

CHỦ ĐỀ 5. PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa

- Phương trình lôgarit là phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.
- Bất phương trình lôgarit là bất phương trình có chứa ẩn số trong biểu thức dưới dấu lôgarit.

2. Phương trình và bất phương trình lôgarit cơ bản: cho $a, b > 0, a \neq 1$

- Phương trình lôgarit cơ bản có dạng: $\log_a f(x) = b$
- Bất phương trình lôgarit cơ bản có dạng:
 $\log_a f(x) > b; \log_a f(x) \geq b; \log_a f(x) < b; \log_a f(x) \leq b$

3. Phương pháp giải phương trình và bất phương trình lôgarit

- Đưa về cùng cơ số

$$\triangleright \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}, \text{ với mọi } 0 < a \neq 1$$

$$\triangleright \text{Nếu } a > 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

$$\triangleright \text{Nếu } 0 < a < 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

- Đặt ẩn phụ
- Mũ hóa

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Điều kiện xác định của phương trình

Câu 1: Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là

- A.** $x > 3$ **B.** $x > -2$ **C.** $\mathbb{R} \setminus [-2; 3]$ **D.** $x > 2$

2. Kiểm tra xem giá trị nào là nghiệm của phương trình

Câu 2: Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là:

- A.** $x = \frac{29}{3}$ **B.** $x = \frac{11}{3}$ **C.** $x = \frac{25}{3}$ **D.** $x = 87$

3. Tìm tập nghiệm của phương trình

Câu 3: Phương trình $\log_2^2(x + 1) - 6 \log_2 \sqrt{x + 1} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:

- A.** $\{3; 15\}$ **B.** $\{1; 3\}$ **C.** $\{1; 2\}$ **D.** $\{1; 5\}$

4. Tìm số nghiệm của phương trình

Câu 4: Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

- A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

5. Tìm nghiệm lớn nhất, hay nhỏ nhất của phương trình

Câu 5: Tìm nghiệm lớn nhất của phương trình $\log^3 x - 2\log^2 x = \log x - 2$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$ B. $x = \frac{1}{4}$ C. $x = 2$ D. $x = 4$

6. Tìm mối quan hệ giữa các nghiệm của phương trình (tổng, hiệu, tích, thương...)

Câu 6: Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

- A. 1 B. -1 C. -2 D. 2

7. Cho một phương trình, nếu đặt ẩn phụ thì thu được phương trình nào (ẩn t)

Câu 7: Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành

phương trình nào

- A. $t^2 - 5t + 6 = 0$ B. $t^2 + 5t + 6 = 0$
C. $t^2 - 6t + 5 = 0$ D. $t^2 + 6t + 5 = 0$

8. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình thỏa điều kiện về nghiệm số (có nghiệm, vô nghiệm, 2 nghiệm thỏa điều kiện nào đó...)

Câu 8: Tìm m để phương trình $\log_3^2 x + 2\log_3 x + m - 1 = 0$ có nghiệm

- A. $m \leq 2$ B. $m < 2$ C. $m \geq 2$ D. $m > 2$

Câu 9: Tìm m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$

- A. $m \in [0; 2]$ B. $m \in (0; 2)$ C. $m \in (0; 2]$ D. $m \in [0; 2)$

9. Điều kiện xác định của bất phương trình

Câu 10: Điều kiện xác định của bất phương trình

$\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} x$ là:

- A. $x > 1$ B. $x > 0$ C. $x > -\frac{1}{2}$ D. $x > -1$

10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình

Câu 11: Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm:

- A. $(-\infty; 0]$ B. $(-\infty; 0)$ C. $[0; +\infty)$ D. $(0; +\infty)$

Câu 12: Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$ B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$ C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$ D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$

11. Tìm nghiệm nguyên (tự nhiên) lớn nhất, nghiệm (tự nhiên) nhỏ nhất của bất phương trình

Câu 13: Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x)$ là:

- A.** 17 **B.** 16 **C.** 15 **D.** 18

12. Tìm điều kiện của tham số m để bất phương trình thỏa điều kiện về nghiệm số (có nghiệm, vô nghiệm, nghiệm thỏa điều kiện nào đó...)

Câu 14: Tìm m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$

- A.** $m \geq 3$ **B.** $m > 3$ **C.** $m \leq 3$ **D.** $m < 3$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

- Câu 1.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_{2x-3} 16 = 2$ là:
A. $x \in \mathbb{R} \setminus \left[\frac{3}{2}; 2 \right]$. **B.** $x \neq 2$. **C.** $\frac{3}{2} < x \neq 2$. **D.** $x > \frac{3}{2}$.
- Câu 2.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_x(2x^2 - 7x - 12) = 2$ là:
A. $x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$. **B.** $x \in (-\infty; 0)$. **C.** $x \in (0; 1)$. **D.** $x \in (0; +\infty)$.
- Câu 3.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_5(x-1) = \log_5 \frac{x}{x+1}$ là:
A. $x \in (1; +\infty)$. **B.** $x \in (-1; 0)$. **C.** $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 0]$. **D.** $x \in (-\infty; 1)$.
- Câu 4.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_9 \frac{2x}{x+1} = \frac{1}{2}$ là:
A. $x \in (-1; +\infty)$. **B.** $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 0]$. **C.** $x \in (-1; 0)$. **D.** $x \in (-\infty; 1)$.
- Câu 5.** Phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ có nghiệm là:
A. $x = \frac{4}{3}$. **B.** $x = \frac{2}{3}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.
- Câu 6.** Phương trình $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = \log_2 5$ có nghiệm là:
A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$.
- Câu 7.** Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x-2) + 1$ có tập nghiệm là:
A. $T = \{0; 3\}$. **B.** $T = \emptyset$. **C.** $T = \{3\}$. **D.** $T = \{1; 3\}$.
- Câu 8.** Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là:
A. $\{-1; 3\}$. **B.** $\{1; 3\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{1\}$.
- Câu 9.** Phương trình $\log_2^2(x+1) - 6 \log_2 \sqrt{x+1} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{3;15\}$. B. $\{1;3\}$. C. $\{1;2\}$. D. $\{1;5\}$.
- Câu 10.** Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:
A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 11.** Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2 \log_2 x$ là:
A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 12.** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3+1) - \log_2(x^2-x+1) - 2 \log_2 x = 0$ là:
A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 13.** Số nghiệm của phương trình $\log_5(5x) - \log_{25}(5x) - 3 = 0$ là :
A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.
- Câu 14.** Phương trình $\log_3(5x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2+1) = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Giá trị của $P = 2x_1 + 3x_2$ là
A. 5. B. 14. C. 3. D. 13.
- Câu 15.** Hai phương trình $2 \log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$ và $\log_2(x^2-2x-8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ lần lượt có 2 nghiệm duy nhất là x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ là?
A. 8. B. 6. C. 4. D. 10.
- Câu 16.** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:
A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.
- Câu 17.** Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào?
A. $t^2 - 5t + 6 = 0$. B. $t^2 + 5t + 6 = 0$. C. $t^2 - 6t + 5 = 0$. D. $t^2 + 6t + 5 = 0$.
- Câu 18.** Nếu đặt $t = \lg x$ thì phương trình $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$ trở thành phương trình nào?
A. $t^2 + 2t + 3 = 0$. B. $t^2 - 3t + 2 = 0$. C. $t^2 - 2t + 3 = 0$. D. $t^2 + 3t + 2 = 0$.
- Câu 19.** Nghiệm bé nhất của phương trình $\log_2^3 x - 2 \log_2^2 x = \log_2 x - 2$ là:
A. $x = 4$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.
- Câu 20.** Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} x$ là:
A. $x > -\frac{1}{2}$. B. $x > 0$. C. $x > 1$. D. $x > -1$.
- Câu 21.** Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2 \log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là:
A. $2 < x < 5$. B. $1 < x < 2$. C. $2 < x < 3$. D. $-4 < x < 3$.
- Câu 22.** Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$ là:

- A. $x \in [-1; 1]$. B. $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.
 C. $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $x \in (-1; 1)$.

Câu 23. Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 24. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x - 1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$. B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$. D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$ là:

- A. 6. B. 10. C. 8. D. 9.

Câu 26. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1 - x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1 - x)$ là:

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. D.

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là:

- A. $S = \left[0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right]$. B. $S = \left(0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right)$.
 C. $S = \left[\frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right]$. D. $S = \emptyset$.

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x - 5) + \log_3(x + 2) = 3$ là:

- A. $x \geq 5$. B. $x > -2$. C. $-2 < x < 5$. D. $x > 5$.

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2 - 6x + 7) + x - 5 = \log(x - 3)$ là:

- A. $x > 3 + \sqrt{2}$. B. $x > 3$. C. $\begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases}$. D. $x < 3 - \sqrt{2}$.

Câu 30. Phương trình $\log_3 x + \log_{\sqrt{5}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ có nghiệm là:

- A. $x = 27$. B. $x = 9$. C. $x = 3^{12}$. D. $x = \log_3 6$.

Câu 31. Phương trình $\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x$ có nghiệm là:

- A. $x = -2$. B. $\begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.

Câu 32. Phương trình $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{8; 2\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{6; 2\}$. D. $\{6; 8\}$.
- Câu 33.** Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \log_2 (x+2)^2 - 1 = 0$ là:
 A. $\{0\}$. B. $\{0; -4\}$. C. $\{-4\}$. D. $\{-1; 0\}$.
- Câu 34.** Tập nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x - 1)$ là:
 A. $\{1 + \sqrt{2}\}$. B. $\{1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}$. C. $\left\{ \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$. D. $\{1 - \sqrt{2}\}$.
- Câu 35.** Phương trình $\log_2 (3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ có bao nhiêu nghiệm?
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 36.** Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$ là:
 A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 37.** Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $-\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \log_3(x-2)$ là:
 A. $\frac{1}{5}$. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 38.** Nghiệm lớn nhất của phương trình $-\log^3 x + 2 \log^2 x = 2 - \log x$ là:
 A. 100. B. 2. C. 10. D. 1000.
- Câu 39.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x - 5) = \log_3(2x + 5)$.
 Khi đó $|x_1 - x_2|$ bằng:
 A. 5. B. 3. C. -2. D. 7.
- Câu 40.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} = 1$. Khi đó $x_1 \cdot x_2$ bằng:
 A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 41.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_2 [x(x+3)] = 1$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:
 A. -3. B. -2. C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$.
- Câu 42.** Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\log_2(4x) - \log_x 2 = 3$ trở thành phương trình nào?
 A. $t^2 - t - 1 = 0$. B. $4t^2 - 3t - 1 = 0$. C. $t + \frac{1}{t} = 1$. D. $2t - \frac{1}{t} = 3$.
- Câu 43.** Nếu đặt $t = \log x$ thì phương trình $\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$ trở thành phương trình nào?
 A. $9t^2 - 20\sqrt{t} + 1 = 0$. B. $3t^2 - 20t + 1 = 0$.

C. $9t^2 - 10t + 1 = 0$.

D. $3t^2 - 10t + 1 = 0$.

Câu 44. Cho bất phương trình $\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2}$. Nếu đặt $t = \log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

A. $2(1 - 2t) \leq 1 + t$. B. $\frac{1 - 2t}{1 + t} \leq \frac{1}{2}$. C. $1 - \frac{1}{2}t \leq \frac{1}{2}(1 + t)$. D.

$\frac{2t - 1}{1 + t} \geq 0$.

Câu 45. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_5(x - 2) + \log_{\frac{1}{5}}(x + 2) > \log_5 x - 3$ là:

A. $x > 3$. B. $x > 2$. C. $x > -2$. D. $x > 0$.

Câu 46. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x + 15) \leq \log_{0,5}(x^2 + 6x + 8)$ là:

A. $x > -2$. B. $\begin{cases} x < -4 \\ x > -2 \end{cases}$. C. $x > -3$. D.

$-4 < x < -2$.

Câu 47. Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln \frac{x^2 - 1}{x} < 0$ là:

A. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$. B. $x > -1$. C. $x > 0$. D. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$.

Câu 48. Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$. B. $S = (2; 3)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{25}\right)$. D.

$S = (0; 3)$.

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \geq 0$ là:

A. $S = [1; 6]$. B. $S = (5; 6]$. C. $S = (5; +\infty)$. D.

$S = (1; +\infty)$.

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x + 6}{x} \leq 0$ là:

A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$. B. $S = [-2; 0)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D.

$S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5(x - 2) < \log_{0,2} 3$ là:

- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 5$. D. $x = 4$.
- Câu 53.** Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3(4 \cdot 3^{x-1}) > 2x - 1$ là:
 A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.
- Câu 54.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_2[3 \log_2(3x - 1) - 1] = x$ là:
 A. $x > \frac{\sqrt[3]{2} + 1}{3}$. B. $x \geq \frac{1}{3}$.
 C. $x > 0$. D. $x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$.
- Câu 55.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$ là:
 A. $x \leq -1$. B. $x \geq 1$.
 C. $x > 0, x \neq 1$. D. $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$.
- Câu 56.** Nghiệm nguyên của phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$ là:
 A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.
- Câu 57.** Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_2^2(x)$ trở thành bất phương trình nào?
 A. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$. B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$.
 C. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$. D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.
- Câu 58.** Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_2^2(x)$ là:
 A. $x = 7$. B. $x = 8$. C. $x = 4$. D. $x = 1$.
- Câu 59.** Bất phương trình $\log_x(\log_3(9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là:
 A. $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$. B. $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. C. $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. D. $S = (-\infty; 2]$.
- Câu 60.** Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2[x(x - 1)] = 1$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:
 A. -2 . B. 1 . C. -1 . D. 2 .
- Câu 61.** Nếu đặt $t = \log_2(5^x - 1)$ thì phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = 1$ trở thành phương trình nào?
 A. $t^2 + t - 2 = 0$. B. $2t^2 = 1$. C. $t^2 - t - 2 = 0$. D. $t^2 = 1$.
- Câu 62.** Số nghiệm của phương trình $\log_4(x + 12) \cdot \log_x 2 = 1$ là:
 A. 0 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .
- Câu 63.** Phương trình $\log_5^2(2x - 1) - 8 \log_5 \sqrt{2x - 1} + 3 = 0$ có tập nghiệm là:
 A. $\{-1; -3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{3; 63\}$. D. $\{1; 2\}$.

- Câu 64.** Nếu đặt $t = \log_3 \frac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4 \log_3 \frac{x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?
- A. $\frac{t^2-1}{t} < 0$. B. $t^2-1 < 0$. C. $\frac{t^2-1}{t} > 0$. D. $\frac{t^2+1}{t} < 0$.
- Câu 65.** Phương trình $\log_{2x-3}(3x^2-7x+3)-2=0$ có nghiệm là:
- A. $x=2; x=3$. B. $x=2$. C. $x=3$. D. $x=1; x=5$.
- Câu 66.** Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) > \log_4(\log_2 x)$ là:
- A. 18. B. 16. C. 15. D. 17.
- Câu 67.** Phương trình $\frac{1}{4-\ln x} + \frac{2}{2+\ln x} = 1$ có tích các nghiệm là:
- A. e^3 . B. $\frac{1}{e}$. C. e . D. 2.
- Câu 68.** Phương trình $9x^{\log_9 x} = x^2$ có bao nhiêu nghiệm?
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 69.** Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:
- A. $x=3$. B. $x=1$. C. $x=2$. D. $x=4$.
- Câu 70.** Phương trình $x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98$ có nghiệm là:
- A. $x=e$. B. $x=2$. C. $x=e^2$. D. $x=\sqrt{e}$.
- Câu 71.** Bất phương trình $\log_2(x^2-x-2) \geq \log_{0,5}(x-1)+1$ có tập nghiệm là:
- A. $S = [1-\sqrt{2}; +\infty)$. B. $S = [1+\sqrt{2}; +\infty)$.
 C. $S = (-\infty; 1+\sqrt{2}]$. D. $S = (-\infty; 1-\sqrt{2}]$.
- Câu 72.** Biết phương trình $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{7}{6} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2049}{4}$. B. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2047}{4}$.
 C. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2049}{4}$. D. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2047}{4}$.
- Câu 73.** Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2(4^x+4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1}-3)$ là:
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.
- Câu 74.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > 0$ là:

A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = (0; 1)$. D.

$S = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_2(2x + 1)$ là:

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. D.

$S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$ là:

A. $S = (1; \sqrt{5})$. B. $S = (-1; \sqrt{5})$. C. $S = (-\sqrt{5}; 1)$. D.

$S = (-\sqrt{5}; -1)$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1| = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x} - 6 \cdot 2^{\log_9 x} + 2^{\log_3 27} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng:

A. 6642. B. $\frac{82}{6561}$. C. 20. D. 90.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x} - 10x^{\log_2 \frac{1}{x}} + 3 > 0$ là:

A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2 \cdot 3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $S = \left\{\frac{4}{9}\right\}$. B. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$. D. $S = \{-2\}$

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ có nghiệm?

A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 83. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m < 4$. D.
 $4 < m \leq 7$.

Câu 84. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. C. $m < 4$. D.
 $-4 < m < 4$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx - x^2) = 2$ vô nghiệm?

- A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $m > -4$.

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x + 3 \log_4 x + 2m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

- A. $m < \frac{13}{8}$. B. $m > \frac{13}{8}$. C. $m \leq \frac{13}{8}$. D.
 $0 < m < \frac{13}{8}$.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 6$. B. $m > 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + 2 \log_3 x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

- A. $m < 2$. B. $m \leq 2$. C. $m \geq 2$. D. $m > 2$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 2$. B. $m > 2$. C. $m \leq 2$. D. $m < 2$.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

- A. $m \in [0; 2]$. B. $m \in (0; 2)$. C. $m \in (0; 2]$. D.
 $m \in [0; 2)$.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \in [2; +\infty)$. B. $m \in [3; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 2]$. D.
 $m \in (-\infty; 3]$.

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m + 2) \log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$?

- A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

- Câu 93.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm thuộc $[32; +\infty)$?
- A. $m \in (1; \sqrt{3}]$. B. $m \in [1; \sqrt{3})$. C. $m \in [-1; \sqrt{3})$. D. $m \in (-\sqrt{3}; 1]$.
- Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ (1).
- A. $m \in [-12; 13]$. B. $m \in [12; 13]$.
C. $m \in [-13; 12]$. D. $m \in [-13; -12]$.
- Câu 95.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \in (2; 5]$. B. $m \in (-2; 5]$. C. $m \in [2; 5)$. D. $m \in [-2; 5)$.
- Câu 96.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có nghiệm đúng $\forall x$.
- A. $m \in (2; 3]$. B. $m \in (-2; 3]$. C. $m \in [2; 3)$. D. $m \in [-2; 3)$.

D. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 3.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	A	B	D	A	B	C	B	D	A	A	C	B	A	B	A	B	D	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	C	A	C	A	A	D	A	A	C	A	B	A	B	D	B	A	D	B

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A	A	C	D	B	A	A	A	B	C	A	D	C	A	B	A	C	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	D	C	A	C	D	A	A	D	C	B	A	B	A	D	A	C	A	A	A

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96				
C	A	A	D	B	A	C	B	A	A	B	C	A	A	A	A				

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

(Ở phần này các đáp án bị lặc không cần để ý vì sau này sẽ xóa)

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\log_{2x-3} 16 = 2$ là:

- A. $x \in \mathbb{R} \setminus \left[\frac{3}{2}; 2 \right]$. B. $x \neq 2$. C. $\frac{3}{2} < x \neq 2$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Biểu thức } \log_{2x-3} 16 \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 2x-3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x \neq 2$$

Câu 2. Điều kiện xác định của phương trình $\log_x (2x^2 - 7x - 12) = 2$ là:

- A. $x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0)$. C. $x \in (0; 1)$. D. $x \in (0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_x(2x^2 - 7x - 12)$ xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2x^2 - 7x + 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ 2\left[\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{47}{16}\right] > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 1) \cup (1; +\infty)$$

Câu 3. Điều kiện xác định của phương trình $\log_5(x-1) = \log_5 \frac{x}{x+1}$ là:

- A. $x \in (1; +\infty)$. B. $x \in (-1; 0)$. C. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 0]$. D. $x \in (-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_5(x-1)$ và $\log_5 \frac{x}{x+1}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+1} > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

chọn đáp án A.

Câu 4. Điều kiện xác định của phương trình $\log_9 \frac{2x}{x+1} = \frac{1}{2}$ là:

- A. $x \in (-1; +\infty)$. B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 0]$. C. $x \in (-1; 0)$. D. $x \in (-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $\log_9 \frac{2x}{x+1}$ xác định :

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$$

Câu 5. Phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = \frac{2}{3}$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 3x-2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 6. Phương trình $\log_2(x+3) + \log_2(x-1) = \log_2 5$ có nghiệm là:

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Hướng dẫn giải

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ (x+3)(x-1) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x = -8 \Rightarrow x = 2 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

Câu 7. Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $T = \{0; 3\}$. B. $T = \emptyset$. C. $T = \{3\}$. D. $T = \{1; 3\}$.

Hướng dẫn giải

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ x - 3 > 0 \\ x^2 - 6 = 3(x - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\sqrt{6} \vee x > \sqrt{6} \\ x > 3 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Câu 8. Phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 1$ có tập nghiệm là:

- A. $\{-1; 3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{2\}$. D. $\{1\}$.

Hướng dẫn giải

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \\ \log_2[x(x-1)] = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x = -1 \Leftrightarrow x = 2 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}, \text{ chọn đáp án A.}$$

Câu 9. Phương trình $\log_2^2(x+1) - 6\log_2 \sqrt{x+1} + 2 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{3; 15\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{1; 2\}$. D. $\{1; 5\}$.

Hướng dẫn giải

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ \log_2^2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \begin{cases} \log_2(x+1) = 1 \\ \log_2(x+1) = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn giải

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \\ \log_2^2(\log_2 x) + \log_2(\log_2^2 x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2 \frac{1}{2} + \log_2(\log_2 x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{3}{2} \log_2(\log_2 x) - 1 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 16 \end{cases} \Rightarrow x = 16.$$

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2 \log_2 x$ là:

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2x-1 > 0 \\ \log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2 \log_2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \log_2 x [\log_3(2x-1) - 2] = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \log_2 x = 0 \\ \log_3(2x-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3+1) - \log_2(x^2-x+1) - 2 \log_2 x = 0$ là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^3+1 > 0 \\ x^2-x+1 > 0 \\ \log_2(x^3+1) - \log_2(x^2-x+1) - 2 \log_2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{x^3+1}{x^2(x^2-x+1)} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2(x^2-x+1)} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset.$$

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_5(5x) - \log_{25}(5x) - 3 = 0$ là :

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Hướng dẫn giải

PT

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_5(5x) - \log_{25}(5x) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_5(5x) - \frac{1}{2} \log_5(5x) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \log_5(5x) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_5(5x) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 5x = 5^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 5^5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5^5.$$

Câu 14. Phương trình $\log_3(5x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2+1) = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$

.Giá trị của $P = 2x_1 + 3x_2$ là

A. 5.

B. 14.

C. 3.

D. 13.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-3 > 0 \\ \log_3(5x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(x^2+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ \log_3(5x-3) - \log_3(x^2+1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ \log_3(5x-3) = \log_3(x^2+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ 5x-3 = x^2+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ x^2-5x+4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{5} \\ \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 2x_1 + 3x_2 = 2.1 + 3.4 = 14.$$

Câu 15. Hai phương trình $2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$ và $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ lần lượt có 2 nghiệm duy nhất là x_1, x_2 .

Tổng $x_1 + x_2$ là?

A. 8.

B. 6.

C. 4.

D. 10.

Hướng dẫn giải

$$\text{PT1: } 2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ 2x+1 > 0 \\ 2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ \log_5(3x-1)^2 + \log_5 5 = 3\log_5(2x+1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ \log_5 5(3x-1)^2 = \log_5(2x+1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ 5(3x-1)^2 = (2x+1)^3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ 5(9x^2 - 6x + 1) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ 8x^3 - 33x^2 + 36x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x = \frac{1}{8} \Rightarrow x_1 = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

PT2: $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0 \\ x + 2 > 0 \\ \log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \vee x > 4 \\ x > -2 \\ \log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 + \log_2(x+2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ \log_2(x^2 - 2x - 8) = \log_2 2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x^2 - 2x - 8 = 2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x^2 - 4x - 12 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x = -2 \Rightarrow x_2 = 6 \\ x = 6 \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = 2 + 6 = 8$.

Câu 16. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

- A. -1. **B. 1.** C. 2. D. -2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

PT $\Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{16} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{2^4} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4} \log_2 x = 0$

$$\Leftrightarrow \log_x 2 - \frac{1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4(\log_x 2)^2 - 1}{4 \log_x 2} = 0 \Leftrightarrow 4(\log_x 2)^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_x 2)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x 2 = \frac{1}{2} \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = x^{\frac{1}{2}} \\ 2 = x^{-\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Đáp án B,D có tích âm thì có thể $x_1 < 0$ hoặc $x_2 < 0$ thì không thỏa mãn điều kiện của x nên loại.

Câu 17. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 - 5t + 6 = 0$. B. $t^2 + 5t + 6 = 0$. C. $t^2 - 6t + 5 = 0$. D. $t^2 + 6t + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \log_2 x$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \frac{1}{5-t} + \frac{2}{1+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{1+t+2(5-t)}{(5-t)(1+t)} = 1 \Leftrightarrow 1+t+2(5-t) = (5-t)(1+t)$$

$$\Leftrightarrow 11-t = 5+4t-t^2 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0.$$

Câu 18. Nếu đặt $t = \lg x$ thì phương trình $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$ trở thành phương trình nào?

- A. $t^2 + 2t + 3 = 0$. B. $t^2 - 3t + 2 = 0$. C. $t^2 - 2t + 3 = 0$. D. $t^2 + 3t + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \lg x$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \frac{1}{4-t} + \frac{2}{2+t} = 1 \Leftrightarrow \frac{2+t+2(4-t)}{(4-t)(2+t)} = 1 \Leftrightarrow 2+t+2(4-t) = (4-t)(2+t)$$

$$\Leftrightarrow 10-t = 8+2t-t^2 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0.$$

Câu 19. Nghiệm bé nhất của phương trình $\log_2^3 x - 2\log_2^2 x = \log_2 x - 2$ là:

- A. $x = 4$. B. $x = \frac{1}{4}$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x > 0$

$$\text{PT} \Leftrightarrow \log_2^3 x - 2\log_2^2 x = \log_2 x - 2 \Leftrightarrow \log_2^3 x - 2\log_2^2 x - \log_2 x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^3 x - \log_2 x - 2\log_2^2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x(\log_2^2 x - 1) - 2(\log_2^2 x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2^2 x - 1)(\log_2 x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2^2 x - 1 = 0 \\ \log_2 x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases}$$

$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ là nghiệm nhỏ nhất.

Câu 20. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x+2) - \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}x$ là:

- A. $x > -\frac{1}{2}$. B. $x > 0$. C. $x > 1$. D. $x > -1$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} x > 0 \\ 4x + 2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Câu 21. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_2(x+1) - 2\log_4(5-x) < 1 - \log_2(x-2)$ là:

- A. $2 < x < 5$. B. $1 < x < 2$. C. $2 < x < 3$. D. $-4 < x < 3$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} x + 1 > 0 \\ 5 - x > 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 5 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 5.$$

Câu 22. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$ là:

- A. $x \in [-1; 1]$. B. $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$.
C. $x \in (-1; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $x \in (-1; 1)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT xác định khi: } \begin{cases} 2 - x^2 > 0 \\ \log_2(2 - x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 2 - x^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 1 - x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Câu 23. Bất phương trình $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ có tập nghiệm là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Xét } x > 0 \Rightarrow 2^x > 2^0 = 1 \Rightarrow 2^x + 1 > 2 \Rightarrow \log_2(2^x + 1) > \log_2 2 = 1 \quad (1)$$

$$x > 0 \Rightarrow 4^x > 4^0 = 1 \Rightarrow 4^x + 2 > 2 + 1 = 3 \Rightarrow \log_3(4^x + 2) > \log_3 3 = 1 \quad (2)$$

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) > 2$

Mà BPT: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ nên $x > 0$ (loại)

$$\text{Xét } x \leq 0 \Rightarrow 2^x \leq 2^0 = 1 \Rightarrow 2^x + 1 \leq 2 \Rightarrow \log_2(2^x + 1) \leq \log_2 2 = 1 \quad (3)$$

$$x \leq 0 \Rightarrow 4^x \leq 4^0 = 1 \Rightarrow 4^x + 2 \leq 2 + 1 = 3 \Rightarrow \log_3(4^x + 2) \leq \log_3 3 = 1 \quad (4)$$

Cộng vế với vế của (3) và (4) ta được: $\log_2(2^x + 1) + \log_3(4^x + 2) \leq 2$ (tm)

Vậy $x \leq 0$ hay $x \in (-\infty; 0]$.

Câu 24. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

- A. $[1 + \sqrt{2}; +\infty)$. B. $[1 - \sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 1 + \sqrt{2}]$. D. $(-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

$$\text{TXĐ} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{2^{-1}}(x-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - 2) + \log_2(x-1) - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{(x^2 - x - 2)(x-1)}{2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2 - x - 2)(x-1)}{2} \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x-1) \geq 2 \Leftrightarrow x(x^2 - 2x - 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ x \geq 1 + \sqrt{2} \text{ (tm)} \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 + \sqrt{2}$$

Câu 25. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$

là:

- A. 6. B. 10. C. 8. D. 9.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \\ \log_4 x > 0 \\ +\log_2(\log_{2^2} x) \geq \log_{2^2}(\log_2 x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ +\log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) \geq \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ +\log_2\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right) \geq \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) - 1 \geq \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2}\log_2(\log_2 x) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2(\log_2 x) \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2 x \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 8 \end{cases} \Rightarrow x \geq 8$$

Câu 26. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1-x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$ là:

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. D.

$$x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 > 0 \\ 1-x > 0 \\ \log_3(1-x^2) \leq -\log_3(1-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x < 1 \\ \log_3(1-x^2) + \log_3(1-x) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \log_3(1-x^2)(1-x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \log_3(1-x^2)(1-x) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ (1-x^2)(1-x) \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x(x^2-x-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \vee 0 \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \vee 0 \leq x < 1$$

$\Rightarrow x = 0$ là nghiệm nguyên nhỏ nhất.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là:

A. $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$. B. $S = \left(0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right)$

C. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. D. $S = \emptyset$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \text{BPT} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ \log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 3x + 1 \leq 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \vee x > \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right] \end{aligned}$$

- Câu 28.** Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x-5) + \log_3(x+2) = 3$ là:
A. $x \geq 5$. **B.** $x > -2$. **C.** $-2 < x < 5$. **D.** $x > 5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

PT xác định khi và chỉ khi: $\begin{cases} x-5 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2(X-5) + \log_3(X+2) - 3$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án B và C.

Nhấn CALC và cho $X = 5$ (thuộc đáp án D) máy tính không tính được. Vậy loại D.

- Câu 29.** Điều kiện xác định của phương trình $\log(x^2 - 6x + 7) + x - 5 = \log(x-3)$ là:

- A.** $x > 3 + \sqrt{2}$. **B.** $x > 3$. **C.** $\begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases}$. **D.**

$x < 3 - \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện phương trình: $\begin{cases} x^2 - 6x + 7 > 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 + \sqrt{2} \\ x < 3 - \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 3 + \sqrt{2}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log(X^2 - 6X + 7) + X - 5 - \log(X - 3)$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = 4$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B.

- Câu 30.** Phương trình $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6$ có nghiệm là:

- A. $x = 27$.
 $x = \log_3 6$.
- B. $x = 9$.
- C. $x = 3^{12}$.
- D. .

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6 \Leftrightarrow \log_3 x + 2 \log_3 x - \log_3 x = 6 \Leftrightarrow \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 27$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 X + \log_{\sqrt{3}} X + \log_{\frac{1}{3}} X - 6$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 31. Phương trình $\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x$ có nghiệm là:

- A. $x = -2$.
- B. $\begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$.
- C. $x = 4$.
- D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\ln \frac{x-1}{x+8} = \ln x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{x-1}{x+8} = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln \frac{X-1}{X+8} - \ln X$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 32. Phương trình $\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $\{8; 2\}$.
- B. $\{1; 3\}$.
- C. $\{6; 2\}$.
- D. $\{6; 8\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\log_2^2 x - 4 \log_2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2^2 X - 4 \log_2 X + 3$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 33. Tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \log_2 (x+2)^2 - 1 = 0$ là:

- A. $\{0\}$. B. $\{0; -4\}$. C. $\{-4\}$. D. $\{-1; 0\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x \neq -2$

$$pt \Leftrightarrow \log_2 |x+2| = 1 \Leftrightarrow |x+2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 2 \\ x+2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\frac{1}{2} \log_2 ((X+2)^2) - 1$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 34. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x - 1)$ là:

- A. $\{1 + \sqrt{2}\}$. B. $\{1 + \sqrt{2}; 1 - \sqrt{2}\}$. C. $\left\{ \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$. D. $\{1 - \sqrt{2}\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$ và $x^2 - x - 1 > 0$

Với điều kiện đó thì $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}} x$. Phương trình đã cho tương đương phương trình

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - x - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = x^2 - x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2 \frac{1}{X} - \log_{\frac{1}{2}} (X^2 - X - 1)$

Dùng chức năng CALC của máy tính ta gán từng giá trị của x trong 4 đáp án và ta chọn được đáp án đúng.

Câu 35. Phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 2 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_2(3x2^X - 1) - 2X - 1 = 0$

Ấn SHIFT CALC nhập X=5, ấn \square . Máy hiện X=0.

Ấn Alpha X Shift STO A

Ấn AC. Viết lại phương trình: $\frac{\log_2(3x2^X - 1) - 2X - 1}{X - A} = 0$

Ấn SHIFT CALC. Máy hỏi A? ẮN = Máy hỏi X? Ấn 5 =. Máy hiện X=-1.

Ấn Alpha X Shift STO B.

Ấn AC. Viết lại phương trình: $\frac{\log_2(3x2^X - 1) - 2X - 1}{(X - A)(X - B)} = 0$

Ấn SHIFT CALC. Máy hỏi A? ẮN = Máy hỏi B? Ấn =. Máy hỏi X? Ấn 1=

Máy không giải ra nghiệm. Vậy đã hết nghiệm.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$ là:

A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn giải

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

[Phương pháp tự luận]

$$\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 7 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x = 5 \Leftrightarrow x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln(X^2 - 6X + 7) - \ln(X - 3) = 0$

Ấn SHIFT CALC nhập X=4 (chọn X thỏa điều kiện xác định của phương trình), ấn $\frac{\square}{\square}$.
Máy hiện X=5.

Ấn Alpha X Shift STO A

Ấn AC. Viết lại phương trình: $\frac{\ln(X^2 - 6X + 7) - \ln(X - 3)}{X - A} = 0$

Ấn SHIFT CALC. Máy hỏi A? ÁN = Máy hỏi X? ÁN 7 =.

Máy không giải ra nghiệm. Vậy đã hết nghiệm.

Câu 37. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $-\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \log_3(x-2)$ là:

- A. $\frac{1}{5}$. **B. 3.** C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 2$

$$-\log_{\sqrt{3}}(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \log_3(x-2) \Leftrightarrow -2 \log_3(x-2) \cdot \log_5 x = 2 \log_3(x-2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x-2) = 0 \\ \log_5 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x-2) = 0 \\ \log_5 x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

So điều kiện suy ra phương trình có nghiệm $x = 3$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $-\log_{\sqrt{3}}(X-2) \cdot \log_5 X - 2 \log_3(X-2)$

Nhấn CALC và cho $X = \frac{1}{5}$ (số nhỏ nhất) ta thấy sai. Vậy loại đáp án A.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ ta thấy sai. Vậy loại đáp án D.

Nhấn CALC và cho $X = 2$ ta thấy sai. Vậy loại đáp án C.

- Câu 38.** Nghiệm lớn nhất của phương trình $-\log^3 x + 2\log^2 x = 2 - \log x$ là :
A. 100. B. 2. C. 10. D. 1000.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$-\log^3 x + 2\log^2 x = 2 - \log x \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = -1 \\ \log x = 2 \\ \log x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ x = 100 \\ x = 10 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $-\log^3 X + 2\log^2 X - 2 + \log X$

Nhấn CALC và cho $X = 1000$ (số lớn nhất) ta thấy sai. Vậy loại đáp án D.

Nhấn CALC và cho $X = 100$ ta thấy đúng.

- Câu 39.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x - 5) = \log_3(2x + 5)$.
Khi đó $|x_1 - x_2|$ bằng:
A. 5. B. 3. C. -2. D. 7.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3(x^2 - x - 5) = \log_3(2x + 5) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5 > 0 \\ x^2 - x - 5 = 2x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{5}{2} \\ x = 5 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là 5 và -2.

- Câu 40.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\frac{1}{4 + \log_2 x} + \frac{2}{2 - \log_2 x} = 1$. Khi đó $x_1 \cdot x_2$ bằng:
A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 4 \\ x \neq \frac{1}{16} \end{cases}$$

Đặt $t = \log_2 x$, điều kiện $\begin{cases} t \neq -4 \\ t \neq 2 \end{cases}$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\frac{1}{4+t} + \frac{2}{2-t} = 1 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{8}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{4}$.

Câu 41. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\log_2 [x(x+3)] = 1$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

A. -3.

B. -2.

C. $\sqrt{17}$.

D.

$$\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}$$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x < -3 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\log_2 [x(x+3)] = 1 \Leftrightarrow x(x+3) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\text{Vậy } x_1 + x_2 = -3.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm và lưu 2 nghiệm vào A và B. Tính $A + B = -3$.

Câu 42. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình $\log_2(4x) - \log_x 2 = 3$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2 - t - 1 = 0$. B. $4t^2 - 3t - 1 = 0$. C. $t + \frac{1}{t} = 1$. D. $2t - \frac{1}{t} = 3$.

Hướng dẫn giải

$$\log_2(4x) - \log_x 2 = 3 \Leftrightarrow \log_2 4 + \log_2 x - \frac{1}{\log_2 x} = 3 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 1 = 0$$

Câu 43. Nếu đặt $t = \log x$ thì phương trình $\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0$ trở thành phương trình nào?

A. $9t^2 - 20\sqrt{t} + 1 = 0$. B. $3t^2 - 20t + 1 = 0$.
C. $9t^2 - 10t + 1 = 0$. D. $3t^2 - 10t + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

$$\log^2 x^3 - 20 \log \sqrt{x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 9 \log^2 x - 10 \log x + 1 = 0$$

Câu 44. Cho bất phương trình $\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2}$. Nếu đặt $t = \log_3 x$ thì bất phương trình trở thành:

A. $2(1 - 2t) \leq 1 + t$. B. $\frac{1 - 2t}{1 + t} \leq \frac{1}{2}$.
C. $1 - \frac{1}{2}t \leq \frac{1}{2}(1 + t)$. D. $\frac{2t - 1}{1 + t} \geq 0$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{1 - \log_9 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1 - \frac{1}{2} \log_3 x}{1 + \log_3 x} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2 - \log_3 x}{2(1 + \log_3 x)} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{2 - \log_3 x}{1 + \log_3 x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2 \log_3 x - 1}{1 + \log_3 x} \geq 0$$

Câu 45. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_5(x - 2) + \log_{\frac{1}{5}}(x + 2) > \log_5 x - 3$

là:
A. $x > 3$. B. $x > 2$. C. $x > -2$. D. $x > 0$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > -2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_5(X - 2) + \log_{\frac{1}{5}}(X + 2) - \log_5 X + 3$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = \frac{5}{2}$ (thuộc đáp án B) máy tính hiển thị 1,065464369.

Câu 46. Điều kiện xác định của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+15) \leq \log_{0,5}(x^2+6x+8)$ là:

- A. $x > -2$. B. $\begin{cases} x < -4 \\ x > -2 \end{cases}$. C. $x > -3$. D. $-4 < x < -2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 5x+15 > 0 \\ x^2+6x+8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > -2 \Leftrightarrow x > -2 \\ x < -4 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,5}(5X+15) - \log_{0,5}(X^2+6X+8)$

Nhấn CALC và cho $X = -3,5$ máy tính không tính được. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = -5$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được.

Vậy loại B, chọn A.

Câu 47. Điều kiện xác định của bất phương trình $\ln \frac{x^2-1}{x} < 0$ là:

- A. $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$. B. $x > -1$. C. $x > 0$. D. $\begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\text{Điều kiện: } \frac{x^2-1}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\ln \frac{X^2-1}{X}$

Nhấn CALC và cho $X = -0,5$ (thuộc đáp án A và B) máy tính hiển thị 0,4054651081.

Vậy loại đáp án C và D.

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Nhấn CALC và cho $X = 0,5$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B, chọn A.

Câu 48. Bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - 5\log_{0,2} x < -6$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$. B. $S = (2; 3)$. C. $S = \left(0; \frac{1}{25}\right)$. D.
 $S = (0; 3)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_{0,2}^2 - 5\log_{0,2} x < -6 \Leftrightarrow 2 < \log_{0,2} x < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{125} < x < \frac{1}{25}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $(\log_{0,2} X)^2 - 5\log_{0,2} X + 6$

Nhấn CALC và cho $X = 2,5$ (thuộc đáp án B và D) máy tính hiển thị 9.170746391. Vậy loại đáp án B và D.

Nhấn CALC và cho $X = \frac{1}{200}$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị 0,3773110048.

Câu 49. Vậy loại C, chọn A. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \geq 0$ là:

- A. $S = [1; 6]$. B. $S = (5; 6]$. C. $S = (5; +\infty)$. D.
 $S = (1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(x - 1) \geq \log_3(x^2 - 6x + 5) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 > 0 \\ x - 1 \geq x^2 - 6x + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \vee x > 5 \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < x \leq 6$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{1}{3}}(X^2 - 6X + 5) + \log_3(X - 1)$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Nhấn CALC và cho $X = 2$ (thuộc đáp án A và D) máy tính không tính được. Vậy loại đáp án A và D.

Nhấn CALC và cho $X = 7$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị $-0,6309297536$.

Vậy loại C, chọn B.

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 1 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{2}{3}}(2X^2 - X + 1)$

Nhấn CALC và cho $X = -5$ (thuộc đáp án A và D) máy tính hiển thị $-9,9277\dots$ Vậy loại đáp án A và B.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị $-1,709511291$. Vậy chọn C.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là:

A. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.

B. $S = [-2; 0)$.

C. $S = (-\infty; 2]$.

D.

$S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ \frac{4x+6}{x} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \vee x > 0 \\ -2 \leq x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < -\frac{3}{2}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 \frac{4X+6}{X}$

Nhấn CALC và cho $X = 1$ (thuộc đáp án C và D) máy tính hiển thị 2,095903274. Vậy loại đáp án C và D.

Nhấn CALC và cho $X = -1$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính được. Vậy loại B, chọn A.

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2} x - \log_5 (x-2) < \log_{0,2} 3$ là:

A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 5$. D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 2$

$$\log_{0,2} x - \log_5 (x-2) < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow \log_{0,2} [x(x-2)] < \log_{0,2} 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$$

So điều kiện suy ra $x > 3$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,2} X - \log_5 (X-2) - \log_{0,2} 3$

Nhấn CALC và cho $X = 3$ (nhỏ nhất) máy tính hiển thị 0. Vậy loại đáp án B.

Nhấn CALC và cho $X = 4$ máy tính hiển thị -0.6094234797. Vậy chọn D.

Câu 53. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3 (4.3^{x-1}) > 2x-1$ là:

A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3 (4.3^{x-1}) > 2x-1 \Leftrightarrow 4.3^{x-1} > 3^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{2x} - 4.3^x < 0 \Leftrightarrow 0 < 3^x < 4 \Leftrightarrow x < \log_3 4$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3 (4.3^{X-1}) - 2X + 1$

Nhấn CALC và cho $X = 3$ (lớn nhất) máy tính hiển thị -1.738140493. Vậy loại đáp án A.

Nhấn CALC và cho $X = 2$ máy tính hiển thị -0.7381404929. Vậy loại B.

Nhấn CALC và cho $X = 1$ máy tính hiển thị 0.2618595071. Vậy chọn C.

Câu 54. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2 [3\log_2(3x-1)-1] = x$ là:

- A. $x > \frac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$. B. $x \geq \frac{1}{3}$. C. $x > 0$. D. $x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Biểu thức $\log_2 [3\log_2(3x-1)-1] = x$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 3\log_2(3x-1)-1 > 0 \\ 3x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(3x-1) > \frac{1}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 > 2^{\frac{1}{3}} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = \frac{1}{3}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_2(3x-1)$ được $\log_2(0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án A.

Câu 55. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x-\sqrt{x^2-1}) \cdot \log_3(x+\sqrt{x^2-1}) = \log_6|x-\sqrt{x^2-1}|$ là:

- A. $x \leq -1$. B. $x \geq 1$.
C. $x > 0, x \neq 1$. D. $x \leq -1$ hoặc $x \geq 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Phương trình xác định khi và chỉ khi :

$$\begin{cases} x-\sqrt{x^2-1} > 0 \\ x+\sqrt{x^2-1} > 0 \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = -1$ (thuộc A, D) vào biểu thức $\log_2(x-\sqrt{x^2-1})$ được $\log_2(-1)$

không xác định, Thay $x = \frac{1}{2}$ (thuộc C) vào biểu thức $\sqrt{x^2-1}$ được $\sqrt{\frac{-3}{4}}$

không xác định

Vậy loại A, C, D chọn đáp án B.

Câu 56. Nghiệm nguyên của phương trình

$$\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}| \text{ là:}$$

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x \geq 1$

$$\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6|x - \sqrt{x^2 - 1}|$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\Leftrightarrow \log_2 6 \cdot \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_3 6 \cdot \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) - \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = 0$$

Đặt $t = \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1})$ ta được

$$\log_2 6 \cdot \log_3 6 \cdot t^2 - t = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{1}{\log_2 6 \cdot \log_3 6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = 0 \\ \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \frac{1}{\log_2 6 \cdot \log_3 6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x + \sqrt{x^2 - 1}) = 1 \quad (1) \\ \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1}) = \log_6 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 1} = 1 \\ x - \sqrt{x^2 - 1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \in \mathbb{Z}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x + \sqrt{x^2 - 1} = 2^{\log_6 3} \\ x - \sqrt{x^2 - 1} = 2^{-\log_6 3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 1$ vào phương trình ta được VT = VP chọn đáp án A.

Câu 57. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình

$$\log_2^4 x - \log_2^2\left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2\left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_{2^{-1}}(x) \text{ trở thành bất phương trình nào?}$$

- A. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$. B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$.
C. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$. D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{2^{-1}}^2 (x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3 \log_2 x - 3)^2 + 9(5 - 2 \log_2 x) - 4 \log_2^2 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13 \log_2^2 x + 36 < 0$$

Câu 58. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình

$$\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{2^{-1}}^2 (x) \text{ là:}$$

A. $x = 7$.

B. $x = 8$.

C. $x = 4$.

D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{2^{-1}}^2 (x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3 \log_2 x - 3)^2 + 9(5 - 2 \log_2 x) - 4 \log_2^2 x < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13 \log_2^2 x + 36 < 0$$

$$\Leftrightarrow 4 < \log_2^2 x < 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < \log_2 x < 3 \\ -3 < \log_2 x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 < x < 8 \\ \frac{1}{8} < x < \frac{1}{4} \end{cases}$$

chọn đáp án **A**.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x = 7; x = 8; x = 4; x = 1$ thấy $x = 7$ đúng, chọn đáp án **A**.

Câu 59. Bất phương trình $\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = [\log_3 \sqrt{73}; 2]$. **B.** $S = (\log_3 \sqrt{72}; 2]$. **C.** $S = (\log_3 \sqrt{73}; 2]$. **D.** $S = (-\infty; 2]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > \log_3 \sqrt{73}$

$$\log_x (\log_3 (9^x - 72)) \leq 1 \Leftrightarrow \log_3 (9^x - 72) \leq x \Leftrightarrow 9^x - 3^x - 72 \leq 0 \Leftrightarrow 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Chọn đáp án **A**.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = \log_3 \sqrt{73}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_x (\log_3 (9^x - 72))$ được $\log_x (0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án **A**.

Câu 60. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2 [x(x-1)] = 1$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

A. -2 .

B. 1 .

C. -1 .

D. 2 .

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x < 0$ hoặc $x > 1$

$$\log_2 [x(x-1)] = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = -2$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 61. Nếu đặt $t = \log_2(5^x - 1)$ thì phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = 1$ trở thành phương trình nào?

- A.** $t^2 + t - 2 = 0$. **B.** $2t^2 = 1$. **C.** $t^2 - t - 2 = 0$. **D.** $t^2 = 1$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$

$$\begin{aligned} \log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) &= 1 \\ \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot [1 + \log_2(5^x - 1)] - 2 &= 0 \end{aligned}$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$ là:

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Điều kiện : $0 < x \neq 1$

$$\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1 \Leftrightarrow \log_2(x+12) = \log_2 x^2 \Leftrightarrow -x^2 + x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Loại $x = -3$ chọn đáp án **A**

Câu 63. Phương trình $\log_5^2(2x-1) - 8\log_5 \sqrt{2x-1} + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

- A.** $\{-1; -3\}$. **B.** $\{1; 3\}$. **C.** $\{3; 63\}$. **D.** $\{1; 2\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \log_5^2(2x-1) - 8\log_5 \sqrt{2x-1} + 3 &= 0 \Leftrightarrow \log_5^2(2x-1) - 4\log_5(2x-1) + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5(2x-1) = 1 \\ \log_5(2x-1) = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 63 \end{cases} \end{aligned}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 1$ (thuộc B, D) vào vế trái ta được $3 = 0$ vô lý, vậy loại B, D,

Thay $x = -1$ vào $\log_5(2x-1)$ ta được $\log_5(-3)$ không xác định, nên loại A

Vậy chọn đáp án C.

- Câu 64.** Nếu đặt $t = \log_3 \frac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4 \log_3 \frac{x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?
- A. $\frac{t^2-1}{t} < 0$. B. $t^2-1 < 0$. C. $\frac{t^2-1}{t} > 0$. D. $\frac{t^2+1}{t} < 0$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Sau khi đưa về cùng cơ số 4, rồi tiếp tục biến đổi về cùng cơ số 3 ta được bất phương trình

$$\log_3 \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{\log_3 \frac{x-1}{x+1}} < 0$$

Chọn đáp án A.

- Câu 65.** Phương trình $\log_{2x-3} (3x^2 - 7x + 3) - 2 = 0$ có nghiệm là:
- A. $x = 2; x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 1; x = 5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > \frac{3}{2}; x \neq 2$

$$\log_{2x-3} (3x^2 - 7x + 3) - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 3 = (2x-3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Lần lượt thay $x = 1; x = 2$ (thuộc B, A, D) vào vế trái ta được đẳng thức sai, vậy loại B, A, D. Vậy chọn đáp án C.

- Câu 66.** Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2 (\log_4 x) > \log_4 (\log_2 x)$ là:
- A. 18. B. 16. C. 15. D. 17.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 1$

$$\log_2 (\log_4 x) > \log_4 (\log_2 x) \Leftrightarrow \log_2 (\log_2 x) > 2 \Leftrightarrow \log_2 x > 4 \Leftrightarrow x > 16$$

Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 16; 15$ (thuộc B, C) vào phương trình ta được bất đẳng thức sai nên loại B, C

Thay $x=17;18$ vào phương trình ta được bất đẳng thức đúng

Vậy chọn đáp án D.

Câu 67. Phương trình $\frac{1}{4-\ln x} + \frac{2}{2+\ln x} = 1$ có tích các nghiệm là:

- A. e^3 . B. $\frac{1}{e}$. C. e . D. 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0, x \neq e^{-2}; x \neq e^4$

$$\frac{1}{4-\ln x} + \frac{2}{2+\ln x} = 1 \Leftrightarrow \ln^2 x - 3\ln x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 1 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e \\ x = e^2 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 68. Phương trình $9x^{\log_9 x} = x^2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$

$$9x^{\log_9 x} = x^2 \Leftrightarrow \log_9 (9x^{\log_9 x}) = \log_9 (x^2) \Leftrightarrow 1 + \log_9^2 x - 2\log_9 x = 0 \Leftrightarrow \log_9 x = 1 \Leftrightarrow x = 9$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 69. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1; x \neq 3$

$$\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x \cdot (\log_3 x - 1)} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 0 \\ \log_3 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Loại B, A vì $x \neq 1; x \neq 3$

Loại C vì $x = 2 \Rightarrow \log_2 3 - \log_{\frac{2}{3}} 3 > 0$ Vậy chọn đáp án D.

Câu 70. Phương trình $x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98$ có nghiệm là:

- A. $x = e$. B. $x = 2$. C. $x = e^2$. D. $x = \sqrt{e}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$

Đặt $x = e^t$

$$x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98 \Leftrightarrow e^{t \cdot \ln 7} + 7^{\ln e^t} = 98 \Leftrightarrow 2 \cdot 7^t = 98 \Leftrightarrow t = 2$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x = 2; x = e; x = \sqrt{e}$ vào phương trình ta được đẳng thức sai, vậy loại A, B, D, vậy chọn đáp án C.

Câu 71. Bất phương trình $\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = [1 - \sqrt{2}; +\infty)$.

B. $S = [1 + \sqrt{2}; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 1 + \sqrt{2}]$.

D. $S = (-\infty; 1 - \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 2$

$$\log_2(x^2 - x - 2) \geq \log_{0,5}(x-1) + 1 \Leftrightarrow \log_2[(x^2 - x - 2)(x-1)] \geq 1 \Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x-1) - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 0 \\ x \geq 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựa vào điều kiện ta loại A, C, D. Vậy chọn đáp án B.

Câu 72. Biết phương trình $\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{2} \log_2 x + \frac{7}{6} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x_1^3 + x_2^3 = \frac{2049}{4}$. B. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2047}{4}$. C. $x_1^3 + x_2^3 = -\frac{2049}{4}$. D.

$x_1^3 + x_2^3 = \frac{2047}{4}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Đặt $t = \log_2 x$. Phương trình đã cho trở thành $3t^2 - 7t - 6 = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 3 \\ \log_2 x = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^3 = 9 \\ x = 2^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ 9; \frac{1}{\sqrt[3]{4}} \right\} \Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = \frac{2049}{4}$

Câu 73. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$

là:

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $2^{x+1} - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \log_2 3 - 1$.

Ta có: $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3) \Leftrightarrow \log_2 \frac{4^x + 4}{2^{x+1} - 3} = x \Leftrightarrow \frac{4^x + 4}{2^{x+1} - 3} = 2^x \quad (1)$

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Ta có (1) $\Rightarrow t^2 + 4 = 2t^2 - 3t \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow t = 4$.

$\Leftrightarrow 2^x = 2^2 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2$.

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > 0$ là:

A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

C. $S = (0; 1)$.

D.

$S = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ \log_2(2x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(\log_2(2x-1)) > \log_{\frac{1}{2}} 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(2x-1) < 1 \\ \log_2(2x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < 2x-1 < 2 \\ 2x-1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_2(2x + 1)$ là:

A. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

B. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

D.

$S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2 + 3x + 1 > 0 \\ 2x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \vee x > -\frac{1}{2} \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_2(2x + 1) \Leftrightarrow \log_4(2x^2 + 3x + 1) > \log_4(2x + 1)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 1 > 4x^2 + 4x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$ là:

- A. $S = (1; \sqrt{5})$. B. $S = (-1; \sqrt{5})$. C. $S = (-\sqrt{5}; 1)$. D. $S = (-\sqrt{5}; -1)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0 < x \neq 1$ (*).

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_x(125x) \cdot \log_{25} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x &\Leftrightarrow (\log_x 5^3 + \log_x x) \cdot \log_{5^2} x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \\ &\Leftrightarrow (3 \log_x 5 + 1) \cdot \left(\frac{1}{2} \log_5 x\right) > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \log_5 x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow 2 \log_5^2 x - \log_5 x < 0 \\ &\Leftrightarrow 0 < \log_5 x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 5^0 < x < 5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 1 < x < \sqrt{5}. \quad (\text{thỏa mãn điều kiện}) \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (1; \sqrt{5})$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24}$ là :

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24} &\Leftrightarrow (\log_2 x) \left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) \left(\frac{1}{3} \log_2 x\right) \left(\frac{1}{4} \log_2 x\right) = \frac{81}{24} \\ &\Leftrightarrow \log_2^4 x = 81 \Leftrightarrow \log_2 x = \pm 3 \Leftrightarrow x = 8 \text{ hoặc } x = \frac{1}{8}. \quad (\text{thỏa mãn điều kiện}) \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{1}{8}; 8\right\} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 1$.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}} |x+1| = 2$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \neq -1$

Ta có: $\log_{\sqrt{3}} |x+1| = 2 \Leftrightarrow |x+1| = 3 \Leftrightarrow x+1 = \pm 3 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -4$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-4; 2\}$.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x} - 6 \cdot 2^{\log_9 x} + 2^{\log_3 27} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng :

- A. 6642 . B. $\frac{82}{6561}$. C. 20 . D. 90 .

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có phương trình tương đương $2^{2\log_9 x} - 6 \cdot 2^{\log_9 x} + 2^3 = 0$. (1)

Đặt $t = 2^{\log_9 x}, t > 0$. (1) $\Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases}$

- Với $t = 2 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x} = 2 \Leftrightarrow \log_9 x = 1 \Leftrightarrow x = 9$.

- Với $t = 4 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x} = 2^2 \Leftrightarrow \log_9 x = 2 \Leftrightarrow x = 81$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{9; 81\} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 6642$.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x} - 10x^{\log_2 \frac{1}{x}} + 3 > 0$ là:

- A. $S = \left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$ (*). Đặt $u = \log_2 x \Rightarrow x = 2^u$.

Bất phương trình đã cho trở thành $2^{u^2} - 10(2^u)^{-u} + 3 > 0 \Leftrightarrow 2^{u^2} - \frac{10}{2^{u^2}} + 3 > 0$ (1)

Đặt $t = 2^{u^2}, t \geq 1$. (1) $\Rightarrow t^2 + 3t - 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -5 \\ t > 2 \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow 2^{u^2} > 2 \Leftrightarrow u^2 > 1 \Leftrightarrow u > 1$

hoặc $u < -1$

- Với $u > 1 \Rightarrow \log_2 x > 1 \Rightarrow x > 2$

- Với $u < -1 \Rightarrow \log_2 x < -1 \Rightarrow x < \frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x > 2$ hoặc

$0 < x < \frac{1}{2}$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2 \cdot 3^{\log_2 4x^2}$ là:

- A. $S = \left\{\frac{4}{9}\right\}$. B. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$. D. $S = \{-2\}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

Ta có:

$$4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{\log_2 4x^2} \Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 2.3^{2+2\log_2 x} \Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x} - 6^{\log_2 x} = 19.9^{\log_2 x} \quad (1)$$

Chia 2 vế cho $4^{\log_2 x}$.

$$(1) \Leftrightarrow 18 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{\log_2 x} + \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} - 4 = 0. \text{ Đặt}$$

$$t = \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} > 0. PT \Rightarrow 18t^2 + t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{4}{9} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x} = \left(\frac{4}{9}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow \log_2 x = -2 \Leftrightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{4}. \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{1}{4}\right\}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ có nghiệm?

- A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > 2; m > 0$

$$\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m \Leftrightarrow x = (x-2)m^2 \Leftrightarrow x = \frac{2m^2}{m^2-1}$$

Phương trình có nghiệm $x > 2$ khi $m > 1$, chọn đáp án A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m=0$ (thuộc C, D) vào biểu thức $\log_{\sqrt{3}} m$ không xác định, vậy loại C, D,

Thay $m=1$ (thuộc B) ta được phương trình tương đương $x = x-2$ vô nghiệm

Vậy chọn đáp án A.

Câu 83. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m < 4$. D. $4 < m \leq 7$

Hướng dẫn giải

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\log_3(x^2 + 4x + m) \geq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 4x + m - 3 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$$

Vậy chọn A.

Câu 84. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. C. $m < 4$. D. $-4 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

$$\log_{\frac{1}{5}}(mx - x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4 \Leftrightarrow mx - x^2 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 \leq 0$$

$$x^2 - mx + 4 \leq 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$$

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx - x^2) = 2$ vô nghiệm?

- A. $m < 4$. B. $-4 < m < 4$. C. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $m > -4$.

Hướng dẫn giải

$$\log_2(mx - x^2) = 2 \Leftrightarrow -x^2 + mx - 4 = 0 (*)$$

$$\text{Phương trình (*) vô nghiệm} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$$

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x + 3 \log_4 x + 2m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

- A. $m < \frac{13}{8}$. B. $m > \frac{13}{8}$. C. $m \leq \frac{13}{8}$. D. $0 < m < \frac{13}{8}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Phương trình có 2 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 13 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{8}$$

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 6$. B. $m > 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Hướng dẫn giải

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \leq m \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \cdot [1 + \log_2(5^x - 1)] \leq m$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Đặt $t = \log_6(x + \sqrt{x^2 - 1})$ do $x \geq 1 \Rightarrow t \in [2; +\infty)$

BPT $\Leftrightarrow t(1+t) \geq m \Leftrightarrow t^2 + t \geq m \Leftrightarrow f(t) \geq m$

Với $f(t) = t^2 + t$

$f'(t) = 2t + 1 > 0$ với $t \in [2; +\infty)$ nên hàm đồng biến trên $t \in [2; +\infty)$

Nên $\text{Min}f(t) = f(2) = 6$

Do đó để để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2(2 \cdot 5^x - 2) \geq m$ có nghiệm $x \geq 1$ thì :

$m \leq \text{Min}f(t) \Leftrightarrow m \leq 6$

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + 2 \log_3 x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

- A. $m < 2$. B. $m \leq 2$. C. $m \geq 2$. D. $m > 2$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x > 0$

PT có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 - (m-1) \geq 0 \Leftrightarrow 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \leq m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \geq 2$. B. $m > 2$. C. $m \leq 2$. D. $m < 2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$x \geq 1 \Leftrightarrow 5^x - 1 \geq 4 \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1) \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 2$

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

- A. $m \in [0; 2]$. B. $m \in (0; 2)$. C. $m \in (0; 2]$. D. $m \in [0; 2)$

Hướng dẫn giải

Với $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}]$ hay $1 \leq x \leq 3^{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{\log_3^2 1 + 1} \leq \sqrt{\log_3^2 x + 1} \leq \sqrt{\log_3^2 3^{\sqrt{3}} + 1}$ hay $1 \leq t \leq 2$.

t	1	2
$f(t)$	+	

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 2]$ ”. Ta có $PT \Leftrightarrow 2m = t^2 + t + 2$.

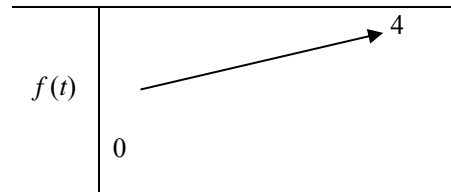
Xét hàm số

$$f(t) = t^2 + t - 2, \forall t \in [1; 2], f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in [1; 2]$$

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1; 2]$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $0 \leq 2m \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Vậy $0 \leq m \leq 2$ là các giá trị cần tìm.



Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_4(2 \cdot 5^x - 2) = m$ có nghiệm $x \geq 1$?

- A. $m \in [2; +\infty)$. B. $m \in [3; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 2]$. D. $m \in (-\infty; 3]$.

Hướng dẫn giải

Với $x \geq 1 \Rightarrow 5^x \geq 5 \Rightarrow \log_2(5^x - 1) \geq \log_2(5 - 1) = 2$ hay $t \geq 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình có nghiệm $t \geq 2$ ”.

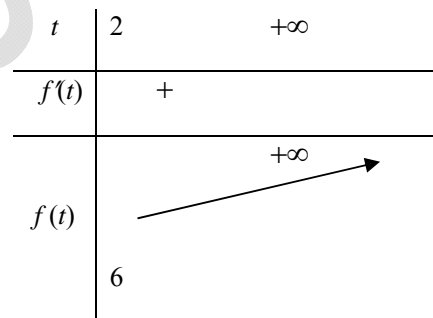
Xét hàm số

$$f(t) = t^2 + t, \forall t \geq 2, f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \geq 2$$

Suy ra hàm số đồng biến với $t \geq 2$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $2m \geq 6 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Vậy $m \geq 3$ là các giá trị cần tìm.



Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m + 2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 27$?

- A. $m = -2$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$. Khi đó phương trình có dạng: $t^2 - (m + 2)t + 3m - 1 = 0$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta = (m + 2)^2 - 4(3m - 1) = m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 2\sqrt{2} \\ m > 4 + 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (*)$$

Với điều kiện (*) ta có: $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3(x_1 \cdot x_2) = \log_3 27 = 3$.

Theo Vi-ét ta có: $t_1 + t_2 = m + 2 \Rightarrow m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm thuộc $[32; +\infty)$?

- A. $m \in (1; \sqrt{3}]$. B. $m \in [1; \sqrt{3})$. C. $m \in [-1; \sqrt{3})$. D. $m \in (-\sqrt{3}; 1]$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$. Khi đó phương trình tương đương:

$$\sqrt{\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3} = m(\log_2 x - 3).$$

Đặt $t = \log_2 x$ với $x \geq 32 \Rightarrow \log_2 x \geq \log_2 32 = 5$ hay $t \geq 5$.

Phương trình có dạng $\sqrt{t^2 - 2t - 3} = m(t - 3)$ (*).

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: “Tìm m để phương trình (*) có nghiệm $t \geq 5$ ”

$$\text{Với } t \geq 5 \text{ thì (*)} \Leftrightarrow \sqrt{(t-3)(t+1)} = m(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{t-3}(\sqrt{t+1} - m\sqrt{t-3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t+1} - m\sqrt{t-3} = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{t+1}{t-3}}$$

Ta có $\frac{t+1}{t-3} = 1 + \frac{4}{t-3}$. Với $t \geq 5 \Rightarrow 1 < 1 + \frac{4}{t-3} \leq 1 + \frac{4}{5-3} = 3$ hay

$$1 < \frac{t+1}{t-3} \leq 3 \Rightarrow 1 < \sqrt{\frac{t+1}{t-3}} \leq \sqrt{3}$$

suy ra $1 < m \leq \sqrt{3}$. Vậy phương trình có nghiệm với $1 < m \leq \sqrt{3}$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$ (1).

- A. $m \in [-12; 13]$. B. $m \in [12; 13]$. C. $m \in [-13; 12]$. D. $m \in [-13; -12]$.

Hướng dẫn giải

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 > \frac{x^2 + 4x + m}{5} \\ x^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 4x = f(x) \\ m < 4x^2 - 4x + 5 = g(x) \end{cases}$$

$$\text{Hệ trên thỏa mãn } \forall x \in (2; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \text{Max}_{2 < x < 3} f(x) = -12 \text{ khi } x = 2 \\ m \leq \text{Min}_{2 < x < 3} g(x) = 13 \text{ khi } x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 13.$$

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2 + 7) \geq \log_2(mx^2 + 4x + m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \in (2; 5]$. B. $m \in (-2; 5]$. C. $m \in [2; 5)$. D. $m \in [-2; 5)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7x^2 + 7 \geq mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (7-m)x^2 - 4x + 7 - m \geq 0 & (2) \\ mx^2 + 4x + m > 0 & (3) \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

✓ $m = 7$: (2) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

✓ $m = 0$: (3) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

$$(1) \text{ thỏa } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - m > 0 \\ \Delta'_2 = 4 - (7 - m)^2 \leq 0 \\ m > 0 \\ \Delta'_3 = 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \leq 5 \\ m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5.$$

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

A. $m \in (2; 3]$.

B. $m \in (-2; 3]$.

C. $m \in [2; 3)$.

D.

$m \in [-2; 3)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (5-m)x^2 - 4x + 5 - m \geq 0 & (2) \\ mx^2 + 4x + m > 0 & (3) \end{cases} (*), \forall x \in \mathbb{R}.$$

✓ $m = 0$ hoặc $m = 5$: (*) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\checkmark m \neq 0 \text{ và } m \neq 5 : (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - m > 0 \\ \Delta'_2 = 4 - (5 - m)^2 \leq 0 \\ m > 0 \\ \Delta'_3 = 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$