A$  và  $B$ . Khoảng cách giữa  $A$  và  $B$  là

- A.  $AB = \frac{2}{5}$ .      B.  $AB = \frac{5}{2}$ .      C.  $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .      D.  $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có đồ thị (C) và đường thẳng  $d: y = 2x - m$ . Đường thẳng  $d$  cắt (C) tại hai điểm  $A$  và  $B$  khi giá trị của tham số  $m$  thỏa

- A.  $-4 - 2\sqrt{6} \leq m \leq -4 + 2\sqrt{6}$ .      B.  $m \leq -4 - 2\sqrt{6}$  hoặc  $m \geq -4 + 2\sqrt{6}$ .  
C.  $-4 - 2\sqrt{6} < m < -4 + 2\sqrt{6}$ .      D.  $m < -4 - 2\sqrt{6}$  hoặc  $m > -4 + 2\sqrt{6}$ .

**Câu 40.** Cho hàm số (C):  $y = \frac{x}{x-1}$  và đường thẳng  $d: y = x + m$ . Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho (C) và  $d$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt là

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .  
C.  $\mathbb{R}$ .      D.  $\emptyset$ .



- Câu 41.** Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = x + m^2$  cắt đồ thị hàm số  $(C): y = -x^3 + 4x$  tại ba điểm phân biệt là
- A.  $(-1; 1)$ .                      B.  $(-\infty; 1]$ .                      C.  $\mathbb{R}$ .                      D.  $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ .
- Câu 42.** Tất cả giá trị tham số  $m$  để đồ thị  $(C): y = x^4$  cắt đồ thị  $(P): y = (3m + 4)x^2 - m^2$  tại bốn điểm phân biệt là
- A.  $m \in (-\infty; -4) \cup \left(-\frac{5}{4}; 0\right) \cup (0; +\infty)$ .                      B.  $m \in (-1; 0) \cup (0; +\infty)$ .
- C.  $m \in \left(-\frac{4}{5}; 0\right) \cup (0; +\infty)$ .                      D.  $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
- Câu 43.** Cho đồ thị  $(C): y = 2x^3 - 3x^2 - 1$ . Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $A(0; -1)$  có hệ số góc bằng  $k$ . Tất cả giá trị  $k$  để  $(C)$  cắt  $d$  tại ba điểm phân biệt là
- A.  $\begin{cases} k < \frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} k < -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} k > \frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$ .
- Câu 44.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $d$  là đường thẳng qua  $I(1; 2)$  với hệ số góc  $k$ . Tập tất cả các giá trị của  $k$  để  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt  $I, A, B$  sao cho  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là
- A.  $\{0\}$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $\{-3\}$ .                      D.  $(-3; +\infty)$ .
- Câu 45.** Với những giá trị nào của tham số  $m$  thì  $(C_m): y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1?
- A.  $\frac{1}{2} < m \neq 1$ .                      B.  $m > \frac{1}{2}$ .                      C.  $m \geq \frac{1}{2}$ .                      D.  $m \neq 1$ .
- Câu 46.** Cho đồ thị  $(C): y = 4x^3 - 3x + 1$  và đường thẳng  $d: y = m(x-1) + 2$ . Tất cả giá trị tham số  $m$  để  $(C)$  cắt  $d$  tại một điểm là
- A.  $m = 9$ .                      B.  $m \leq 0$ .                      C.  $m \leq 0$  hoặc  $m = 9$ .                      D.  $m < 0$ .
- Câu 47.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = x + m$ . Giá trị của tham số  $m$  để  $d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{10}$  là
- A.  $m = 0$  hoặc  $m = 6$ .                      B.  $m = 0$ .
- C.  $m = 6$ .                      D.  $0 \leq m \leq 6$ .
- Câu 48.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$  và  $d: y = x + m$ . Giá trị của tham số  $m$  để  $d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho tiếp tuyến tại  $A$  và  $B$  song song với nhau.

A. Không tồn tại.      B.  $m = 0$ .      C.  $m = -3$ .      D.  $m = 3$ .

**Câu 49.** Cho  $(P): y = x^2 - 2x - m^2$  và  $d: y = 2x + 1$ . Giả sử  $(P)$  cắt  $d$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  thì tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là

A.  $I(2; -m^2)$ .      B.  $I(1; -m^2 - 1)$ .      C.  $I(1; 3)$ .      D.  $I(2; 5)$ .

**Câu 50.** Giá trị nào của tham số  $m$  để đồ thị  $(C_m): y = (m-1)x^3 + x^2 - m$  chỉ có một điểm chung với trục hoành?

A.  $m = 1$ .      B.  $m < 0$  hoặc  $m > \frac{4}{3}$ .

C.  $m < 0$ .      D.  $m > \frac{4}{3}$ .

**Câu 51.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - m - 1$  có đồ thị  $(C)$ . Giá trị của tham số  $m$  để đồ thị  $(C)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt lập thành cấp số cộng là

A.  $m = 0$ .      B.  $m = 3$ .      C.  $m = -3$ .      D.  $m = \pm 6$ .

**Câu 52.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = x + m$ . Đường thẳng  $(d)$  cắt đồ thị  $(C)$  tại hai điểm  $A$  và  $B$ . Với  $C(-2; 5)$ , giá trị của tham số  $m$  để tam giác  $ABC$  đều là

A.  $m = 1$ .      B.  $m = 1$  hoặc  $m = 5$ .

C.  $m = 5$ .      D.  $m = -5$ .

**Câu 53.** Cho hàm số  $y = x^4 - (2m-1)x^2 + 2m$  có đồ thị  $(C)$ . Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = 2$  cắt đồ thị  $(C)$  tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ lớn hơn 3 là

A.  $m \neq \frac{3}{2}$ .      B.  $1 < m < \frac{11}{2}$ .      C.  $\begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < 2 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}$ .

**Câu 54.** Cho hàm số:  $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$  có đồ thị  $(C)$ . Đường thẳng  $d: y = -x + 2$  cắt đồ thị  $(C)$  tại ba điểm phân biệt  $A(0; -2)$ ,  $B$  và  $C$ . Với  $M(3; 1)$ , giá trị của tham số  $m$  để tam giác  $MBC$  có diện tích bằng  $2\sqrt{7}$  là

A.  $m = -1$ .      B.  $m = -1$  hoặc  $m = 4$ .

C.  $m = 4$ .      D. Không tồn tại  $m$ .

**Câu 55.** Cho đồ thị  $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ . Tất cả giá trị của tham số  $m$  để  $(C_m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$  là

- A.  $m = 1$ .                      B.  $m \neq 0$ .                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m > -\frac{1}{4}$  và  $m \neq 0$ .

- Câu 56.** Cho hàm số :  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$  có đồ thị  $(C_m)$ . Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để  $(C_m)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$  là  
 A.  $m > 1$  hoặc  $m < -1$ .      B.  $m < -1$ .                      C.  $m > 0$ .                      D.  $m > 1$ .

- Câu 57.** Cho đồ thị  $(C): y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$  và đường thẳng  $d: y = m$ . Tất cả các giá trị tham số  $m$  để  $(C)$  cắt  $d$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{2}$  là  
 A.  $m = 1 + \sqrt{6}$ .                      B.  $m = 1 - \sqrt{6}$  hoặc  $m = 1 + \sqrt{6}$ .  
 C.  $m = 1 - \sqrt{6}$ .                      D.  $m < 1$  hoặc  $m > 3$ .

**B. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**I – ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
A	A	B	A	C	B	B	B	A	C	D	C	C	D	A	C	B	D	D	C

4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7			
D	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B			

**II – HƯỚNG DẪN GIẢI**

- Câu 1.** Chọn C.  
 Phương trình hoành độ giao điểm:  $-x^4 + 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$ .  
 Vậy số giao điểm là 2.

- Câu 2.** Chọn B.  
 Giải phương trình  $(x + 3)(x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Vậy số giao điểm là 3.

**Câu 3.** Chọn B.

Lập phương trình hoành độ giao điểm:  $x^3 - 2x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

Vậy có một giao điểm duy nhất.

**Câu 4.** Chọn C.

Lập phương trình hoành độ giao điểm  $\frac{2x-1}{x+1} = x-1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$ .

Thế vào phương trình  $y = x - 1$  được tung độ tương ứng  $\begin{cases} y = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ .

Vậy chọn  $(0; -1)$ ,  $(2; 1)$ .

**Câu 5.** Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:  $\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Thế vào phương trình  $2x - 3$  được tung độ tương ứng:  $\begin{cases} y = 1 \\ y = -4 \end{cases}$ .

Vậy chọn  $(2; 1)$  và  $(-\frac{1}{2}; -4)$ .

**Câu 6.** Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^4 + x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(2x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x + 1 = 0(VN) \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm.

**Câu 7.** Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1 - \sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 3.

**Câu 8.** Chọn D

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm là 2.

**Câu 9.** Chọn D.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } (x-1)(x^2 - 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm là 2.

**Câu 10.** Chọn D.

$$\text{Lập phương trình hoành độ giao điểm } \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1} = x + 1 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 0.$$

Vậy chọn  $(-1; 0)$ .

**Câu 11.** Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 - 4x^2 - 2 = -x^2 + 1 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{21}}{2}} \vee x = -\sqrt{\frac{3 + \sqrt{21}}{2}} \\ x^2 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} < 0 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm là 2.

**Câu 12.** Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm là 2.

**Câu 13.** Chọn A.

$$\text{Lập phương trình hoành độ giao điểm } \frac{2x-1}{x+2} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 1 \\ x = -1 \Rightarrow y = -3 \end{cases}.$$

Vậy chọn  $A(-1; -3)$ ,  $B(3; 1)$ .

**Câu 14.** Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3}{4}.$$

**Câu 15.** Chọn D.

Lập phương trình hoành độ giao điểm  $\frac{2x+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 4 \\ x = -1 \Rightarrow y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1;2).$

Vậy chọn  $I(1;2)$ .

**Câu 16.** Chọn B.

Lập phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{2x+4}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{6} \\ x = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow x_I = 1.$$

**Câu 17.** Chọn A.

Lập phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4 - x^2 + 2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{4} \\ x^2 = \frac{1 - \sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{33}}{4}} \vee x = -\sqrt{\frac{1 + \sqrt{33}}{4}}.$$

Vậy số giao điểm là 2.

**Câu 18.** Chọn A.

Tiếp cận ngang của đồ thị hàm số ( $C'$ ) là  $y = 1$ . Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^4 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow y = 1.$$

Vậy chọn  $(1;1), (-1;1)$ .

**Câu 19.** Chọn C.

Lập phương trình hoành độ giao điểm:  $x^3 - 3x^2 + 1 = m$

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$ .

Bảng biến thiên:

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$			$-3$		$+\infty$

Do đó, đồ thị cắt đường thẳng  $y = m$  tại ba điểm phân biệt khi  $-3 < m < 1$ .

Vậy chọn  $-3 < m < 1$ .

**Câu 20.** Chọn A.

Lập phương trình hoành độ giao điểm:  $-2x^4 + 4x^2 + 2 = m$

Ta có:  $y' = -8x^3 + 8x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = -1$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$-$
$y$		$4$		$4$	
	$-\infty$		$2$		$-\infty$

Do đó, đường thẳng  $y = m$  **không** cắt đồ thị hàm số khi  $m > 4$ .

Vậy chọn  $m > 4$ .

**Câu 21.** Chọn A.

Ta khảo sát hàm số (C):  $y = x^4 - 2x^2$  tìm được  $y_{CT} = -1$ ,  $y_{CB} = 0$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow -1 < m + 3 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < -3$ .

Vậy chọn  $m \in (-4; -3)$ .

**Câu 22.** Chọn A.

**Phương pháp tự luận:**

Ta khảo sát hàm số (C):  $y = x^3 - 3x + 1$  tìm được  $y_{CB} = 3$ ,  $y_{CT} = -1$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow -1 < m < 3$ . Vậy chọn  $-1 < m < 3$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:** Ta kiểm tra trực tiếp đáp án

+Với  $m = 2$ , giải phương trình  $x^3 - 3x - 1 = 0$  ta bấm máy được ba nghiệm  $\Rightarrow$  loại C, D.

+Với  $m = -1$ , giải phương trình  $x^3 - 3x + 2 = 0$  ta bấm máy được hai nghiệm  $\Rightarrow$  loại B.

Vậy chọn  $-1 < m < 3$

**Câu 23.** Chọn B.

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		$0$		$2$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$		↗			↘		↗

Đường thẳng  $d: y = m$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt khi:  $-2 < m < 2$ .

Vậy chọn  $-2 < m < 2$ .

**Câu 24.** Chọn A.

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$	↘			$-3$	↘			$+\infty$

Đường thẳng  $d: y = m$  cắt  $(C)$  tại bốn điểm phân biệt khi  $-4 < m < -3$ .

Vậy chọn  $-4 < m < -3$

**Câu 25.** Chọn C.

Xét hàm số  $y = x^4 - 4x^2 - 2$

Tính  $y' = 4x^3 - 8x$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = \sqrt{2} \Rightarrow y = -6 \\ x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = -6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$0$	$\sqrt{2}$	$+\infty$				
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$			$-2$			$-6$		$+\infty$

$\swarrow$   $\searrow$   $\swarrow$   $\searrow$   
 $-6$   $-6$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra  $-6 < m < -2$ .

Vậy chọn  $-6 < m < -2$ .

**Câu 26.** Chọn B.

Phương trình  $\Leftrightarrow m = -x^4 + 3x^2$ . Đặt (C):  $y = -x^4 + 3x^2$  và  $d: y = m$

Xét hàm số  $y = -x^4 + 3x^2$ . Ta có  $y' = -4x^3 + 6x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{\sqrt{6}}{2} \vee x = -\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	$0$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$				
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$-\infty$		$\frac{9}{4}$		$0$		$\frac{9}{4}$		$-\infty$

$\swarrow$   $\searrow$   $\swarrow$   $\searrow$   
 $\frac{9}{4}$   $0$   $\frac{9}{4}$

Phương trình có bốn nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow d$  cắt (C) tại bốn điểm phân biệt  $\Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}$ .

Vậy chọn  $0 < m < \frac{9}{4}$ .

**Câu 27.** Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:  $-x^4 + 2x^2 + m = 0 \Leftrightarrow m = x^4 - 2x^2$ .

Đặt (C):  $y = x^4 - 2x^2$  và  $d: y = m$

Xét hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ .

Ta có  $y' = 4x^3 - 4x$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = 1$ .

Bảng biến thiên:

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$x$	$-\infty$		$-1$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$				$0$				$+\infty$

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$        $\nearrow$   
 $-1$        $-1$

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ít nhất ba điểm phân biệt khi  $-1 < m \leq 0$ .

Vậy chọn  $-1 < m \leq 0$ .

**Câu 28.** Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:  $(x-2)(x^2+mx+m^2-3)=0$  (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2+mx+m^2-3=0 \end{cases} \quad (2)$$

Để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 4+2m+m^2-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2+12 > 0 \\ m^2+2m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq -1 \end{cases}.$$

**Câu 29.** Chọn A.

Tương tự ta khảo sát hàm số (C):  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  ta tìm được  $y_{CT} = 2, y_{CD} = 3$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow 2 < m < 3$ . Vậy chọn  $2 < m < 3$ .

**Câu 30.** Chọn C.

**Phương pháp tự luận:**

Tương tự ta khảo sát hàm số (C):  $y = x^4 - 2x^2 + 3$  ta tìm được  $y_{CT} = 2, y_{CD} = 3$ .

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow m = 2 \vee m > 3$ . Vậy chọn  $m = 2 \vee m > 3$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:**

+Với  $m = 3$ , ta giải phương trình  $x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2} \Rightarrow$  loại B, D.

+Với  $m = 2$ , ta giải phương trình  $x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1 \Rightarrow$  loại A.

**Câu 31.** Chọn D.

**Phương pháp tự luận:**

Khảo sát hàm số (C):  $y = -2x^4 + 2x^2 + 1$  tìm được  $y_{CT} = 1, y_{CD} = \frac{3}{2}$ .

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow 3m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$ . Vậy chọn  $m = \frac{1}{3}$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:**

+ Với  $m = \frac{1}{2}$ , ta giải phương trình  $-2x^4 + 2x^2 - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} \vee x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$  loại B,

A.

+ Với  $m = 0$ , ta giải phương trình

$$-2x^4 + 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \\ x^2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \vee x = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \text{loại C.}$$

Vậy chọn  $m = \frac{1}{3}$ .

**Câu 32.** Chọn C.

**Phương pháp tự luận:**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và trục  $Ox$ :  $-2x^3 + 3x^2 + 2m - 1 = 0$ . Ta khảo sát hàm số  $(C')$ :  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  và cũng chỉ là tìm  $y_{CD}, y_{CT}$ . Cụ thể  $y_{CD} = 1, y_{CT} = 0$ .

Do đó yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow 0 < 2m < 1 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$ . Vậy chọn  $0 < m < \frac{1}{2}$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

$$+ \text{ Với } m = 0, \text{ ta có phương trình } -2x^3 + 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{loại B, D.}$$

+ Với  $m = 0.1$ , ta có phương trình  $-2x^3 + 3x^2 - 0.8 = 0$  có 3 nghiệm  $\Rightarrow$  loại C.

**Câu 33.** Chọn C.

Ta có  $x^3 - 3x^2 + 4 + m = 0$  (\*). Xem phương trình (\*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $(C)$ :  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$  và đường thẳng  $d$ :  $y = m$ . Số giao điểm của  $(C)$  và  $d$  là số nghiệm của (\*). Dựa vào đồ thị hàm số, yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow m < -4$ . Vậy chọn  $m < -4$ .

**Câu 34.** Chọn D.

**Phương pháp tự luận:**

Ta có đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  như hình bên.

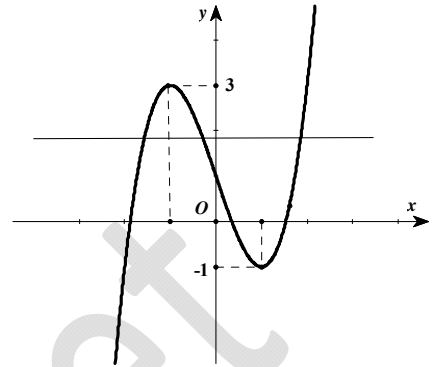
Dựa vào đồ thị ta tìm được kết quả để đồ thị cắt hàm số tại ba điểm phân biệt là  $-1 < m < 3$ .

Với  $x = 0 \Rightarrow y = 1$  nên yêu cầu bài toán  
 $\Leftrightarrow -1 < m < 1$ . Vậy chọn  $-1 < m < 1$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:** Xét  $m = 1$ , ta được

$$\text{phương trình } x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

không đủ hai nghiệm dương  $\Rightarrow$  loại A, B, C. Vậy chọn  $-1 < m < 1$ .



**Câu 35.** Chọn A.

Phương trình (1)  $\Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 - 1 = 2m - 1$  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và  $d: y = 2m - 1$  (là đường thẳng song song hoặc trùng với  $Ox$ ).

Phương trình có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  (C) cắt  $d$  tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$

$$-1 < 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}. \text{ Vậy chọn } 0 < m < \frac{1}{2}.$$

**Câu 36.** Chọn C.

**Phương pháp tự luận**

Ta có  $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$  là phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  và  $y = m$  (là đường thẳng song song hoặc trùng với  $Ox$ ).

Xét  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ . Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$\text{Tính } y' = 3x^2 - 6x.$$

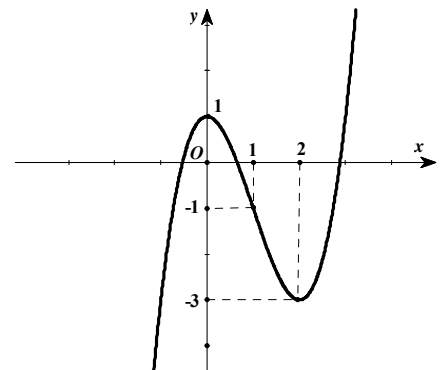
$$\text{Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x = 1 \Rightarrow y = -1$$

Dựa vào đồ thị, số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  và đường thẳng  $y = m$ .

Do đó, yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow -3 < m < -1$ .

**Phương pháp trắc nghiệm**



**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Chọn  $m = 2$  thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) chỉ có một nghiệm. Suy ra loại được đáp án B.

Tiếp tục thử  $m = -1$  thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm nhưng có một nghiệm bằng 1. Suy ra loại A.

Tiếp tục thử  $m = -2$  thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm thỏa yêu cầu bài toán. Suy ra loại D.

Vậy C là đáp án cần tìm.

**Câu 37.** Chọn B.

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng  $d$

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Khi đó ta có  $A(1; 0)$ ,  $B(x_1; x_1 - 1)$  và  $C(x_2; x_2 - 1)$  ( $x_1, x_2$  là nghiệm của (1))

Ta có  $\overline{BC} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1)$ , suy ra

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{2\left(\frac{1}{4} + 4\right)} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

Vậy chọn B.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0.$$

- Nhập máy tính tìm nghiệm phương trình bậc ba.

- Gán hai nghiệm khác 1 vào  $B$  và  $C$ .

- Nhập máy  $X-1$ . Dùng lệnh CALC tìm tung độ của điểm  $B$  và  $C$  gán vào hai biến  $D$

và  $E$ . Khi đó  $BC = \sqrt{(C-B)^2 + (E-D)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$ .

Vậy chọn B.

**Câu 38.** Chọn D.

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 & \Rightarrow A(2;1) \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -4 & \Rightarrow B\left(-\frac{1}{2}; -4\right) \end{cases}$$

Ta có  $\overline{AB} = \left(-\frac{5}{2}; -5\right)$ . Suy ra  $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ . Vậy chọn  $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ .

**Phương pháp trắc nghiệm**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \ (x \neq -1)$ .

Dùng lệnh CALC của máy tính, ta tìm được hai nghiệm của phương trình lần lượt là  $x = 2$  và  $x = -\frac{1}{2}$ . Suy ra  $A(2;1)$  và  $B\left(-\frac{1}{2}; -4\right)$ . Dùng máy tính thu được  $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ .

Vậy chọn  $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ .

**Câu 39.** Chọn D.

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-m \ (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow$  (1) có hai nghiệm phân biệt khác  $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 8(1-m) > 0 \\ 2+m+1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -4 - 2\sqrt{6} \vee m > -4 + 2\sqrt{6}.$$

Vậy chọn  $m < -4 - 2\sqrt{6}$  hoặc  $m > -4 + 2\sqrt{6}$ .

**Phương pháp trắc nghiệm**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-m \ (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Chọn  $m = 0$  thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính, ta nhận thấy (1) vô nghiệm. Suy ra loại được A và C.

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Tiếp tục chọn  $m = -4 + 2\sqrt{6}$  thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính, ta nhận thấy (1) có nghiệm kép. Suy ra loại B.

Vậy chọn  $m < -4 - 2\sqrt{6}$  hoặc  $m > -4 + 2\sqrt{6}$ .

**Câu 40.** Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng  $d$  :

$$\frac{x}{x-1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - m = 0 \quad (1)$$

(C) cắt  $d$  tại hai điểm phân biệt  $\Leftrightarrow (1)$  có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4 > 0 \text{ (đúng với mọi } m).$$

Vậy chọn  $\mathbb{R}$ .

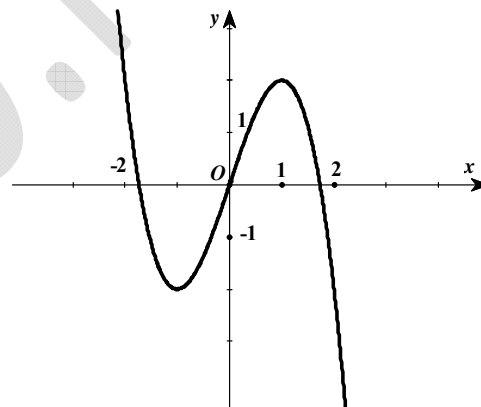
**Câu 41.** Chọn D.

**Phương pháp tự luận:**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng  $d$  :

$$-x^3 + 4x = x + m^2 \Leftrightarrow -x^3 + 3x = m^2$$

Ta khảo sát hàm số (C):  $y = -x^3 + 3x$  có đồ thị sau như hình bên.



Tim được  $y_{CT} = -2$ ,  $y_{CD} = 2$  nên yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow -2 < m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}.$$

Vậy chọn  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:**

+ Với  $m = -3$ , ta có phương trình  $-x^3 + 3x - 9 = 0$ , bấm máy tính ta chỉ tìm được một nghiệm  $\Rightarrow$  loại B, C.

+ Với  $m = 1.4$ , ta có phương trình  $-x^3 + 3x - 1.4^2 = 0$ , bấm máy tính ta ra được ba nghiệm  $\Rightarrow$  loại A.

Vậy chọn  $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ .

**Câu 42.** Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là:

$$x^4 = (3m+4)x^2 - m^2 \Leftrightarrow x^4 - (3m+4)x^2 + m^2 = 0 \quad (1).$$

(C) cắt (P) tại bốn điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ m^2 > 0 \\ 3m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \vee m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \\ m > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Vậy chọn  $\begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$

**Câu 43.** Chọn B.

Phương trình đường thẳng  $d: y = kx - 1$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng  $d$ :

$$2x^3 - 3x^2 - 1 = kx - 1 \Leftrightarrow x(2x^2 - 3x - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (1) \\ 2x^2 - 3x - k = 0 & (2) \end{cases}$$

(C) cắt  $d$  tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

Vậy chọn  $\begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$

**Câu 44.** Chọn D.

**Phương pháp tự luận:**

Phương trình  $d: y = k(x - 1) + 2$ .

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng  $d$ :

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx - k + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - kx + k + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \underbrace{x^2 - 2x - k - 2}_{g(x)} = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$d$  cắt (C) tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  khác 1



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+3 > 0 \\ -3-k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Hơn nữa theo Viet ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$  nên  $I$  là trung điểm  $AB$ .

Vậy chọn  $k > -3$ , hay  $(-3; +\infty)$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:**

Ta tính toán đến phương trình (1)

+ Với  $k = -2$ , ta giải phương trình  $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$  thu được  $x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 1$ .

+ Hơn nữa  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = 4 = 2y_I \end{cases}$  nên  $I$  là trung điểm  $AB \Rightarrow$  loại A, C từ đó ta loại được B.

Vậy chọn  $k > -3$ .

**Câu 45.** Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục  $Ox$ :

$$x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2m \\ x=m+1 \end{cases}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < 2m \neq 2 \\ 1 < m+1 \neq 2 \\ 2m \neq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m \neq 1 \\ 0 < m \neq 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m \neq 1.$$

Vậy chọn  $\frac{1}{2} < m \neq 1$ .

**Câu 46.** Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và  $d$  là  $4x^3 - 3x + 1 = m(x-1) + 2$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\Leftrightarrow 4x^3 - (m+3)x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 4x^2 + 4x - m + 1 = 0 \end{cases} (1)$$

(C) cắt  $d$  tại một điểm  $\Leftrightarrow$  Phương trình (1) vô nghiệm hay phương trình (1) có nghiệm kép bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ \Delta' = 0 \\ 4 + 4 - m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m < 0 \\ 4m = 0 \Leftrightarrow m < 0 \\ m = 9 \end{cases}$$

Vậy chọn  $m < 0$ .

**Câu 47.** Chọn A.

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng  $d$

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0 \end{cases} (1)$$

Khi đó  $d$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt  $A, B$  khi và chỉ khi phương trình (1) có hai

$$\text{nghiệm phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ (-1)^2 - (m-1) + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5 \quad (*)$$

Khi đó ta lại có

$$A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m) \Rightarrow \overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}|x_2 - x_1|$$

$$\text{và } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}. \text{ Từ đây ta có}$$

$$AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (1-m)^2 - 4(m-1) = 5 \Leftrightarrow m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy chọn  $m = 0 \vee m = 6$ .

**Phương pháp trắc nghiệm**

Chọn  $m = 0$  thay vào  $d$ . Ta được  $\frac{2x+1}{x+1} = x$  ( $x \neq -1$ ).

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Dùng lệnh SHIFT CALC tìm được  $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  hoặc  $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ .

Suy ra  $A\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right), B\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow \overline{AB}(-\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \Rightarrow AB = \sqrt{10}$ .

Nhận thấy  $m = 0$  thỏa yêu cầu.

Tương tự chọn  $m = 6$  kiểm tra tương tự  $m = 0$  nhận thấy  $m = 6$  thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy chọn  $m = 0 \vee m = 6$ .

**Câu 48.** Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d$

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m-1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó  $d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác  $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1^2 - (m-1) + m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \vee m > 5 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5$$

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ . Gọi  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  trong đó  $x_1, x_2$  là nghiệm của (1) (nên ta

có  $x_1 + x_2 = 1 - m$ ). Suy ra hệ số góc của các tiếp tuyến tại điểm  $A$  và  $B$  lần lượt là

$$k_A = \frac{1}{(x_1+1)^2} \quad \text{và} \quad k_B = \frac{1}{(x_2+1)^2}$$

Vì tiếp tuyến tại  $A$  và  $B$  song song, đồng thời  $x_1 \neq x_2$  nên phải có  $\frac{1}{(x_1+1)^2} = \frac{1}{(x_2+1)^2}$ ,

suy ra

$$x_1 + 1 = -x_2 - 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \quad (l).$$

Vậy chọn không tồn tại.

**Câu 49.** Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $d$ :

$$x^2 - 2x - m^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

$(P)$  cắt  $d$  tại hai điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\Leftrightarrow m^2 + 5 > 0 \text{ (đúng với mọi } m \text{)}$$

Hoành độ của điểm  $A, B$  là nghiệm  $x_1, x_2$  của phương trình (1) và tung độ trung điểm  $I$

$$\text{thỏa phương trình } d, \text{ nên tọa độ trung điểm } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = 2 \\ y_I = 2x_I + 1 = 5 \end{cases}$$

Vậy chọn  $I(2; 5)$ .

**Câu 50.** Chọn B.

**Phương pháp tự luận:** Xét  $m = 1$ , phương trình  $x^2 - 1 = 0$  có hai nghiệm (loại).

Khi  $m \neq 1$  ta thấy đồ thị hàm luôn có hai điểm cực trị. Vậy ta tìm giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số như sau:

$$y' = 3(m-1)x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -m \\ x = \frac{-2}{3(m-1)} \Rightarrow y = \frac{-27m^3 + 54m^2 - 27m + 4}{27(m-1)^2} \end{cases}$$

$$(C_m) \text{ có 1 điểm chung với } Ox \Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} > 0 \Leftrightarrow \frac{m(27m^3 - 54m^2 + 27m - 4)}{27(m-1)^2} > 0.$$

$$\Leftrightarrow m < 0 \vee m > \frac{4}{3}.$$

Vậy chọn  $m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:** Ta kiểm tra trực tiếp các đáp án của đề bài

+ Với  $m = -1$ , phương trình  $-2x^3 + x^2 + 1 = 0$  thu được  $x = 1$  là nghiệm duy nhất  $\Rightarrow$  loại A, D.

+ Với  $m = 2$ , phương trình  $x^3 + x^2 - 2 = 0$  thu được  $x = 1$  là nghiệm duy nhất  $\Rightarrow$  loại C.

Vậy chọn  $m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$ .

**Câu 51.** Chọn C.

**Phương pháp tự luận**

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm phân biệt tạo thành cấp số cộng khi và chỉ khi phương trình  $x^3 - 3x^2 - 1 = m$  có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

## Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Suy ra đường thẳng  $y = m$  đi qua điểm uốn của đồ thị  $y = x^3 - 3x^2 - 1$  (do đồ thị (C) nhận điểm uốn làm tâm đối xứng). Mà điểm uốn của  $y = x^3 - 3x^2 - 1$  là  $I(1; -3)$ . Suy ra  $m = -3$ . Vậy chọn  $m = -3$ .

### Phương pháp trắc nghiệm

Chọn  $m = -3$  thay vào phương trình  $x^3 - 3x^2 - m - 1 = 0$ .

Ta được  $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$ . Dùng chức năng tìm nghiệm phương trình bậc ba ta được ba nghiệm  $x = 1 - \sqrt{3}$ ,  $x = 1$ ,  $x = 1 + \sqrt{3}$  thỏa cấp số cộng.

Vậy chọn  $m = -3$ .

**Câu 52.** Chọn B.

### Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng  $d$ :

$$\frac{2x+1}{x-1} = x+m \quad (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó  $d$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt  $A, B$  khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác  $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 + 4(m+1) > 0 \\ 1^2 + (m-3) - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ -1 \neq 0 \end{cases}$  đúng  $\forall m \in \mathbb{R}$ .

Gọi  $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$  trong đó  $x_1, x_2$  là nghiệm của (1), theo Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$$

Gọi  $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2m}{2}\right)$  là trung điểm của  $AB$ , suy ra  $I\left(\frac{3-m}{2}; \frac{3+m}{2}\right)$ , nên

$$\overline{CI} \left(-2 - \frac{3-m}{2}; 5 - \frac{3+m}{2}\right) \Rightarrow CI = \frac{1}{2} \sqrt{(m-7)^2 + (7-m)^2}.$$

Mặt khác  $\overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$ . Vậy tam giác  $ABC$  đều khi và chỉ khi

$$CI = \frac{\sqrt{3}}{2} AB \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{2(m-7)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$$

$$\Leftrightarrow (m-7)^2 = 3(m^2 - 2m + 13) \Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Vậy chọn  $m = 1 \vee m = -5$ .

**Câu 53.** Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và đường thẳng  $d$  :

$$x^4 - (2m-1)x^2 + 2m = 2 \Leftrightarrow x^4 - (2m-1)x^2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2m-2 \end{cases} \quad (1)$$

Đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 3 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-2 \neq 1 \\ 0 < 2m-2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}.$$

**Câu 54.** Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + 3(m-1)) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3(m-1) = 0(1) \end{cases}$$

Đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0  $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 3 > 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m \in \mathbb{R} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$ .

Khi đó ta có:  $C(x_1; -x_1 + 2), B(x_2; -x_2 + 2)$  trong đó  $x_1, x_2$  là nghiệm của (1), nên theo

Viet thì  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 3m - 3 \end{cases}$ . Vậy

$$\overline{CB} = (x_2 - x_1; -x_2 + x_1) \Rightarrow CB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)} \\ d(M; (d)) = \frac{|-3 - 1 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Diện tích tam giác  $MBC$  bằng  $2\sqrt{7}$  khi và chỉ khi

$$\frac{1}{2} \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \text{ (thỏa } m \neq 1)$$

Vậy chọn  $m = -1 \vee m = 4$ .

**Câu 55.** Chọn A.

**Phương pháp tự luận**

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C_m)$  và trục hoành là  $x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$(C_m)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{khác 1} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1-1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi  $x_3 = 1$  còn  $x_1, x_2$  là nghiệm phương trình (1) nên theo Vi-et ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$ . Vậy

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy chọn  $m = 1$ .

**Câu 56.** Chọn A.

**Phương pháp tự luận:**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$  và đường thẳng  $d$ :

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (-3m+1)x - 3m-2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + \underbrace{(-3m+1)x - 3m-2}_{g(x)} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$(C_m)$  cắt  $Ox$  tại ba điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Gọi  $x_1 = 1$  còn  $x_2, x_3$  là nghiệm phương trình (1) nên theo Viet ta có  $\begin{cases} x_2 + x_3 = 3m - 1 \\ x_2 x_3 = -3m - 2 \end{cases}$ .

Vậy

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 &\Leftrightarrow 1 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 > 15 \\ &\Leftrightarrow (3m-1)^2 + 2(3m+2) - 14 > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \vee m < -1 \end{aligned}$$

Vậy chọn  $m > 1 \vee m < -1$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:** Ta kiểm tra ngay trên đáp án

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

+ Với  $m = -2$ , ta giải phương trình bậc ba:  $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x - \frac{4}{3} = 0$  thu được 3 nghiệm  $x_1 = -6.37\dots, x_2 = 1, x_3 = -0.62\dots$  Ta chọn những giá trị nhỏ hơn các nghiệm này và kiểm tra điều kiện của bài toán.

$$\text{Cụ thể ta tính } (-6.4)^2 + 1^2 + (-0.63)^2 = 42.3569 > 15 \Rightarrow \text{loại C, D.}$$

+ Với  $m = 2$ , ta làm tương tự thu được 3 nghiệm  $x_1 = 6.27\dots, x_2 = 1, x_3 = -1.27\dots$

$$\text{Tính } 6.2^2 + 1^2 + (-1.3)^2 = 41.13 > 15 \Rightarrow \text{loại B.}$$

Vậy chọn  $m > 1 \vee m < -1$ .

**Câu 57.** Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và  $d$  là  $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - (m+1)x + m + 1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

(C) cắt  $d$  tại hai điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+1)(m-3) > 0 \\ 1 - m - 1 + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 3 \quad (*)$$

Hoành độ giao điểm  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình (1) nên theo Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases} \text{ Khi đó: } A(x_1; m), B(x_2; m), \text{ suy ra}$$

$$AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 2 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 2 + \sqrt{6} \\ m + 1 = 2 - \sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{6} \\ m = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \text{ (thỏa } (*))$$

Vậy chọn  $m = 1 + \sqrt{6} \vee m = 1 - \sqrt{6}$ .