

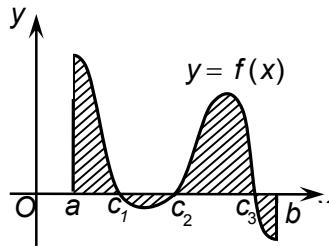
CHỦ ĐỀ 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Diện tích hình phẳng

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành

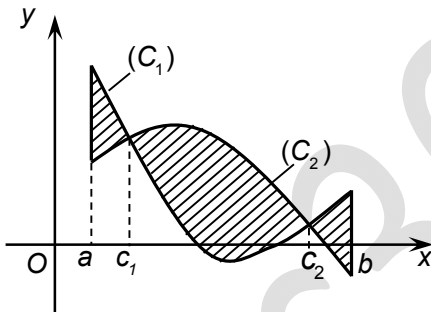
và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định: $S = \int_a^b |f(x)| dx$



$$(H) \begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad \boxed{S = \int_a^b |f(x)| dx}$$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$

và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$



$$(H) \begin{cases} (C_1): y = f_1(x) \\ (C_2): y = f_2(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad \boxed{S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx}$$

Chú ý:

- Nếu trên đoạn $[a; b]$, hàm số $f(x)$ không đổi dấu thì: $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

- Nhớ vững cách tính tích phân của hàm số có chứa giá trị tuyệt đối

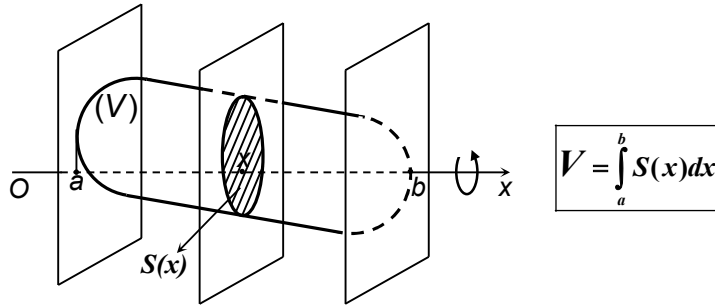
- Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, $x = h(y)$ và hai đường thẳng

$y = c$, $y = d$ được xác định: $S = \int_c^d |g(y) - h(y)| dy$

2. Thể tích vật thể và thể tích khối tròn xoay

a) Thể tích vật thể:

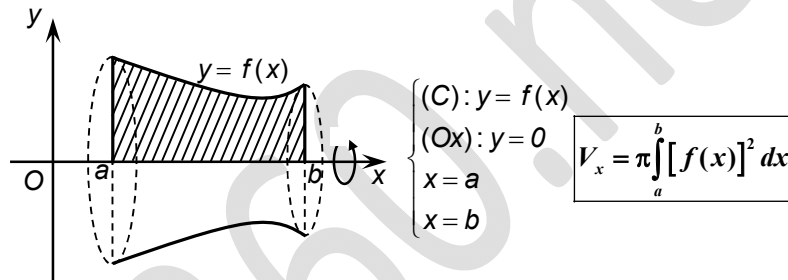
Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b ; $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.



Khi đó, thể tích của vật thể B được xác định: $V = \int_a^b S(x) dx$

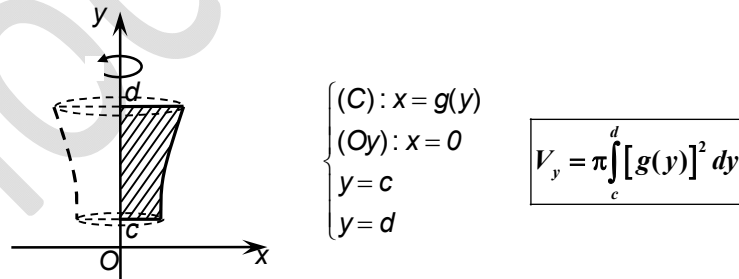
b) Thể tích khối tròn xoay:

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



Chú ý:

- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy :



- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$$

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

I- Câu hỏi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

Trường hợp 1. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Phương pháp giải toán

+) Giải phương trình $f(x) = g(x)$ (1)

+) Nếu (1) vô nghiệm thì $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

+) Nếu (1) có nghiệm thuộc $[a; b]$, giả sử α thì

$$S = \left| \int_a^{\alpha} (f(x) - g(x)) dx \right| + \left| \int_{\alpha}^b (f(x) - g(x)) dx \right|$$

Chú ý: Có thể lập bảng xét dấu hàm số $f(x) - g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ rồi dựa vào bảng xét dấu để tính tích phân.

Trường hợp 2. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ là $S = \int_a^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$. Trong đó α , β là nghiệm nhỏ nhất và lớn nhất của phương trình $f(x) = g(x)$ ($a \leq \alpha < \beta \leq b$).

Phương pháp giải toán

Bước 1. Giải phương trình $f(x) = g(x)$ tìm các giá trị α, β .

Bước 2. Tính $S = \int_a^{\beta} |f(x) - g(x)| dx$ như trường hợp 1.

Câu 1. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là:

A. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 2. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 11x - 6$, $y = 6x^2$, $x = 0$, $x = 2$. (Đơn vị diện tích)

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{8}{3}$ D. $\frac{18}{23}$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3$, $y = 4x$ là:

A. 8 B. 9 C. 12 D. 13

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = -\int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

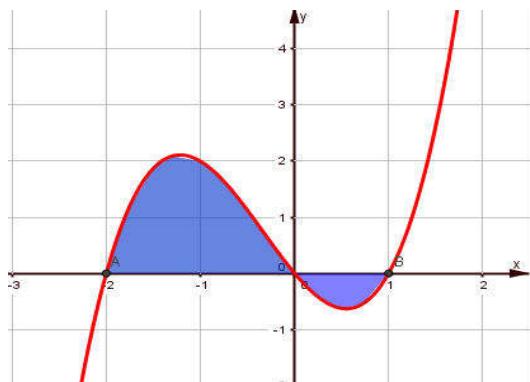
Câu 6. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)|^2 dx$. D. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 7. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$. B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$

B. $S = \int_{-2}^1 f(x)dx$

C. $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^1 f(x)dx$

D. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

Câu 9. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ là

A. 19

B. 18

C. 20

D. 21

Câu 10. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ là

A. 4

B. $\frac{14}{5}$

C. $\frac{13}{3}$

D. $\frac{14}{3}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 8$ là

A. $\frac{45}{2}$

B. $\frac{45}{4}$

C. $\frac{45}{7}$

D. $\frac{45}{8}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \pi, x = \frac{3\pi}{2}$ là

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. $\frac{3}{2}$

Câu 13. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{4}$ là

A. $\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $-\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $-\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

Câu 14. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ là

- A. $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$ B. $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$ C. $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$ D. $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$

[DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG]

VẬN DỤNG THẤP

- Câu 15.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là
- A. $\frac{53}{4}$ B. $\frac{51}{4}$ C. $\frac{49}{4}$ D. $\frac{25}{2}$
- Câu 16.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là
- A. $\frac{142}{5}$ B. $\frac{143}{5}$ C. $\frac{144}{5}$ D. $\frac{141}{5}$
- Câu 17.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là
- A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$
- Câu 18.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là
- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{9}{2}$
- Câu 19.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ là
- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4
- Câu 20.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là
- A. $\frac{71}{5}$ B. $\frac{73}{5}$ C. $\frac{72}{5}$ D. 14
- Câu 21.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là
- A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$
- Câu 22.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là
- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

- Câu 23.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ là
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- Câu 24.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = \sqrt[3]{x}$ là
- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{1}{15}$
- Câu 25.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ là
- A. $\frac{37}{13}$ B. $\frac{37}{12}$ C. 3 D. 4
- Câu 26.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, đường thẳng $x = 3$, trục tung và trục hoành là
- A. $\frac{22}{3}$ B. $\frac{32}{3}$ C. $\frac{25}{3}$ D. $\frac{23}{3}$
- Câu 27.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3, x = 4$ là
- A. $\frac{202}{3}$ B. $\frac{203}{4}$ C. $\frac{201}{5}$ D. $\frac{201}{4}$
- Câu 28.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là
- A. $\frac{e^2 - 1}{2}$ B. $\frac{e^2 + 1}{2}$ C. $\frac{e^2 - 1}{4}$ D. $\frac{e^2 + 1}{4}$
- Câu 29.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2, y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2; x = 3$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{87}{5}$ B. $\frac{87}{4}$ C. $\frac{87}{3}$ D. $\frac{87}{5}$
- Câu 30.** Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = (1 + e^x)x, y = (1 + e)x$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{e-1}{2}$ B. $\frac{e-2}{2}$ C. $\frac{e-2}{2}$ D. $\frac{e+1}{2}$

VẬN DỤNG CẤP ĐỘ CAO

Câu 31. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 1|$, $y = |x| + 5$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{71}{3}$ B. $\frac{73}{3}$ C. $\frac{70}{3}$ D. $\frac{74}{3}$

Câu 32. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{108}{5}$ B. $\frac{109}{5}$ C. $\frac{109}{6}$ D. $\frac{119}{6}$

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) : $y = x^2 + 3$, tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x = 2$ và trục tung bằng

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{7}{3}$

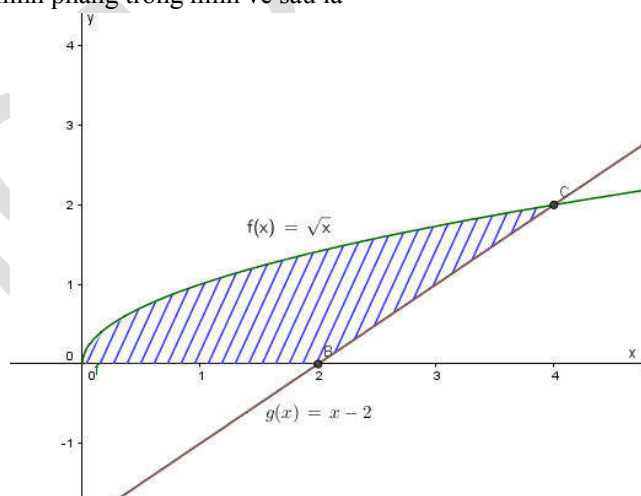
Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y^2 - 2y + x = 0$, $x + y = 0$ là

- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Câu 35. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$; $y = \frac{1}{27}x^2$; $y = \frac{27}{x}$ bằng

- A. $27 \ln 2$ B. $27 \ln 3$ C. $28 \ln 3$ D. $29 \ln 3$

Câu 36. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là



- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{11}{3}$ C. $\frac{7}{3}$ D. $\frac{10}{3}$

Câu 37. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x, y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 68 B. 67 C. 66 D. 65

Câu 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1, y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Câu 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \begin{cases} -x, & \text{nếu } x \leq 1 \\ x - 2, & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ và $y = \frac{10}{3}x - x^2$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. 16 B. 15 C. 17 D. 18

Câu 40. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$, tiệm cận xiêm của (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = a$ ($a < 0$) có diện tích bằng 5. Khi đó a bằng

- A. $1 - e^5$ B. $1 + e^5$ C. $1 + 2e^5$ D. $1 - 2e^5$

II-Câu hỏi tính thể tích vật tròn xoay giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

. Tính thể tích khối tròn xoay:

Trường hợp 1. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0,$

$x = a$ và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Trường hợp 2. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x),$

$x = a$ và $x = b$ ($a < b$) **quay quanh trục Ox** là $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

Câu 41. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x}, y = 0, x = 1, x = 4$ quanh trục ox là:

- A. 6π B. 6π C. 12π D. 6π

Câu 42. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, Ox , $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{\pi^2}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{16}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\left(\frac{\pi+1}{16}\right).\pi$

Câu 43. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, Ox , $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x)dx.$ B. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx.$ C. $V = \int_a^b \pi^2 .f^2(x)dx.$ D. $V = \int_a^b f^2(x)dx.$

Câu 44. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$; trục Ox và đường thẳng $x = 3$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{3}{2}\pi$ B. 3π C. 2π D. π

Câu 45. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{79\pi}{63}$ B. $\frac{23\pi}{14}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. 9π

Câu 46. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = x$, $x = a$, $x = b$ ($0 < a < b$) quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi^2 \int_a^b xdx.$ B. $V = \pi \int_a^b \sqrt{x}dx.$ C. $V = \pi \int_a^b xdx.$ D. $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x}dx.$

Câu 47. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{496\pi}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{64\pi}{15}$ D. $\frac{16\pi}{15}$

Câu 48. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{4}{3}\pi$

Câu 49. Thể tích khối tròn xoay trong không gian Oxyz giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$; $x = \pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x; 0; 0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:

- A. $V = 2$. B. $V = \pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 2\pi$.

Câu 50. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ B. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ C. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ D.

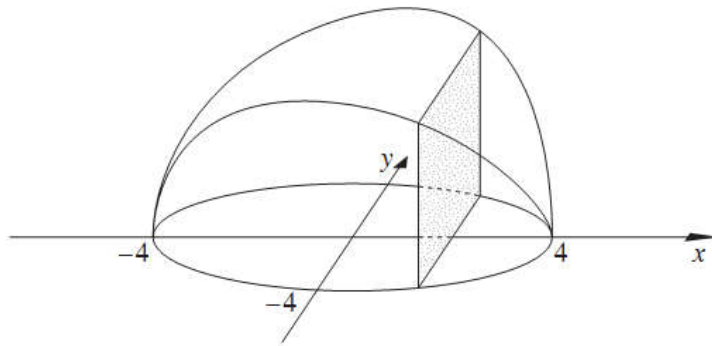
$$V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$$

Câu 51. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox, $x = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\pi^2 \frac{28}{3}$ B. $\pi \cdot \frac{68}{3}$ C. $\pi \frac{28}{3}$ D. $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

VẬN DỤNG

Câu 52. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:



- A. $\int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx$ B. $\int_{-4}^4 4x^2 dx$ C. $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$ D.
- $$\int_{-4}^4 4\pi(16 - x^2) dx$$

Câu 53. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:

- A. 32π B. 64π C. 16π D. 4π

Câu 54. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

A. $2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2$

B. $\pi(2\ln^2 2 + 4\ln 2 - 2)$

C. $\pi(2\ln^2 2 - 4\ln 2 + 2)$

D. $\pi(2\ln 2 - 1)$

Câu 55. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = ax^2$, $y = bx$ ($a, b \neq 0$) quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$ B. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$ C. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$ D.

$V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$

Câu 56. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = \frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục Ox .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$ B. $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$ C. $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$ D.

$V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

Câu 57. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{8\pi}{3}$ B. $V = \frac{4\pi}{3}$ C. $V = \frac{2\pi}{3}$ D. $V = \pi$.

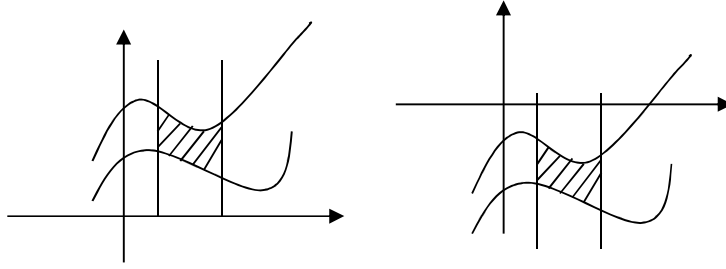
Câu 58. Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong $(C_1): y = f(x)$, $(C_2): y = g(x)$, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, $a < b$. Giả sử rằng (C_1) và (C_2) không có điểm chung trên $[a, b]$ và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là

$$V = \pi \int_a^b \left([f(x)]^2 - [g(x)]^2 \right) dx.$$
 Khi đó

(1): $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

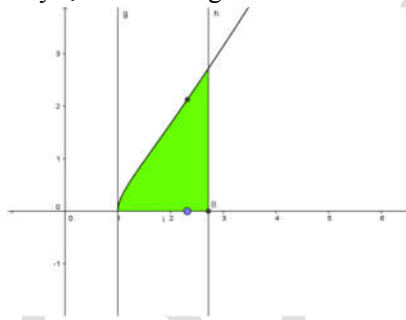
(3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 59. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

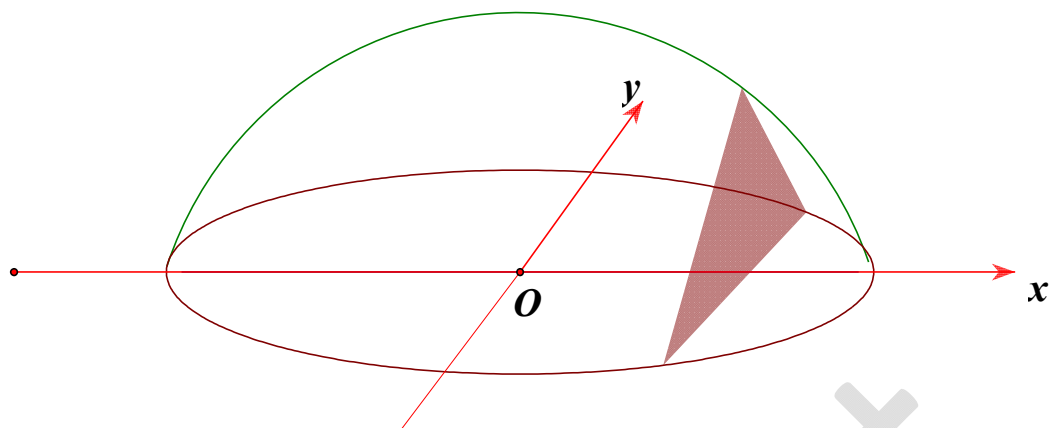


- A. $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$ B. $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$ C. $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$ D. $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

Câu 60. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{729\pi}{35}$ B. $\frac{27\pi}{4}$ C. $\frac{256608\pi}{35}$ D. $\frac{7776\pi}{5}$

Câu 61. Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



A. $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{256}{3}$. C. $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$. D.

$V = \frac{32}{3}$.

Câu 62. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \frac{88\pi}{5}$. B. $V = \frac{9\pi}{70}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D.

$V = \frac{6\pi}{5}$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

(Chỉ có phần đáp số)

Câu 63. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $ax = y^2$; $ay = x^2$ ($a > 0$ cho trước) là:

A. $S = \frac{a^3}{3}$ B. $S = \frac{a^3}{2}$ C. $S = \frac{2a^3}{3}$ D. $S = \frac{4a^3}{3}$

Câu 64. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của: $y = x^2 - 2x$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là:

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

Câu 65. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$

A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

- Câu 66.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường: $y = \sin x$, $y = \cos x$ và $x = 0$
A. $2 + \sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} + 1$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 1$
- Câu 67.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol: $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$ là:
A. 7 B. 8 C. 9 D. 6.
- Câu 68.** Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong: $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1$; $(C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$ và đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$.
A. 7 B. $\frac{11}{2}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $-\frac{11}{2}$
- Câu 69.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = x^2 - 2x + 2$ tiếp tuyến với parabol tại điểm $M(3; 5)$ và trục tung
A. 7 B. 6 C. 5 D. 9
- Câu 70.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = x(x - 1)(x - 2)$, $y = 0$
A. 1. B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$
- Câu 71.** Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường $y = 1$, $y = 2 - x$ và $x = 0$. Tính diện tích của miền D
A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{8}$
- Câu 72.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$
A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$
- Câu 73.** Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi: $y = 2x - x^2$; $y = 0$ quay quanh Ox.
A. $\frac{14\pi}{15}$ B. $\frac{16\pi}{15}$ C. $\frac{17\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{15}$
- Câu 74.** Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x^2$; $8x = y^2$ quay quanh trục Oy là:
A. $\frac{21\pi}{15}$ B. $\frac{23\pi}{15}$ C. $\frac{24\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{5}$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Câu 75. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C) $y = ax - x^2$ ($a > 0$) là:

- A. $\frac{\pi a^5}{30}$ B. $\frac{\pi a^5}{20}$ C. $\frac{\pi a^4}{5}$ D. $\frac{\pi a^5}{10}$

Câu 76. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường: $y = x.e^x$, $x = 1$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq 1$) là:

- A. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$ B. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$ C. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ D. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$

C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76				
A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	C	D	C	A	D	B				

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a ; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là:

A. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|.dx$.

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$.

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 .dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|.dx$.

Câu 2. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[a ; b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức:

A. $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

B. $S = \int_a^b f(x)dx$.

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)|dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 11x - 6$, $y = 6x^2$, $x = 0$, $x = 2$. (Đơn vị diện tích)

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{5}{2}$

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{18}{23}$

Hướng dẫn giải:

Đặt $h(x) = (x^3 + 11x - 6) - 6x^2 = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2 \vee x = 3 \text{ (loại)}.$$

Bảng xét dấu

x	0	1	2
$h(x)$	-	0	+

$$\begin{aligned} S &= -\int_0^1 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx + \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \\ &= -\left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x\right)\Big|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x\right)\Big|_1^2 = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

- Câu 4.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3$, $y = 4x$ là:
 A. 8 B. 9 C. 12 D. 13

Hướng dẫn giải:

Ta có $x^3 = 4x \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0 \vee x = 2$

$$\Rightarrow S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right)\Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2\right)\Big|_0^2 \right| = 8.$$

Vậy $S = 8$ (đvdt).

Chú ý: Nếu trong đoạn $[\alpha; \beta]$ phương trình $f(x) = g(x)$ không còn nghiệm nào nữa thì

$$\text{ta có thể dùng công thức } \int_{\alpha}^{\beta} |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_{\alpha}^{\beta} [f(x) - g(x)] dx \right|.$$

- Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = -\int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f^2(x) dx$. D.

$$S = \int_a^b f^2(x) dx.$$

Hướng dẫn giải

Theo công thức (SGK cơ bản) ta có $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)|^2 dx$. D. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Hướng dẫn giải

Theo công thức (SGK cơ bản) ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

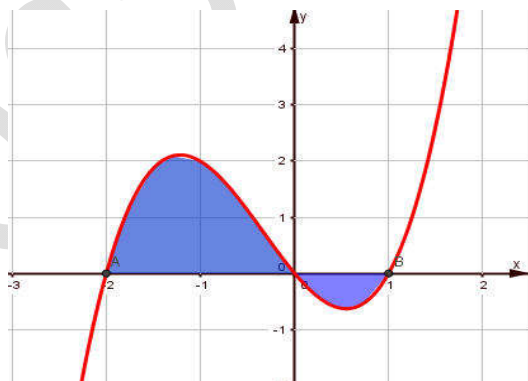
Câu 7. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$. B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
 C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)|^2 dx$.

Hướng dẫn giải

Theo công thức (SGK cơ bản) ta có $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$
 C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$

Hướng dẫn giải

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Theo định nghĩa ta có $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$

Câu 9. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ là

- A. 19 B. 18 C. 20 D. 21

Hướng dẫn giải

Ta có $x^3 \geq 0$ trên đoạn $[1; 3]$ nên $S = \int_1^3 |x^3| dx = \int_1^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^3 = 20$

Câu 10. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

- A. 4 B. $\frac{14}{5}$ C. $\frac{13}{3}$ D. $\frac{14}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt{x} \geq 0$ trên đoạn $[1; 4]$ nên $S = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx = \int_1^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_1^4 = \frac{14}{3}$

Câu 11. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 8$ là

- A. $\frac{45}{2}$ B. $\frac{45}{4}$ C. $\frac{45}{7}$ D. $\frac{45}{8}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\sqrt[3]{x} \geq 0$ trên đoạn $[1; 8]$ nên $S = \int_1^8 |\sqrt[3]{x}| dx = \int_1^8 \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} \Big|_1^8 = \frac{45}{4}$

Câu 12. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \pi$, $x = \frac{3\pi}{2}$ là

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\sin x \leq 0$ trên đoạn $\left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$ nên $S = \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} |\sin x| dx = - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sin x dx = \cos x \Big|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} = 1$

Câu 13. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{4}$ là

- A. $\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $-\ln \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $\tan x \geq 0$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$ nên

$$S = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} |\tan x| dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = -\ln(\cos x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -\ln \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Câu 14. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

- A. $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$ B. $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$ C. $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$ D. $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $e^{2x} \geq 0$ trên đoạn $[0; 3]$ nên $S = \int_0^3 |e^{2x}| dx = \int_0^3 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^3 = \frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$

[DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG]

VẬN DỤNG THẤP

Câu 15. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ là

- A. $\frac{53}{4}$ B. $\frac{51}{4}$ C. $\frac{49}{4}$ D. $\frac{25}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \in [1; 4]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_1^4 |x^3 - 3x^2| dx = \left| \int_1^3 (x^3 - 3x^2) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^3 - 3x^2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - x^3 \right) \Big|_1^3 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - x^3 \right) \Big|_3^4 \right| = 6 + \frac{27}{4} = \frac{51}{4}$$

Câu 16. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

A. $\frac{142}{5}$

B. $\frac{143}{5}$

C. $\frac{144}{5}$

D. $\frac{141}{5}$

Hướng dẫn giải

Ta có $x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 3]$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \left| \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right|$$
$$= \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \right|_0^2 + \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \right|_2^3 = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5}$$

- Câu 17.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là
- A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$

Hướng dẫn giải

Ta có $x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ nên

$$S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \left| \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) dx \right| = \left| (x - \ln|x+2|) \right|_{-1}^2 = 3 - 2 \ln 2$$

- Câu 18.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là
- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{9}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có $2 - x^2 = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ và $2 - x^2 \geq -x, \forall x \in [-1; 2]$

$$\text{Nên } S = \int_{-1}^2 (2 + x - x^2) dx = \left(2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

- Câu 19.** Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ là
- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{Nên } S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \right|_0^{\frac{\pi}{4}} + \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \right|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

Câu 20. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

- A. $\frac{71}{5}$ B. $\frac{73}{5}$ C. $\frac{72}{5}$ D. 14

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 3]$$

Khi đó diện tích hình phẳng là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 |x^4 - 3x^2 - 4| dx = \left| \int_0^2 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| + \left| \int_2^3 (x^4 - 3x^2 - 4) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \right|_0^2 + \left| \left(\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x \right) \right|_2^3 = \frac{48}{5} + \frac{96}{5} = \frac{144}{5} \end{aligned}$$

Câu 21. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng

- $x = 2$ là
A. $3 + 2 \ln 2$ B. $3 - \ln 2$ C. $3 - 2 \ln 2$ D. $3 + \ln 2$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ nên}$$

$$S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \left| \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) dx \right| = \left| (x - \ln|x+2|) \right|_{-1}^2 = 3 - 2 \ln 2$$

Câu 22. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$ và đường thẳng $y = -x$ là

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } 2 - x^2 = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \text{ và } 2 - x^2 \geq -x, \forall x \in [-1; 2]$$

$$\text{Nên } S = \int_{-1}^2 (2+x-x^2) dx = \left(2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$$

Câu 23. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

Nên

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx \right| = \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right| + \left| \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \right| = 1$$

Câu 24. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = \sqrt[3]{x}$ là

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{1}{15}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \sqrt{x} = \sqrt[3]{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Nên } S = \int_0^1 |\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}| dx = \left| \int_0^1 (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx \right| = \left| \left(\frac{2}{3} \sqrt{x^3} - \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{1}{12}$$

Câu 25. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ là

- A. $\frac{37}{13}$ B. $\frac{37}{12}$ C. 3 D. 4

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } 2x^3 - 3x^2 + 1 = x^3 - 4x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Nên } S &= \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_{-2}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_0^1 = \frac{37}{12} \end{aligned}$$

Câu 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, đường thẳng $x = 3$, trục tung và trục hoành là

- A. $\frac{22}{3}$ B. $\frac{32}{3}$ C. $\frac{25}{3}$ D. $\frac{23}{3}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $-x^2 + 4 = 0$ trên đoạn $[0; 3]$ có nghiệm $x = 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^2 |-x^2 + 4| dx + \int_2^3 |-x^2 + 4| dx = \frac{23}{3}$$

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 4$ là

- A. $\frac{202}{3}$ B. $\frac{203}{4}$ C. $\frac{201}{5}$ D. $\frac{201}{4}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $x^3 - 4x = 0$ trên đoạn $[-3; 4]$ có nghiệm $x = -2$; $x = 0$; $x = 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-3}^{-2} |x^3 - 4x| dx + \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^4 |x^3 - 4x| dx = \frac{201}{4}$$

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ là

- A. $\frac{e^2 - 1}{2}$ B. $\frac{e^2 + 1}{2}$ C. $\frac{e^2 - 1}{4}$ D. $\frac{e^2 + 1}{4}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $x \ln x = 0$ trên nửa khoảng $(0; e]$ có nghiệm $x = 1$

$$\text{Suy ra } S = \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$$

Câu 29. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$, $y = x + 2$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{87}{5}$ B. $\frac{87}{4}$ C. $\frac{87}{3}$ D. $\frac{87}{5}$

Hướng dẫn giải

Xét phương trình $(x^2 + x - 2) - (x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-2}^2 |x^2 - 4| dx + \int_2^3 |x^2 - 4| dx = \frac{87}{3}$$

Câu 30. Gọi (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = (1 + e^x)x$, $y = (1 + e)x$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{e-1}{2}$ B. $\frac{e-2}{2}$ C. $\frac{e-2}{2}$ D. $\frac{e+1}{2}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $(1 + e^x)x - (1 + e)x = 0$ có nghiệm $x = 0, x = 1$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^1 |x(e - e^x)| dx = \int_0^1 x(e - e^x) dx = \frac{e-2}{2}$$

VẬN DỤNG CẤP ĐỘ CAO

Câu 31. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 1|$, $y = |x| + 5$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{71}{3}$ B. $\frac{73}{3}$ C. $\frac{70}{3}$ D. $\frac{74}{3}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $|x^2 - 1| = |x| + 5$ có nghiệm $x = -3, x = 3$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-3}^3 (|x^2 - 1| - (|x| + 5)) dx = 2 \int_0^3 (x^2 - 1 - (x + 5)) dx$$

Bảng xét dấu $x^2 - 1$ trên đoạn $[0; 3]$

x	0	1	3
$x^2 - 1$	-	0	+

$$\text{Vậy } S = 2 \left| \int_0^1 (-x^2 - x - 4) dx + \int_1^3 (x^2 - x - 6) dx \right| = \frac{73}{3}$$

- Câu 32.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$. Diện tích của (H) bằng
- A. $\frac{108}{5}$ B. $\frac{109}{5}$ C. $\frac{109}{6}$ D. $\frac{119}{6}$

Hướng dẫn giải

Xét pt $|x^2 - 4x + 3| = x + 3$ có nghiệm $x = 0, x = 5$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^1 (-x^2 + 5x) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx = \frac{109}{6}$$

- Câu 33.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P): $y = x^2 + 3$, tiếp tuyến của (P) tại điểm có hoành độ $x = 2$ và trục tung bằng
- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 2 D. $\frac{7}{3}$

Hướng dẫn giải

PTTT của (P) tại $x = 2$ là $y = 4x + 3$

Xét pt $(x^2 + 3) - (4x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$$\text{Suy ra } S = \int_0^2 |(x^2 - 4x + 4)| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \right) \Big|_0^2 \right| = \frac{8}{3}$$

- Câu 34.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y^2 - 2y + x = 0$, $x + y = 0$ là
- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Hướng dẫn giải

Biến đổi về hàm số theo biến số y là $x = -y^2 + 2y$, $x = -y$

Xét pt tung độ giao điểm $(-y^2 + 2y) - (-y) = 0$ có nghiệm $y = 0, y = 3$

$$\text{Vậy } S = \int_0^3 |-y^2 + 3y| dy = \int_0^3 (-y^2 + 3y) dy = \frac{9}{2}$$

- Câu 35.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$; $y = \frac{1}{27}x^2$; $y = \frac{27}{x}$ bằng

A. $27 \ln 2$

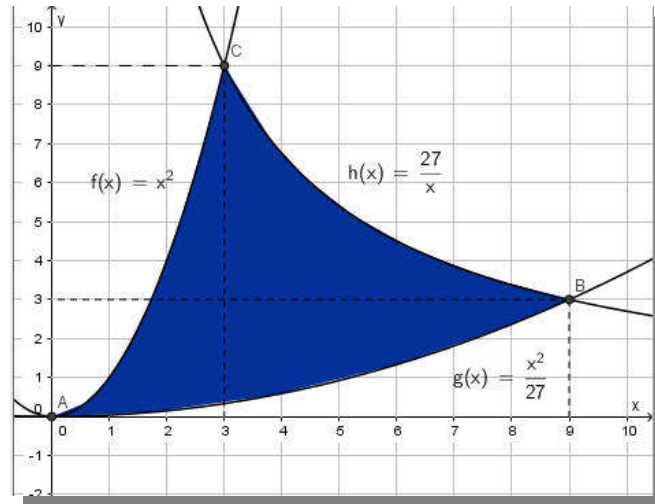
B. $27 \ln 3$

C. $28 \ln 3$

D. $29 \ln 3$

Hướng dẫn giải

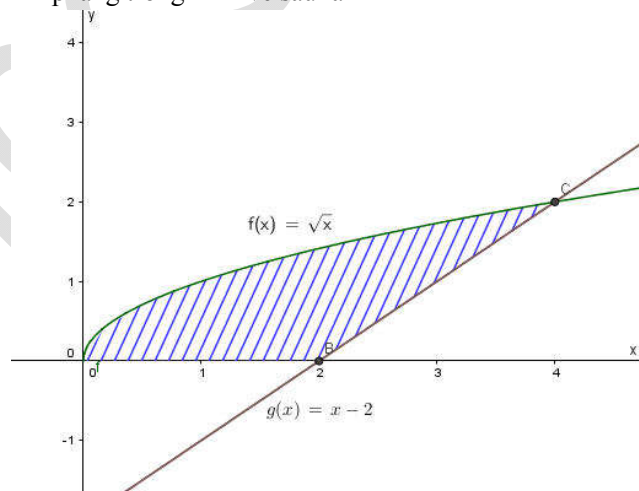
Xét các pthđgđ $x^2 - \frac{x^2}{27} = 0 \Rightarrow x = 0$; $x^2 - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 3$; $\frac{x^2}{27} - \frac{27}{x} = 0 \Rightarrow x = 9$



Suy ra

$$S = \int_0^3 \left(x^2 - \frac{x^2}{27} \right) dx + \int_3^9 \left(\frac{27}{x} - \frac{x^2}{27} \right) dx = 27 \ln 3$$

Câu 36. Diện tích hình phẳng trong hình vẽ sau là



A. $\frac{8}{3}$

B. $\frac{11}{3}$

C. $\frac{7}{3}$

D. $\frac{10}{3}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } y^2 = y + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 2 \end{cases}, \text{ Nên } S = \int_0^2 (y + 2 - y^2) dy = \frac{10}{3}$$

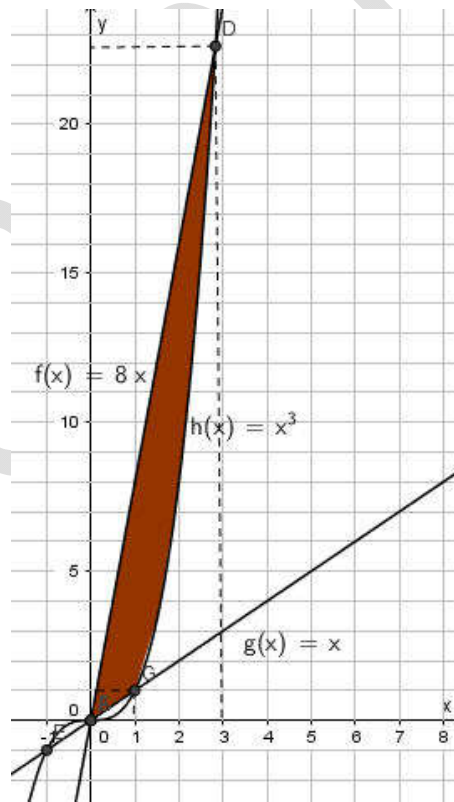
Câu 37. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x, y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 68 B. 67 C. 66 D. 65

Hướng dẫn giải

Ta có

$$8x - x = 0 \Rightarrow x = 0; 8x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{2} \end{cases}; x - x^3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$



$$\text{Nên } S = \int_0^1 (8x - x) dx + \int_1^{2\sqrt{2}} (8x - x^3) dx = \frac{63}{4}$$

Câu 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1, y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$

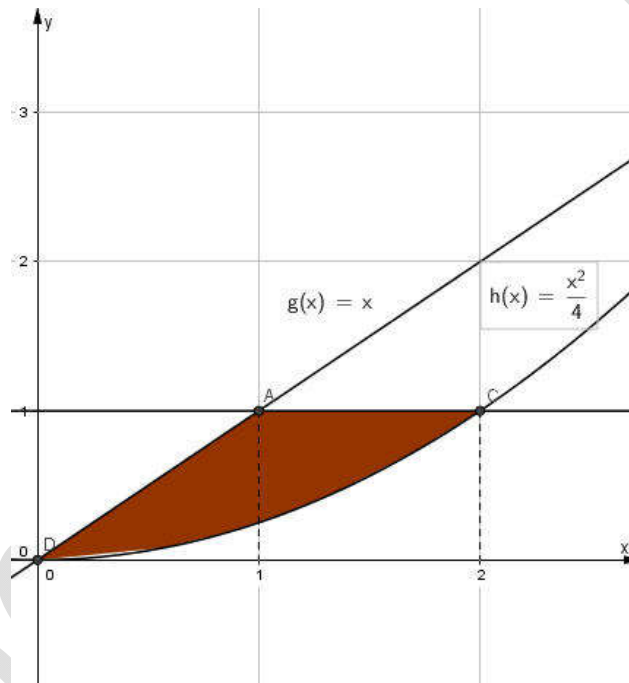
trong miền $x \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Hướng dẫn giải

Ta có

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1; x - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 0; 1 - \frac{x^2}{4} = 0 \Rightarrow x = 2$$



$$\text{Nên } S = \int_0^1 \left(x - \frac{x^2}{4} \right) dx + \int_1^2 \left(1 - \frac{x^2}{4} \right) dx = \frac{5}{6}$$

Câu 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \begin{cases} -x, & \text{nếu } x \leq 1 \\ x - 2, & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$ và $y = \frac{10}{3}x - x^2$

là $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. 16 B. 15 C. 17 D. 18

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có

$$\frac{10}{3}x - x^2 = -x \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{10}{3}x - x^2 = x - 2 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{Nên } S = \int_0^1 \left(\frac{10}{3}x - x^2 + x \right) dx + \int_1^3 \left(\frac{10}{3}x - x^2 - x + 2 \right) dx = \frac{13}{2}$$

- Câu 40.** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$, tiệm cận xiêm của (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = a$ ($a < 0$) có diện tích bằng 5. Khi đó a bằng
- A. $1 - e^5$ B. $1 + e^5$ C. $1 + 2e^5$ D. $1 - 2e^5$

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có

$$TCX : y = -x + 3$$

$$\text{Nên } S(a) = \int_a^0 \left(-\frac{1}{x-1} \right) dx = \int_0^a \left(\frac{1}{x-1} \right) dx = \ln|x-1| \Big|_0^a = \ln(1-a)$$

$$\text{Suy ra } \ln(1-a) = 5 \Leftrightarrow a = 1 - e^5$$

II-Câu hỏi tính thể tích vật tròn xoay giới hạn bởi các đường:

Những điểm cần lưu ý:

. **Tính thể tích khối tròn xoay:**

Trường hợp 1. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$,

$$x = a \text{ và } x = b \text{ (} a < b \text{) quay quanh trục } Ox \text{ là } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Trường hợp 2. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$,

$$x = a \text{ và } x = b \text{ (} a < b \text{) quay quanh trục } Ox \text{ là } V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

- Câu 41.** Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ quanh trục Ox là:
- A. 6π B. 6π C. 12π D. 6π

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_1^4 \pi \cdot \left(\frac{4}{x}\right)^2 dx = 12\pi$.

- Câu 42.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, Ox , $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $\frac{\pi^2}{2}$ B. $\frac{\pi^2}{16}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D.

$\left(\frac{\pi+1}{16}\right) \cdot \pi$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^{\frac{\pi}{8}} \pi \cdot \cos^2 4x dx = \frac{\pi^2}{16}$.

- Câu 43.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, Ox , $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot f^2(x) dx$. D.

$V = \int_a^b f^2(x) dx$.

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

- Câu 44.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$; trục Ox và đường thẳng $x = 3$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $\frac{3}{2}\pi$ B. 3π C. 2π D. π

Giao điểm của hai đường $y = \sqrt{x-1}$ và $y = 0$ là $A(1;0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_1^3 (x-1) dx = 2\pi$.

Câu 45. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{79\pi}{63}$ B. $\frac{23\pi}{14}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ D. 9π

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^1 (x^3 + 1)^2 dx = \frac{23\pi}{14}$.

Câu 46. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = x$, $x = a$, $x = b$ ($0 < a < b$) quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi^2 \int_a^b x dx$. B. $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} dx$. C. $V = \pi \int_a^b x dx$. D.

$$V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} dx.$$

Hướng dẫn giải

Với $x \in [a; b]$ thì $y^2 = x \Leftrightarrow y = \sqrt{x}$.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_a^b x dx$.

Câu 47. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{496\pi}{15}$ B. $\frac{4\pi}{3}$ C. $\frac{64\pi}{15}$ D. $\frac{16\pi}{15}$

Hướng dẫn giải

Giao điểm của hai đường $y^2 = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ là $O(0;0)$ và $A(2;0)$. Theo công thức

ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 48. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{3\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{4}{3}\pi$

Hướng dẫn giải

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Giao điểm của hai đường $y = \sqrt{1-x^2}$ và $y = 0$ là $B(-1;0)$ và $A(1;0)$. Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \frac{4\pi}{3}$.

- Câu 49.** Thể tích khối tròn xoay trong không gian Oxyz giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$; $x = \pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x; 0; 0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$ là:
- A. $V = 2$. B. $V = \pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 2\pi$.

Hướng dẫn giải

Khối tròn xoay trong đề bài có được bằng cách quay hình phẳng tạo bởi các đường $x = 0$; $x = \pi$; $y = \sqrt{\sin x}$; Ox quay trục Ox.

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_0^\pi \sin x dx = 2\pi$.

- Câu 50.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ B. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ C. $V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$ D.

$V = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$

Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx = \pi \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3} \right)$.

- Câu 51.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox, $x = 0$, $x = 4$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:
- A. $\pi^2 \frac{28}{3}$ B. $\pi \cdot \frac{68}{3}$ C. $\pi \frac{28}{3}$ D. $\pi^2 \cdot \frac{68}{3}$

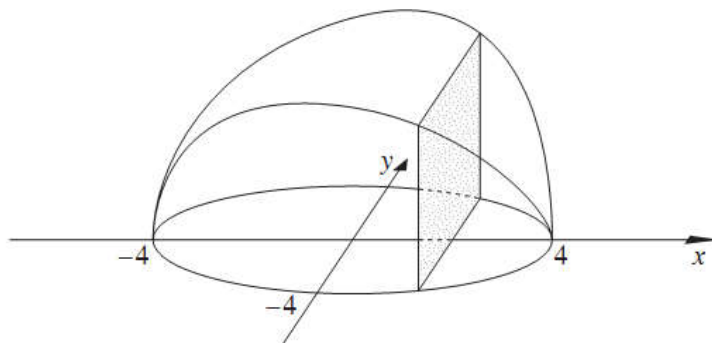
Hướng dẫn giải

Theo công thức ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$V = \int_0^4 \pi \cdot (1 + \sqrt{x})^2 dx = \frac{68\pi}{3}$.

VẬN DỤNG

- Câu 52.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:

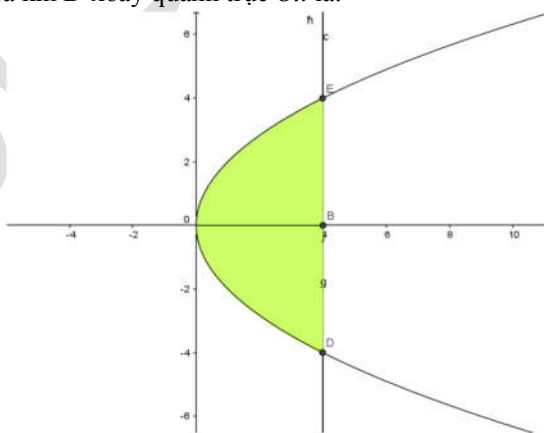


- A. $\int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx$ B. $\int_{-4}^4 4x^2 dx$ C. $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$ D. $\int_{-4}^4 4\pi(16 - x^2) dx$

Hướng dẫn giải

Thiết diện cắt trục Ox tại điểm H có hoành độ bằng x thì cạnh của thiết diện bằng $2\sqrt{16 - x^2}$. Vậy thể tích của vật thể bằng $V = \int_{-4}^4 S(x) dx = \int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx$.

- Câu 53.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi D xoay quanh trục Ox là:



- A. 32π B. 64π C. 16π D. 4π

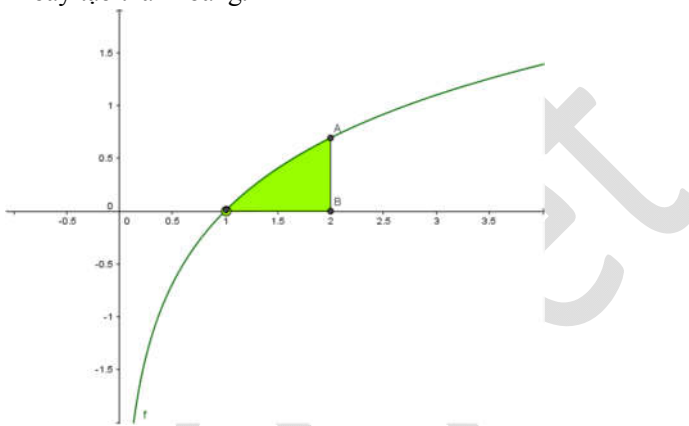
Hướng dẫn giải

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Giao điểm của hai đường $y^2 = 4x$ và $x = 4$ là $D(4; -4)$ và $E(4; 4)$. Phần phía trên Ox của đường $y^2 = 4x$ có phương trình $y = 2\sqrt{x}$. Từ hình vẽ suy ra thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^4 \pi \cdot (2\sqrt{x})^2 dx = 32\pi.$$

Câu 54. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



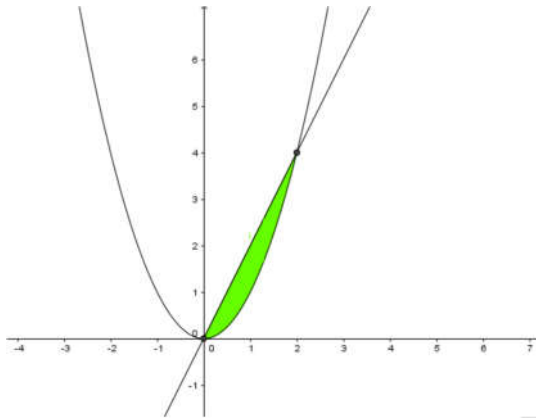
- A. $2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2$ B. $\pi(2 \ln^2 2 + 4 \ln 2 - 2)$
C. $\pi(2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2)$ D. $\pi(2 \ln 2 - 1)$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \ln x$ và $y = 0$ là điểm $C(1; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_1^2 \pi \cdot \ln^2 x dx = \pi(2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2)$.

Câu 55. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = a \cdot x^2$, $y = bx$ ($a, b \neq 0$) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $V = \pi \cdot \frac{b^3}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$ B. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{5a^3}$ C. $V = \pi \cdot \frac{b^5}{3a^3}$ D.
 $V = \pi \cdot \frac{b^5}{a^3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$



Hướng dẫn giải

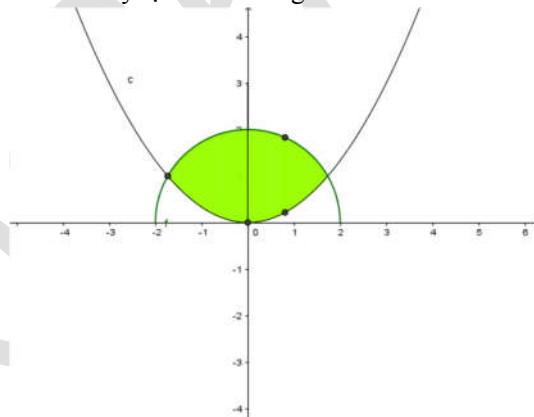
Tọa độ giao điểm của hai đường $y = ax^2$ và $y = bx$ là các điểm $O(0;0)$ và $A(\frac{b}{a}; \frac{b^2}{a})$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_0^{\frac{b}{a}} \pi.b^2x^2 dx - \int_0^{\frac{b}{a}} \pi.a^2x^4 dx = \pi.\frac{b^5}{a^3}(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}).$$

Câu 56. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = \frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục Ox .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $V = \frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$

B. $V = \frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$

C. $V = \frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$

D.

$V = \frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$

Hướng dẫn giải

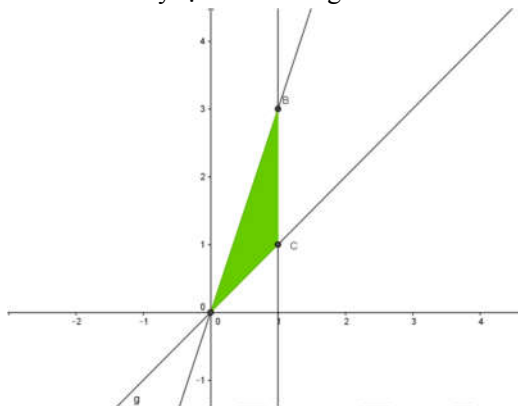
Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Tọa độ giao điểm của hai đường $y = \sqrt{4 - x^2}$ và $y = \frac{1}{3}x^2$ là các điểm $A(-\sqrt{3}; 1)$ và

$B(\sqrt{3}; 1)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot (4 - x^2) dx - \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \pi \cdot \frac{1}{9} x^4 dx = \pi \cdot \frac{28\sqrt{3}}{5}.$$

Câu 57. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $V = \frac{8\pi}{3}$.

B. $V = \frac{4\pi}{3}$.

C. $V = \frac{2\pi}{3}$.

D. $V = \pi$.

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = 1$ với $y = x$ và $y = 3x$ là các điểm $C(1; 1)$ và $B(3; 1)$.

Tọa độ giao điểm của đường $y = 3x$ với $y = x$ là $O(0; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn

xoay cần tính là: $V = \int_0^1 \pi \cdot 9x^2 dx - \int_0^1 \pi \cdot x^2 dx = \pi \cdot \frac{8}{3}$.

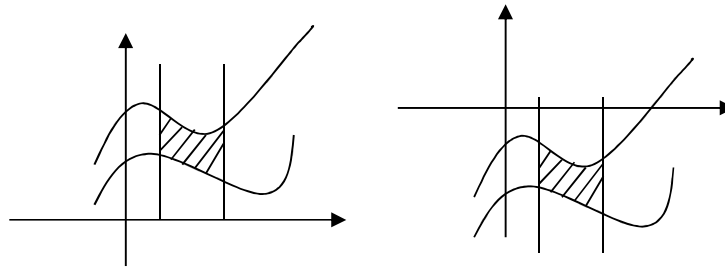
Câu 58. Gọi (H) là hình phẳng được tạo bởi hai đường cong $(C_1): y = f(x)$, $(C_2): y = g(x)$, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, $a < b$. Giả sử rằng (C_1) và (C_2) không có điểm chung trên $[a, b]$ và thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh Ox là

$$V = \pi \int_a^b \left([f(x)]^2 - [g(x)]^2 \right) dx. \text{ Khi đó}$$

(1): $f(x) > g(x), \forall x \in [a, b]$

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

(3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$



Số nhận định đúng trong các nhận định trên là:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn giải

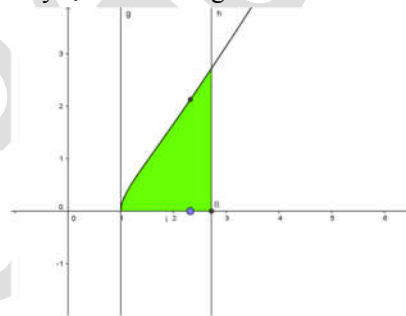
Từ giả thiết ta suy ra có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

(2): $f(x) > g(x) \geq 0, \forall x \in [a, b]$

hoặc (3): $0 \leq f(x) < g(x), \forall x \in [a, b]$.

Do đó số nhận định đúng là không.

Câu 59. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = e$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



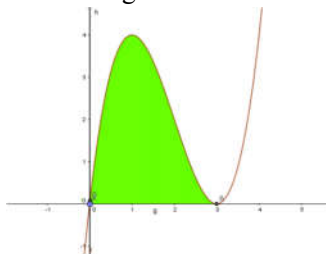
- A. $\pi \cdot \frac{4e^3 + 1}{9}$ B. $\pi \cdot \frac{4e^3 - 1}{9}$ C. $\pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}$ D. $\pi \cdot \frac{2e^3 - 1}{9}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $x = e$ với $y = x\sqrt{\ln x}$ là điểm $C(3; 3)$. Tọa độ giao điểm của đường $y = x\sqrt{\ln x}$ với $y = 0$ là $A(1; 0)$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là:

$$V = \int_1^e \pi \cdot x^2 \ln x dx = \pi \cdot \frac{2e^3 + 1}{9}.$$

- Câu 60.** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$, $y = 0$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



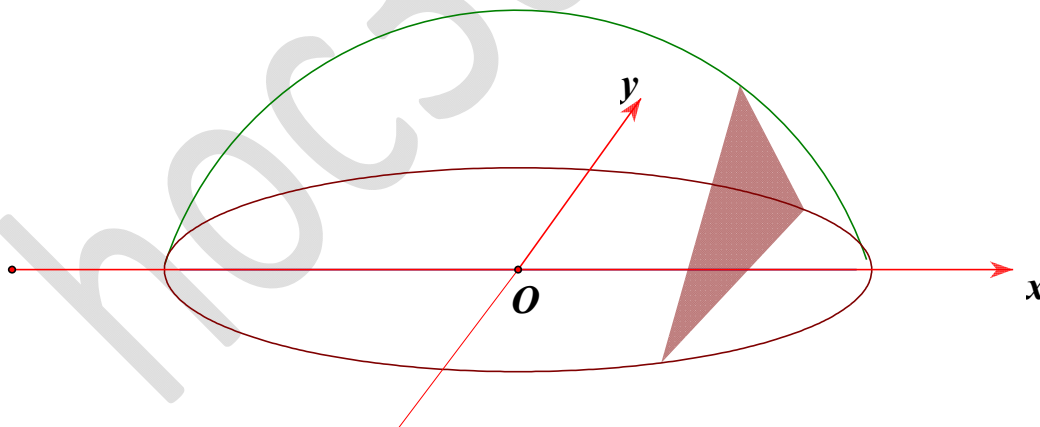
- A. $\frac{729\pi}{35}$ B. $\frac{27\pi}{4}$ C. $\frac{256608\pi}{35}$ D. $\frac{7776\pi}{5}$

Hướng dẫn giải

Tọa độ giao điểm của đường $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ với $y = 0$ là các điểm $C(e; e)$ và $A(3; 0)$

. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \int_0^3 \pi \cdot (x^3 - 6x^2 + 9x)^2 dx = \pi \cdot \frac{729}{35}$.

- Câu 61.** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đây là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Thể tích của vật thể là:



- A. $V = \frac{256\sqrt{3}}{3}$ B. $V = \frac{256}{3}$ C. $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}$ D. $V = \frac{32}{3}$

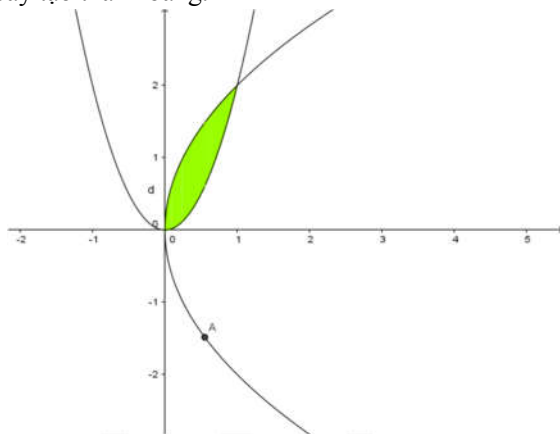
Hướng dẫn giải

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Giao điểm của thiết diện và Ox là H. Đặt $OH = x$ suy ra cạnh của thiết diện là $2\sqrt{16 - x^2}$. Diện tích thiết diện tại H là $S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} 4(16 - x^2)$.

$$\text{Vậy thể tích của vật thể là } V = \int_{-4}^4 \sqrt{3}(16 - x^2)dx = \frac{256\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 62. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:



A. $V = \frac{88\pi}{5}$.

B. $V = \frac{9\pi}{70}$.

C. $V = \frac{4\pi}{3}$.

D.

$V = \frac{6\pi}{5}$.

Hướng dẫn giải

Với $x \in [0; 2]$ thì $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = \sqrt{4x}$

Tọa độ giao điểm của đường $y = 2x^2$ với $y^2 = 4x$ là các điểm $O(0; 0)$ và $A(1; 2)$. Vậy

$$\text{thể tích của khối tròn xoay cần tính là: } V = \int_0^1 \pi \cdot 4x dx - \int_0^1 \pi \cdot 4x^4 dx = \pi \cdot \frac{6}{5}.$$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

(Chỉ có phần đáp số)

Câu 63. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $ax = y^2$; $ay = x^2$ ($a > 0$ cho trước) là:

A. $S = \frac{a^3}{3}$

B. $S = \frac{a^3}{2}$

C. $S = \frac{2a^3}{3}$

D. $S = \frac{4a^3}{3}$

Câu 64. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của: $y = x^2 - 2x$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

Câu 65. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -x - 2$

- A. $\frac{11}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{1}{2} - \sqrt{2}$

Câu 66. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường: $y = \sin x$, $y = \cos x$ và $x = 0$

- A. $2 + \sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} + 1$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 1$

Câu 67. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol: $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = 3x - \frac{1}{2}x^2$ là:

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 6.

Câu 68. Diện tích giới hạn bởi 2 đường cong: $(C_1): y = f_1(x) = x^2 + 1$; $(C_2): y = f_2(x) = x^2 - 2x$ và đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$.

- A. 7 B. $\frac{11}{2}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $-\frac{11}{2}$

Câu 69. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = x^2 - 2x + 2$ tiếp tuyến với parabol tại điểm $M(3; 5)$ và trục tung

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 9

Câu 70. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = x(x - 1)(x - 2)$, $y = 0$

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 71. Cho D là miền kín giới hạn bởi các đường $y = 1$, $y = 2 - x$ và $x = 0$. Tính diện tích của miền D

- A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{8}$

Câu 72. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$

- A. $\frac{3}{2}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Câu 73. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi mặt sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi: $y = 2x - x^2$; $y = 0$ quay quanh Ox.

A. $\frac{14\pi}{15}$ B. $\frac{16\pi}{15}$ C. $\frac{17\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{15}$

Câu 74. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = x^2$; $8x = y^2$ quay quanh trục Oy là:

A. $\frac{21\pi}{15}$ B. $\frac{23\pi}{15}$ C. $\frac{24\pi}{15}$ D. $\frac{48\pi}{5}$

Câu 75. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và Parabol (C) $y = ax - x^2$ ($a > 0$) là:

A. $\frac{\pi a^5}{30}$ B. $\frac{\pi a^5}{20}$ C. $\frac{\pi a^4}{5}$ D. $\frac{\pi a^5}{10}$

Câu 76. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi ta quay quanh trục Ox, hình phẳng S giới hạn bởi các đường: $y = x.e^x$, $x = 1$, $y = 0$ ($0 \leq x \leq 1$) là:

A. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$ B. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$ C. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ D. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{12}$