

## CHỦ ĐỀ 2. TÍCH PHÂN

### A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

#### 1. Định nghĩa

Cho  $f$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của  $f$  trên  $[a; b]$ . Hiệu số  $F(b) - F(a)$  được gọi là tích phân từ  $a$  đến  $b$  (hay tích phân xác định trên đoạn  $[a; b]$ ) của hàm số

$$f(x), \text{ kí hiệu là } \int_a^b f(x) dx.$$

Ta dùng kí hiệu  $F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$  để chỉ hiệu số  $F(b) - F(a)$ . Vậy

$$\int_a^b f(x) dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a).$$

*Nhận xét:* Tích phân của hàm số  $f$  từ  $a$  đến  $b$  có thể kí hiệu bởi  $\int_a^b f(x) dx$  hay  $\int_a^b f(t) dt$ . Tích phân đó chỉ phụ thuộc vào  $f$  và các cận  $a, b$  mà không phụ thuộc vào cách ghi biến số.

*Ý nghĩa hình học của tích phân:* Nếu hàm số  $f$  liên tục và không âm trên đoạn  $[a; b]$  thì tích phân

$\int_a^b f(x) dx$  là diện tích  $S$  của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai

đường thẳng  $x = a, x = b$ . Vậy  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

#### 2. Tính chất của tích phân

$$1. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$2. \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$3. \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx \quad (a < b < c) \quad 4. \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$5. \int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$$

### B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

#### 1. Một số phương pháp tính tích phân

##### I. Dạng 1: Tính tích phân theo công thức

**Ví dụ 1:** Tính các tích phân sau:

$$a) I = \int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^3}.$$

$$b) I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx.$$

$$c) I = \int_0^1 \frac{2x+9}{x+3} dx.$$

$$d) I = \int_0^1 \frac{x}{4-x^2} dx.$$

**Hướng dẫn giải**

$$a) I = \int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^3} = \int_0^1 \frac{d(1+x)}{(1+x)^3} = -\frac{1}{2(1+x)^2} \Big|_0^1 = \frac{3}{8}.$$

$$b) I = \int_0^1 \frac{x}{x+1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx = (x - \ln(x+1)) \Big|_0^1 = 1 - \ln 2.$$

$$c) I = \int_0^1 \frac{2x+9}{x+3} dx = \int_0^1 \left(2 + \frac{3}{x+3}\right) dx = (2x + 3\ln(x+3)) \Big|_0^1 = 3 + 6\ln 2 - 3\ln 3.$$

$$d) I = \int_0^1 \frac{x}{4-x^2} dx = -\frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(4-x^2)}{4-x^2} = \ln|4-x^2| \Big|_0^1 = \ln \frac{3}{4}.$$

### Bài tập áp dụng

$$1) I = \int_0^1 x^3(x^4 - 1)^5 dx.$$

$$2) I = \int_0^1 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x+1}) dx.$$

$$3) I = \int_0^1 x\sqrt{1-x} dx.$$

$$4) I = \int_0^{16} \frac{dx}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}.$$

## II. Dạng 2: Dùng tính chất cận trung gian để tính tích phân

Sử dụng tính chất  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$  để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

**Ví dụ 2:** Tính tích phân  $I = \int_{-2}^2 |x+1| dx$ .

### Hướng dẫn giải

Nhận xét:  $|x+1| = \begin{cases} x+1, & -1 \leq x \leq 2 \\ -x-1, & -2 \leq x < -1 \end{cases}$ . Do đó

$$I = \int_{-2}^2 |x+1| dx = \int_{-2}^{-1} |x+1| dx + \int_{-1}^2 |x+1| dx = -\int_{-2}^{-1} (x+1) dx + \int_{-1}^2 (x+1) dx = -\left(\frac{x^2}{2} + x\right) \Big|_{-2}^{-1} + \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \Big|_{-1}^2 = 5.$$

### Bài tập áp dụng

$$1) I = \int_{-4}^3 |x^2 - 4| dx.$$

$$2) I = \int_{-1}^2 |x^3 - 2x^2 - x + 2| dx.$$

$$3) I = \int_0^3 |2^x - 4| dx. \quad 4) I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2|\sin x| dx. \quad 5) I = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx.$$

### III. Dạng 3: Phương pháp đổi biến số

#### 1) Đổi biến số dạng 1

Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử hàm số  $u = u(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $\alpha \leq u(x) \leq \beta$ . Giả sử có thể viết  $f(x) = g(u(x))u'(x), x \in [a; b]$ , với  $g$  liên tục trên đoạn  $[\alpha; \beta]$ . Khi đó, ta có

$$I = \int_a^b f(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u) du.$$

**Ví dụ 3:** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ .

#### Hướng dẫn giải

Đặt  $u = \sin x$ . Ta có  $du = \cos x dx$ . Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow u(0) = 0; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ .

$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx = \int_0^1 u^2 du = \frac{1}{3} u^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{3}.$$

#### Bài tập áp dụng

$$1) I = \int_0^1 x\sqrt{x^2 + 1} dx.$$

$$2) I = \int_0^1 x^3 \sqrt{x+1} dx.$$

$$3) I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx.$$

$$4) I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{2x\sqrt{2 + \ln x}}.$$

#### Dấu hiệu nhận biết và cách tính tích phân

	Dấu hiệu	Có thể đặt	Ví dụ
1	Có $\sqrt{f(x)}$	$t = \sqrt{f(x)}$	$I = \int_0^3 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+1}}$ . Đặt $t = \sqrt{x+1}$
2	Có $(ax+b)^n$	$t = ax+b$	$I = \int_0^1 x(x+1)^{2016} dx$ . Đặt $t = x+1$

3	Có $a^{f(x)}$	$t = f(x)$	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x + 3}}{\cos^2 x} dx$ . Đặt $t = \tan x + 3$
4	Có $\frac{dx}{x}$ và $\ln x$	$t = \ln x$ hoặc biểu thức chứa $\ln x$	$I = \int_1^e \frac{\ln x dx}{x(\ln x + 1)}$ . Đặt $t = \ln x + 1$
5	Có $e^x dx$	$t = e^x$ hoặc biểu thức chứa $e^x$	$I = \int_0^{\ln 2} e^{2x} \sqrt{3e^x + 1} dx$ . Đặt $t = \sqrt{3e^x + 1}$
6	Có $\sin x dx$	$t = \cos x$	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$ . Đặt $t = \sin x$
7	Có $\cos x dx$	$t = \sin x dx$	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{2 \cos x + 1} dx$ Đặt $t = 2 \cos x + 1$
8	Có $\frac{dx}{\cos^2 x}$	$t = \tan x$	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x) \frac{1}{\cos^2 x} dx$ Đặt $t = \tan x$
9	Có $\frac{dx}{\sin^2 x}$	$t = \cot x$	$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\cot x}}{1 - \cos 2x} dx = \int \frac{e^{\cot x}}{2 \sin^2 x} dx$ . Đặt $t = \cot x$

## 2) Đổi biến số dạng 2

Cho hàm số  $f$  liên tục và có đạo hàm trên đoạn  $[a; b]$ . Giả sử hàm số  $x = \varphi(t)$  có đạo hàm và liên tục trên đoạn  $[\alpha; \beta]$  (\*) sao cho  $\varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b$  và  $a \leq \varphi(t) \leq b$  với mọi  $t \in [\alpha; \beta]$ . Khi đó:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt.$$

**Một số phương pháp đổi biến:** Nếu biểu thức dưới dấu tích phân có dạng

- $\sqrt{a^2 - x^2}$ : đặt  $x = |a| \sin t$ ;  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- $\sqrt{x^2 - a^2}$ : đặt  $x = \frac{|a|}{\sin t}$ ;  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$
- $\sqrt{x^2 + a^2}$ :  $x = |a| \tan t$ ;  $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
- $\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$  hoặc  $\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$ : đặt  $x = a \cdot \cos 2t$

**Lưu ý:** Chỉ nên sử dụng phép đặt này khi các dấu hiệu 1, 2, 3 đi với  $x$  mũ chẵn. Ví dụ, để tính tích phân  $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$  thì phải đổi biến dạng 2 còn với tích phân  $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$  thì nên đổi biến dạng 1.

**Ví dụ 4:** Tính các tích phân sau:

a)  $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx.$

b)  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}.$

**Hướng dẫn giải**

a) Đặt  $x = \sin t$  ta có  $dx = \cos t dt$ . Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$

Vậy  $I = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos t| dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t dt = \sin t \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$

b) Đặt  $x = \tan t$ , ta có  $dx = (1 + \tan^2 t) dt$ . Đổi cận:  $\begin{cases} x = 0 \rightarrow t = 0 \\ x = 1 \rightarrow t = \frac{\pi}{4} \end{cases}$

Vậy  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4}.$

**IV. Dạng 4: Phương pháp tính tích phân từng phần.**

*Định lí:* Nếu  $u = u(x)$  và  $v = v(x)$  là hai hàm số có đạo hàm và liên tục trên đoạn  $[a; b]$

thì

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = (u(x)v(x)) \Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx,$$

hay viết gọn là  $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$ . Các dạng cơ bản: Giả sử cần tính  $I = \int_a^b P(x).Q(x)dx$

<b>Dạng hàm</b>	<b>P(x): Đa thức</b> <b>Q(x):</b> $\sin(kx)$ hay $\cos(kx)$	<b>P(x): Đa thức</b> <b>Q(x):</b> $e^{kx}$	<b>P(x): Đa thức</b> <b>Q(x):</b> $\ln(ax + b)$	<b>P(x): Đa thức</b> <b>Q(x):</b> $\frac{1}{\sin^2 x}$ hay $\frac{1}{\cos^2 x}$
<b>Cách đặt</b>	* $u = P(x)$ * $dv$ là Phần còn lại của biểu thức dưới dấu tích phân	* $u = P(x)$ * $dv$ là Phần còn lại của biểu thức dưới dấu tích phân	* $u = \ln(ax + b)$ * $dv = P(x)dx$	* $u = P(x)$ * $dv$ là Phần còn lại của biểu thức dưới dấu tích phân

**Thông thường nên chú ý: “Nhất log, nhì đa, tam lượng, tứ mũ”.**

Ví dụ 5: Tính các tích phân sau : a)  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$ . b)  $I = \int_0^{e-1} x \ln(x+1) dx$ .

**Hướng dẫn giải**

a) Đặt  $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases}$  ta có  $\begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$ .

$$\text{Do đó } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx = (-x \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 0 + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

b) Đặt  $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = x dx \end{cases}$  ta có  $\begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = \frac{x^2 - 1}{2} \end{cases}$

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{e-1} x \ln(x+1) dx = \left[ \ln(x+1) \frac{x^2 - 1}{2} \right]_0^{e-1} - \frac{1}{2} \int_0^{e-1} (x-1) dx = \frac{e^2 - 2e + 2}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^{e-1} \\ &= \frac{e^2 - 2e + 2}{2} - \frac{1}{2} \frac{e^2 - 4e + 3}{2} = \frac{e^2 + 1}{4}. \end{aligned}$$

**Bài tập áp dụng**

1)  $I = \int_0^1 (2x+2)e^x dx$ .      2)  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \cdot \cos x dx$ .      3)  $I = \int_0^{2\pi} x^2 \cdot \sin \frac{x}{2} dx$ .      4)

$I = \int_0^1 (x+1)^2 e^{2x} dx$ .

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

[hoc360.net](http://hoc360.net)

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU**

**Câu 1.** Cho hai hàm số  $f$ ,  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và số thực  $k$  tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .

C.  $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ .      D.  $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và số thực dương  $a$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào luôn đúng?

A.  $\int_a^a f(x) dx = 0$ .      B.  $\int_a^a f(x) dx = 1$ .      C.  $\int_a^a f(x) dx = -1$ .      D.

$\int_a^a f(x) dx = f(a)$ .

**Câu 3.** Tích phân  $\int_0^1 dx$  có giá trị bằng

A.  $-1$ .      B.  $1$ .      C.  $0$ .      D.  $2$ .

**Câu 4.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$ , khi đó  $a$  có giá trị bằng

A.  $1$ .      B.  $-1$ .      C.  $0$ .      D.  $2$ .

**Câu 5.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có tích phân trên đoạn  $[0; \pi]$  đạt giá trị bằng  $0$ ?

A.  $f(x) = \cos 3x$ .      B.  $f(x) = \sin 3x$ .

C.  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .      D.  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Câu 6.** Trong các tích phân sau, tích phân nào có giá trị **khác**  $2$ ?

A.  $\int_1^{e^2} \ln x dx$ .      B.  $\int_0^1 2 dx$ .      C.  $\int_0^\pi \sin x dx$ .      D.  $\int_0^2 x dx$ .

**Câu 7.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn  $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx$ ?

A.  $f(x) = e^x$ .      B.  $f(x) = \cos x$ .      C.  $f(x) = \sin x$ .      D.

$f(x) = x + 1$ .



- Câu 8.** Tích phân  $I = \int_2^5 \frac{dx}{x}$  có giá trị bằng
- A.  $3 \ln 3$ .                      B.  $\frac{1}{3} \ln 3$ .                      C.  $\ln \frac{5}{2}$ .                      D.  $\ln \frac{2}{5}$ .
- Câu 9.** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$  có giá trị bằng
- A.  $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$ .                      B.  $2 \ln 3$ .                      C.  $\frac{1}{2} \ln 3$ .                      D.  $2 \ln \frac{1}{3}$ .
- Câu 10.** Nếu  $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx = K - 2e$  thì giá trị của  $K$  là
- A. 12,5.                      B. 9.                      C. 11.                      D. 10.
- Câu 11.** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$  có giá trị bằng
- A.  $\frac{2 \ln 2}{3}$ .                      B.  $-\frac{2 \ln 2}{3}$ .                      C.  $-2 \ln 2$ .                      D.  $2 \ln 2$ .
- Câu 12.** Cho hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  sao cho  $\int_1^5 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^5 g(x) dx = -4$ . Giá trị của  $\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx$  là
- A. -6.                      B. 6.                      C. 2.                      D. -2.
- Câu 13.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$ . Nếu  $\int_0^3 f(x) dx = 2$  thì tích phân  $\int_0^3 [x - 2f(x)] dx$  có giá trị bằng
- A. 7.                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C. 5.                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 14.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 6]$ . Nếu  $\int_1^5 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 7$  thì  $\int_3^5 f(x) dx$  có giá trị bằng
- A. 5.                      B. -5.                      C. 9.                      D. -9.
- Câu 15.** Trong các phép tính sau đây, phép tính nào sai?
- A.  $\int_1^3 e^x dx = (e^x)|_1^3$ .                      B.  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln x)|_{-3}^{-2}$ .

C.  $\int_{\pi}^{2\pi} \cos x dx = (\sin x) \Big|_{\pi}^{2\pi}$ .

D.  $\int_1^2 (x+1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_1^2$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  có một nguyên hàm là hàm  $F$  trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai** ?

A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

B.  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in (a; b)$ .

C.  $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$ .

D. Hàm số  $G$  cho bởi  $G(x) = F(x) + 5$  cũng thỏa mãn  $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$ .

**Câu 17.** Xét hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các số thực  $a, b, c$  tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^a f(x) dx$ .

B.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .

C.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$ .

D.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$ .

**Câu 18.** Xét hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu  $m \leq f(x) \leq M \forall x \in [a; b]$  thì  $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$ .

B. Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx \geq m(b-a)$ .

C. Nếu  $f(x) \leq M \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$ .

D. Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx \geq m(a-b)$ .

**Câu 19.** Cho hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  sao cho  $g(x) \neq 0$  với mọi  $x \in [a; b]$ . Xét các khẳng định sau:

$$\text{I. } \int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

$$\text{II. } \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$$

$$\text{III. } \int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$$

$$\text{IV. } \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$$

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định **sai**?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 20.** Tích phân  $\int_0^3 x(x-1) dx$  có giá trị bằng với giá trị của tích phân nào trong các tích phân dưới đây?

A.  $\int_0^2 (x^2 + x - 3) dx$ .

B.  $3 \int_0^{3\pi} \sin x dx$ .

C.  $\int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx$ .

D.

$\int_0^{\pi} \cos(3x + \pi) dx$ .

**Câu 21.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , sao cho  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$  thì  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a; b]$ .

B. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$ , luôn có  $\int_{-3}^3 f(x) dx = 0$ .

C. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , ta có  $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) d(-x)$ .

D. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  thì  $\int_1^5 [f(x)]^2 dx = \frac{[f(x)]^3}{3} \Big|_1^5$ .

**Câu 22.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu  $f$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$  thì  $\int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx$ .

B. Nếu  $\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1;1]$ .

C. Nếu  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$  thì  $f$  là hàm số lẻ trên đoạn  $[-1;1]$ .

D. Nếu  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1;1]$ .

**Câu 23.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = x^6 \sin^5 x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó

$\int_1^2 x^6 \sin^5 x dx$  có giá trị bằng

- A.  $F(2) - F(1)$ .      B.  $-F(1)$ .      C.  $F(2)$ .      D.  $F(1) - F(2)$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hai số thực  $a < b$ . Nếu  $\int_a^b f(x)dx = \alpha$  thì tích phân

$\int_{a/2}^{b/2} f(2x)dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{\alpha}{2}$ .      B.  $2\alpha$ .      C.  $\alpha$ .      D.  $4\alpha$ .

**Câu 25.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = x^3 \sin^5 x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó tích

phân  $\int_1^2 81x^3 \sin^5 3x dx$  có giá trị bằng

- A.  $3[F(6) - F(3)]$ .      B.  $F(6) - F(3)$ .      C.  $3[F(2) - F(1)]$ .      D.  $F(2) - F(1)$ .

**Câu 26.** Giả sử hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0;2]$  thỏa mãn  $\int_0^2 f(x)dx = 6$ . Giá trị của tích phân

$\int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx$  là

- A.  $-6$ .      B.  $6$ .      C.  $-3$ .      D.  $3$ .

**Câu 27.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = \ln x + 1$ , suy ra  $dt = \frac{1}{x} dx$  và

$x$	$1$	$e$
$t$	$1$	$2$

$$\text{II. } I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt$$

$$\text{III. } I = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt = \left( \sqrt{t^5} - \frac{2}{\sqrt{t}} \right) \Big|_1^2 = 1 + 3\sqrt{2}.$$

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Bài giải đúng.      B. Sai từ Bước II.      C. Sai từ Bước I.      D. Sai ở Bước III.

**Câu 28.** Xét tích phân  $I = \int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{1 + \cos x} dx$ . Thực hiện phép đổi biến  $t = \cos x$ , ta có thể đưa  $I$  về dạng nào sau đây

- A.  $I = - \int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt$ .      B.  $I = \int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt$ .      C.  $I = - \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt$ .      D.

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt.$$

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào luôn đúng?

- A.  $\int_a^b |f(x)| dx > \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b |f(x)| dx$ .  
 C.  $\int_a^b |f(x)| dx \geq \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .      D.  $\int_a^b f(x) dx > \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 30.** Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?

- A.  $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$ .      B.  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$ .  
 C.  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\pi/2} \sin x dx$ .      D.  $\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx = \frac{2}{2019}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  lẻ và liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào luôn đúng?

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

A.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 2 \int_0^2 f(x)dx$ .

B.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$ .

C.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 2 \int_{-2}^0 f(x)dx$ .

D.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = -2 \int_0^2 f(x)dx$ .

**Câu 32.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = (x+1)^2$ , suy ra  $dt = 2(x+1)dx$ ,

II. Từ đây suy ra  $\frac{dt}{2(x+1)} = dx \Rightarrow \frac{dt}{2\sqrt{t}} = dx$ . Đổi cận

$x$	$-2$	$1$
$t$	$1$	$4$

III. Vậy  $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx = \int_1^4 \frac{t}{2\sqrt{t}} dt = \frac{1}{3} \sqrt{t^3} \Big|_1^4 = \frac{7}{3}$ .

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Sai từ Bước I.      B. Sai ở Bước III.      C. Sai từ Bước II.      D. Bài giải đúng.

**Câu 33.** Một học sinh được chỉ định lên bảng làm 4 bài toán tích phân. Mỗi bài giải đúng được 2,5 điểm, mỗi bài giải sai (sai kết quả hoặc sai bước tính nguyên hàm) được 0 điểm. Học sinh đã giải 4 bài toán đó như sau:

Bài	Đề bài	Bài giải của học sinh
1	$\int_0^1 e^{x^2} x dx$	$\int_0^1 e^{x^2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x^2} d(x^2) = \frac{e^{x^2}}{2} \Big _0^1 = \frac{e-1}{2}$
2	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = [\ln x^2 - x - 2 ] \Big _0^1 = \ln 2 - \ln 2 = 0$
3	$\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx$	Đặt $t = \cos x$ , suy ra $dt = -\sin x dx$ . Khi $x = 0$ thì $t = 1$ ; khi $x = \pi$ thì $t = -1$ . Vậy $\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx = 2 \int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx = -2 \int_1^{-1} t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big _{-1}^1 = \frac{4}{3}$

4	$\int_1^e \frac{1+(4-2e)\ln x}{x} dx$	$\int_1^e \frac{1+(4-2e)\ln x}{x} dx = \int_1^e [1+(4-2e)\ln x] d(\ln x)$ $= [x+(4-2e)\ln^2 x]_1^e = 3-e$
---	---------------------------------------	--

Số điểm mà học sinh này đạt được là bao nhiêu?

- A. 5,0 điểm.                      B. 2,5 điểm.                      C. 7,5 điểm.                      D. 10,0 điểm.

**Câu 34.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $F$  và  $G$  lần lượt là một nguyên hàm của  $f$  và  $g$  trên đoạn  $[a; b]$ . Đẳng thức nào sau đây **luôn đúng**?

- A.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)G(x)dx$ .
- B.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$ .
- C.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$ .
- D.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g(x)dx$ .

**Câu 35.** Tích phân  $I = \int_{-2}^0 xe^{-x} dx$  có giá trị bằng

- A.  $-e^2 + 1$ .                      B.  $3e^2 - 1$ .                      C.  $-e^2 - 1$ .                      D.  $-2e^2 + 1$ .

**Câu 36.** Cho hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và số thực  $k$  bất kỳ trong  $\mathbb{R}$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

- A.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ .                      B.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .
- C.  $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ .                      D.  $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và số thực dương  $a$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

- A.  $\int_a^a f(x) dx = 1$ .                      B.  $\int_a^a f(x) dx = 0$ .                      C.  $\int_a^a f(x) dx = -1$ .                      D.  $\int_a^a f(x) dx = f(a)$ .

- Câu 38.** Tích phân  $\int_0^1 dx$  có giá trị bằng
- A. 2.                                      B. -1.                                      C. 0.                                      D. 1.
- Câu 39.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$ , khi đó  $a$  có giá trị bằng
- A. 0.                                      B. -1.                                      C. 1.                                      D. 2.
- Câu 40.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có tích phân trên đoạn  $[0; \pi]$  đạt giá trị bằng 0 ?
- A.  $f(x) = \cos 3x$ .                                      B.  $f(x) = \sin 3x$ .  
C.  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .                                      D.  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .
- Câu 41.** Tích phân nào trong các tích phân sau có giá trị khác 2 ?
- A.  $\int_0^{\pi} \sin x dx$ .                                      B.  $\int_0^1 2 dx$ .                                      C.  $\int_1^{e^2} \ln x dx$ .                                      D.  $\int_0^2 x dx$ .
- Câu 42.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn  $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx$  ?
- A.  $f(x) = \cos x$ .                                      B.  $f(x) = \sin x$ .                                      C.  $f(x) = e^x$ .                                      D.  
 $f(x) = x + 1$ .
- Câu 43.** Tích phân  $I = \int_2^5 \frac{dx}{x}$  có giá trị bằng
- A.  $\frac{1}{3} \ln 3$ .                                      B.  $\ln \frac{5}{2}$ .                                      C.  $3 \ln 3$ .                                      D.  $\ln \frac{2}{5}$ .
- Câu 44.** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$  có giá trị bằng
- A.  $2 \ln \frac{1}{3}$ .                                      B.  $2 \ln 3$ .                                      C.  $\frac{1}{2} \ln 3$ .                                      D.  $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$ .
- Câu 45.** Nếu  $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx = K - 2e$  thì giá trị của  $K$  là
- A. 9.                                      B. 10.                                      C. 11.                                      D. 12,5.
- Câu 46.** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$  có giá trị bằng



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

- A.  $-2 \ln 2$ .                      B.  $\frac{2 \ln 2}{3}$ .                      C.  $-\frac{2 \ln 2}{3}$ .                      D. Không xác định.

- Câu 47.** Cho hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  sao cho  $\int_1^5 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^5 g(x) dx = -4$ . Giá trị của  $\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx$  là
- A.  $-2$ .                      B.  $6$ .                      C.  $2$ .                      D.  $-6$ .

- Câu 48.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$ . Nếu  $\int_0^3 f(x) dx = 2$  thì tích phân  $\int_0^3 [x - 2f(x)] dx$  có giá trị bằng
- A.  $7$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $5$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

- Câu 49.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 6]$ . Nếu  $\int_1^5 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x) dx = 7$  thì  $\int_3^5 f(x) dx$  có giá trị bằng
- A.  $-9$ .                      B.  $5$ .                      C.  $9$ .                      D.  $-5$ .

- Câu 50.** Trong các phép tính sau đây, phép tính nào sai?

A.  $\int_1^2 (x+1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_1^2$ .                      B.  $\int_1^3 e^x dx = (e^x) \Big|_1^3$ .

C.  $\int_{\pi}^{2\pi} \cos x dx = (\sin x) \Big|_{\pi}^{2\pi}$ .                      D.  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln x) \Big|_{-3}^{-2}$ .

- Câu 51.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  có một nguyên hàm là hàm  $F$  trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

A.  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in (a; b)$ .

B.  $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$ .

C.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

D. Hàm số  $G$  cho bởi  $G(x) = F(x) + 5$  cũng thỏa mãn  $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$ .

- Câu 52.** Xét hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các số thực  $a, b, c$  tùy ý. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\text{A. } \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx .$$

$$\text{B. } \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx .$$

$$\text{C. } \int_a^b f(x)dx = \int_c^b f(x)dx - \int_c^a f(x)dx .$$

$$\text{D. } \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx .$$

**Câu 53.** Xét hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

$$\text{A. Nếu } f(x) \geq m \forall x \in [a; b] \text{ thì } \int_a^b f(x)dx \geq m(a-b) .$$

$$\text{B. Nếu } f(x) \geq m \forall x \in [a; b] \text{ thì } \int_a^b f(x)dx \geq m(b-a) .$$

$$\text{C. Nếu } f(x) \leq M \forall x \in [a; b] \text{ thì } \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a) .$$

$$\text{D. Nếu } m \leq f(x) \leq M \forall x \in [a; b] \text{ thì } m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(a-b) .$$

**Câu 54.** Cho hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  sao cho  $g(x) \neq 0$  với mọi  $x \in [a; b]$ . Một học sinh lên bảng và phát biểu các tính chất sau:

$$\text{I. } \int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx . \quad \text{II.}$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx .$$

$$\text{III. } \int_a^b [f(x) \cdot g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx .$$

$$\text{IV. } \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx} .$$

Trong số các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu **sai**?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

**Câu 55.** Tích phân  $\int_0^3 x(x-1)dx$  có giá trị bằng với tích phân nào trong các tích phân dưới đây ?

A.  $\int_0^{\pi} \cos(3x + \pi) dx$ .      B.  $3 \int_0^{3\pi} \sin x dx$ .      C.  $\int_0^2 (x^2 + x - 3) dx$ .      D.  $\int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx$ .

**Câu 56.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$ , luôn có  $\int_{-3}^3 f(x) dx = 0$ .

B. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , ta có  $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) d(-x)$ .

C. Nếu hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , sao cho  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$  thì  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a; b]$ .

D. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  thì  $\int_1^5 [f(x)]^2 dx = \frac{[f(x)]^3}{3} \Big|_1^5$ .

**Câu 57.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu  $f$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$  thì  $\int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx$ .

B. Nếu  $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1; 1]$ .

C. Nếu  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$  thì  $f$  là hàm số lẻ trên đoạn  $[-1; 1]$ .

D. Nếu  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1; 1]$ .

**Câu 58.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{\sin x}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó  $\int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx$

có giá trị bằng

A.  $F(2) - F(1)$ .

B.  $-F(1)$ .

C.  $F(2)$ .

D.

$F(2) + F(1)$ .

**Câu 59.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hai số thực  $a < b$ . Nếu  $\int_a^b f(x)dx = \alpha$  thì tích phân

$$\int_{a/2}^{b/2} f(2x)dx \text{ có giá trị bằng}$$

- A.  $\alpha$ .                      B.  $2\alpha$ .                      C.  $\frac{\alpha}{2}$ .                      D.  $4\alpha$ .

**Câu 60.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{\sin x}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó

$$\int_1^2 \frac{\sin 3x}{x} dx \text{ có giá trị bằng}$$

- A.  $F(6) - F(3)$ .                      B.  $3[F(6) - F(3)]$ .                      C.  $3[F(2) - F(1)]$ .                      D.  $F(2) - F(1)$ .

**Câu 61.** Giả sử hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa mãn  $\int_0^2 f(x)dx = 6$ . Giá trị của

$$\int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx \text{ là}$$

- A. 3.                      B. 6.                      C. -3.                      D. -6.

**Câu 62.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = \ln x + 1$ , suy ra  $dt = \frac{1}{x} dx$  và

$x$	1	$e$
$t$	1	2

II.  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt$

III.  $I = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt = \left( \sqrt{t^5} - \frac{2}{\sqrt{t}} \right) \Big|_1^2 = 1 + 3\sqrt{2}$ .

Vậy học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Bài giải đúng.                      B. Sai từ Bước II.                      C. Sai từ Bước I.                      D. Sai ở Bước III.

**Câu 63.** Xét tích phân  $I = \int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{1 + \cos x} dx$ . Thực hiện phép đổi biến  $t = \cos x$ , ta có thể đưa  $I$  về dạng nào sau đây

A.  $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt$ .      B.  $I = \int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt$ .      C.  $I = -\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt$ .      D.

$I = -\int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt$ .

**Câu 64.** Cho hàm số  $y = f(x)$  bất kỳ liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào **luôn đúng**?

A.  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b |f(x)| dx$ .      B.  $\int_a^b |f(x)| dx \geq \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .

C.  $\int_a^b |f(x)| dx > \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .      D.  $\int_a^b f(x) dx > \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 65.** Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A.  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$ .      B.  $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$ .

C.  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\pi/2} \sin x dx$ .      D.  $\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx = \frac{2}{2019}$ .

**Câu 66.** Cho hàm số  $y = f(x)$  lẻ và liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

A.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = -2 \int_0^2 f(x) dx$ .      B.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx$ .

C.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_{-2}^0 f(x) dx$ .      D.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ .

**Câu 67.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = (x+1)^2$ , suy ra  $dt = 2(x+1)dx$ ,

II. Từ đây suy ra  $\frac{dt}{2(x+1)} = dx \Rightarrow \frac{dt}{2\sqrt{t}} = dx$ . Bảng giá trị

$x$	$-2$	$1$
$t$	$1$	$4$

III. Vậy  $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx = \int_1^4 \frac{t}{2\sqrt{t}} dt = \frac{1}{3} \sqrt{t^3} \Big|_1^4 = \frac{7}{3}$ .

Vậy học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Sai ở Bước III.      B. Sai từ Bước II.      C. Sai từ Bước I.      D. Bài giải đúng.

**Câu 68.** Một học sinh được chỉ định lên bảng làm 4 bài toán tích phân. Mỗi bài giải đúng được 2,5 điểm, mỗi bài giải sai (sai kết quả hoặc sai bước tính nguyên hàm) được 0 điểm. Học sinh đã giải 4 bài toán đó như sau:

Bài	Đề bài	Bài giải của học sinh
1	$\int_0^1 e^{x^2} x dx$	$\int_0^1 e^{x^2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x^2} d(x^2) = \frac{e^{x^2}}{2} \Big _0^1 = \frac{e-1}{2}$
2	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = [\ln x^2 - x - 2 ]_0^1 = \ln 2 - \ln 2 = 0$
3	$\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx$	Đặt $t = \cos x$ , suy ra $dt = -\sin x dx$ . Khi $x = 0$ thì $t = 1$ ; khi $x = \pi$ thì $t = -1$ . Vậy $\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx = 2 \int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx = -2 \int_1^{-1} t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big _{-1}^1 = \frac{4}{3}$
4	$\int_1^e \frac{1 + (4-2e) \ln x}{x} dx$	$\int_1^e \frac{1 + (4-2e) \ln x}{x} dx = \int_1^e [1 + (4-2e) \ln x] d(\ln x)$ $= [x + (4-2e) \ln^2 x]_1^e = 3 - e$

Số điểm mà học sinh này đạt được là bao nhiêu?

- A. 7,5 điểm.      B. 2,5 điểm.      C. 5,0 điểm.      D. 10,0 điểm.

**Câu 69.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  có nguyên hàm lần lượt là  $F$  và  $G$  trên đoạn  $[a; b]$ . Đẳng thức nào sau đây **luôn đúng**?

- A.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)G(x)dx$ .
- B.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$ .

$$C. \int_a^b f(x)G(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx.$$

$$D. \int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g(x)dx.$$

**Câu 70.** Tích phân  $I = \int_{-2}^0 xe^{-x}dx$  có giá trị bằng

- A.  $-2e^2 + 1$ .                      B.  $3e^2 - 1$ .                      C.  $-e^2 + 1$ .                      D.  $-e^2 - 1$ .

**Câu 71.** Ta đã biết công thức tích phân từng phần  $\int_a^b F(x)g(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b f(x)G(x)dx$ , trong đó  $F$  và  $G$  là các nguyên hàm của  $f$  và  $g$ . Trong các biến đổi sau đây, sử dụng tích phân từng phần ở trên, biến đổi nào là **sai**?

A.  $\int_1^e (\ln x)xdx = \left(\frac{x^2}{2} \ln x\right)\Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e xdx$ , trong đó  $F(x) = \ln x$ ,  $g(x) = x$ .

B.  $\int_0^1 xe^x dx = (xe^x)\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$ , trong đó  $F(x) = x$ ,  $g(x) = e^x$ .

C.  $\int_0^\pi x \sin x dx = (x \cos x)\Big|_0^\pi - \int_0^\pi \cos x dx$ , trong đó  $F(x) = x$ ,  $g(x) = \sin x$ .

D.  $\int_0^1 x2^{x+1} dx = \left(x \frac{2^{x+1}}{\ln 2}\right)\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2^{x+1}}{\ln 2} dx$ , trong đó  $F(x) = x$ ,  $g(x) = 2^{x+1}$ .

**Câu 72.** Tích phân  $\int_0^\pi x \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $-\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $-\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 73.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  có nguyên hàm lần lượt là  $F$  và  $G$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Biết rằng  $F(0) = 0$ ,  $F(2) = 1$ ,  $G(0) = -2$ ,  $G(2) = 1$  và  $\int_0^2 F(x)g(x)dx = 3$ . Tích phân

$\int_0^2 f(x)G(x)dx$  có giá trị bằng

- A. 3.                                      B. 0.                                      C. -2.                                      D. -4.

**Câu 74.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  có nguyên hàm lần lượt là  $F$  và  $G$  trên đoạn  $[1;2]$ . Biết rằng  $F(1) = 1$ ,  $F(2) = 4$ ,  $G(1) = \frac{3}{2}$ ,  $G(2) = 2$  và  $\int_1^2 f(x)G(x)dx = \frac{67}{12}$ . Tích phân

$\int_1^2 F(x)g(x)dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{11}{12}$ .                      B.  $-\frac{145}{12}$ .                      C.  $-\frac{11}{12}$ .                      D.  $\frac{145}{12}$ .

**Câu 75.** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a < b$  và  $\int_a^b x \sin x dx = \pi$ , đồng thời  $a \cos a = 0$  và

$b \cos b = -\pi$ . Tích phân  $\int_a^b \cos x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{145}{12}$ .                      B.  $\pi$ .                      C.  $-\pi$ .                      D.  $0$ .

**Câu 76.** Cho tích phân:  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1-\ln x}}{2x} dx$ . Đặt  $u = \sqrt{1-\ln x}$ . Khi đó  $I$  bằng

- A.  $I = \int_1^0 u^2 du$ .                      B.  $I = -\int_1^0 u^2 du$ .                      C.  $I = \int_1^0 \frac{u^2}{2} du$ .                      D.  $I = -\int_0^1 u^2 du$ .

**Câu 77.** Tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 7x + 12} dx$  có giá trị bằng

- A.  $5 \ln 2 - 6 \ln 3$ .                      B.  $1 + 2 \ln 2 - 6 \ln 3$ .                      C.  $3 + 5 \ln 2 - 7 \ln 3$ .                      D.  $1 + 25 \ln 2 - 16 \ln 3$ .

**Câu 78.** Tích phân  $I = \int_1^2 x^5 dx$  có giá trị là:

- A.  $\frac{19}{3}$ .                      B.  $\frac{32}{3}$ .                      C.  $\frac{16}{3}$ .                      D.  $\frac{21}{2}$ .

**Câu 79.** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)^3}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{7}$ .                      B.  $\frac{1}{6}$ .                      C.  $\frac{1}{8}$ .                      D.  $12$ .



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

[hoc360.net](http://hoc360.net)

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

**Câu 80.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2-x) \sin x dx$ . Đặt  $u = 2-x$ ,  $dv = \sin x dx$  thì  $I$  bằng

- A.  $-(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .      B.  $-(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .
- C.  $(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .      D.  $(2-x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

**Câu 81.** Tích phân  $\int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$ .      B.  $\int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$ .      C.  $\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$ .      D.
- $\frac{3}{2} \int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$ .

**Câu 82.** Tích phân  $I = \int_1^{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{x(x^4+1)} dx$  bằng

- A.  $\ln \frac{3}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{1}{5} \ln \frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$ .

**Câu 83.** Cho hai tích phân  $I = \int_0^2 x^3 dx$ ,  $J = \int_0^2 x dx$ . Tìm mối quan hệ giữa I và J

- A.  $I \cdot J = 8$ .      B.  $I \cdot J = \frac{32}{5}$ .      C.  $I - J = \frac{128}{7}$ .      D.
- $I + J = \frac{64}{9}$ .

**Câu 84.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2$ , khi đó  $a$  có giá trị bằng

- A. -1.      B. 3.      C. 0.      D. 2.

**Câu 85.** Tích phân  $\int_0^2 k e^x dx$  (với  $k$  là hằng số) có giá trị bằng

- A.  $k(e^2 - 1)$ .      B.  $e^2 - 1$ .      C.  $k(e^2 - e)$ .      D.  $e^2 - e$ .

**Câu 86.** Với hằng số  $k$ , tích phân nào sau đây có giá trị khác với các tích phân còn lại?

- A.  $\int_0^1 k(e^2 - 1) dx$ .      B.  $\int_0^2 k e^x dx$ .      C.  $\int_0^{\frac{2}{3}} 3k e^{3x} dx$ .      D.  $\int_0^{\frac{2}{3}} k e^{2x} dx$ .

**Câu 87.** Với số thực  $k$ , xét các phát biểu sau:

(I)  $\int_{-1}^1 dx = 2$ ;      (II)  $\int_{-1}^1 k dx = 2k$ ;      (III)  $\int_{-1}^1 x dx = 2x$ ;      (IV)  $\int_0^1 3kx^2 dx = 2k$ .

Số phát biểu đúng là

- A. 4.                                  B. 3.                                  C. 1.                                  D. 2.

**Câu 88.** Cho hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[1;5]$  sao cho  $\int_1^5 f(x)dx = -7$  và  $\int_1^5 g(x)dx = 5$  và

$\int_1^5 [g(x) - kf(x)] dx = 19$  Giá trị của  $k$  là:

- A. 2.                                  B. 6.                                  C. 2.                                  D. -2.

**Câu 89.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Nếu  $\int_1^5 2f(x)dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x)dx = 7$  thì  $\int_3^5 f(x)dx$  có giá trị bằng:

- A. 5.                                  B. -6.                                  C. 9.                                  D. -9.

**Câu 90.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0;3]$ . Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = 4$  và tích phân

$\int_1^2 [kx - f(x)] dx = -1$  giá trị  $k$  bằng

- A. 7.                                  B.  $\frac{5}{2}$ .                                  C. 5.                                  D. 2.

**Câu 91.** Tích phân  $\int_1^e (2x - 5) \ln x dx$  bằng

- A.  $-(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x - 5) dx$ .                                  B.  $(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e + \int_1^e (x - 5) dx$ .  
C.  $(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x - 5) dx$ .                                  D.  $(x - 5) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x^2 - 5x) dx$ .

**Câu 92.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{-5\pi}{8}$ .                                  B.  $\frac{\pi}{2}$ .                                  C.  $\frac{3\pi}{8}$ .                                  D.  $\frac{\pi}{8}$ .

**Câu 93.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx$  có giá trị bằng

- A. 4.                                  B. 3.                                  C. 2.                                  D. 1.

**Câu 94.** Tích phân  $I = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$  có giá trị bằng

- A.  $4\sqrt{2}$ .                      B.  $3\sqrt{2}$ .                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D.  $-\sqrt{2}$ .

**Câu 95.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\ln 3 - \frac{3}{5}$ .                      B.  $\ln 2 - 2$ .                      C.  $\ln 2 - \frac{3}{4}$ .                      D.  $\ln 2 - \frac{3}{8}$ .

**Câu 96.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(x) + f(-x) = \cos^4 x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của tích phân  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  là

- A.  $-2$ .                      B.  $\frac{3\pi}{16}$ .                      C.  $\ln 2 - \frac{3}{4}$ .                      D.  $\ln 3 - \frac{3}{5}$ .

**Câu 97.** Nếu  $\int_{-2}^0 (5 - e^{-x}) dx = K - e^2$  thì giá trị của  $K$  là:

- A. 11.                      B. 9.                      C. 7.                      D. 12,5.

**Câu 98.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + 3 \cos x} \cdot \sin x dx$ . Đặt  $u = \sqrt{3 \cos x + 1}$ . Khi đó  $I$  bằng

- A.  $\frac{2}{3} \int_1^3 u^2 du$ .                      B.  $\frac{2}{3} \int_0^2 u^2 du$ .                      C.  $\frac{2}{9} u^3 \Big|_1^2$ .                      D.  $\int_1^3 u^2 du$ .

**Câu 99.** Tích phân  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{8 \ln x + 1}}{x} dx$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $\frac{13}{6}$ .                      C.  $\ln 2 - \frac{3}{4}$ .                      D.  $\ln 3 - \frac{3}{5}$ .

**Câu 100.** Tích phân  $\int_{-1}^5 |x^2 - 2x - 3| dx$  có giá trị bằng

- A. 0.                      B.  $\frac{64}{3}$ .                      C. 7.                      D. 12,5.

**Câu 101.** Tìm  $a$  để  $\int_1^2 (3 - ax) dx = -3$ ?

- A. 2.                      B. 9.                      C. 7.                      D. 4.



A.  $\frac{4}{3}\sqrt{6} - \frac{10}{9}\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{4}{3}\sqrt{7} - \frac{10}{9}\sqrt{5}$ .      C.  $\frac{4}{3}\sqrt{6} - \frac{10}{9}\sqrt{5}$ .      D.  $\frac{2}{3}\sqrt{6} - \frac{10}{9}\sqrt{5}$ .

**Câu 110.** Tích phân  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$  có giá trị là

A.  $\frac{\pi}{4}$ .      B.  $\frac{\pi}{2}$ .      C.  $\frac{\pi}{3}$ .      D.  $\pi$ .

**Câu 111.** Tích phân  $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$  có giá trị là

A.  $\frac{3\sqrt{2}-1}{3}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$ .      C.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{2}-1}{2}$ .

**Câu 112.** Tích phân  $I = \int_{-1}^0 x^3\sqrt{x+1} dx$  có giá trị là

A.  $-\frac{9}{28}$ .      B.  $-\frac{3}{28}$ .      C.  $\frac{3}{28}$ .      D.  $\frac{9}{28}$ .

**Câu 113.** Giá trị của tích phân  $I = 2 \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x+1)\sqrt{x+1}}$  là

A.  $\frac{16-10\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{16-11\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\frac{16-10\sqrt{2}}{4}$ .      D.  $\frac{16-11\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 114.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 x^5(1-x^3)^6 dx$  là

A.  $\frac{1}{167}$ .      B.  $\frac{1}{168}$ .      C.  $\frac{1}{166}$ .      D.  $\frac{1}{165}$ .

**Câu 115.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^3 \frac{2x^2+x-1}{\sqrt{x+1}} dx$  là

A.  $\frac{53}{5}$ .      B.  $\frac{54}{5}$ .      C.  $\frac{52}{5}$ .      D.  $\frac{51}{5}$ .

**Câu 116.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 \sqrt{\frac{3-x}{1+x}} dx$  là

- A.  $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2} + 2$ .      B.  $\frac{\pi}{3} - \sqrt{2} + 2$ .      C.  $\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} + 2$ .      D.  
 $\frac{\pi}{2} - \sqrt{3} + 2$ .

**Câu 117.** Giá trị của tích phân  $\int_0^1 (2x+1)^5 dx$  là

- A.  $30\frac{1}{3}$ .      B.  $60\frac{1}{3}$ .      C.  $60\frac{2}{3}$ .      D.  $30\frac{2}{3}$ .

**Câu 118.** Giá trị của tích phân  $\int_0^1 \frac{4x+2}{x^2+x+1} dx$  là

- A.  $\ln 2$ .      B.  $\ln 3$ .      C.  $2 \ln 2$ .      D.  $2 \ln 3$ .

**Câu 119.** Giá trị của tích phân  $\int_1^2 \frac{dx}{(2x-1)^2}$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{4}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 120.** Giá trị của tích phân  $\int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} dx$  là

- A.  $3 + 3 \ln \frac{3}{2}$ .      B.  $3 + 6 \ln \frac{3}{2}$ .      C.  $-3 + 6 \ln \frac{3}{2}$ .      D.  
 $-3 + 3 \ln \frac{3}{2}$ .

**Câu 121.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_0^4 \frac{x+1}{(1+\sqrt{1+2x})^2} dx$  là

- A.  $2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ .      B.  $2 \ln 2 - \frac{1}{3}$ .      C.  $2 \ln 2 - \frac{1}{4}$ .      D.  $\ln 2 - \frac{1}{2}$ .

**Câu 122.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}} dx$  là

- A.  $\frac{1}{900} [2^{100} - 1]$ .      B.  $\frac{1}{900} [2^{101} - 1]$ .      C.  $\frac{1}{900} [2^{99} - 1]$ .      D.  
 $\frac{1}{900} [2^{98} - 1]$ .

**Câu 123.** Tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^{2001}}{(1+x^2)^{1002}} dx$  có giá trị là

A.  $\frac{1}{2002 \cdot 2^{1001}}$       B.  $\frac{1}{2001 \cdot 2^{1001}}$       C.  $\frac{1}{2001 \cdot 2^{1002}}$       D.  $\frac{1}{2002 \cdot 2^{1002}}$

**Câu 124.** Giá trị của tích phân  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos(3x - \frac{2\pi}{3}) dx$  là

A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$       D.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

**Câu 125.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx$  là

A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{8}$       C.  $\frac{\pi}{4}$       D.  $\frac{\pi}{2}$

**Câu 126.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  là

A.  $\frac{\pi^2}{2}$       B.  $\frac{\pi^2}{6}$       C.  $\frac{\pi^2}{8}$       D.  $\frac{\pi^2}{4}$

**Câu 127.** Giá trị tích phân  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x + 1) \cos x dx$  là

A.  $\frac{2}{5}$       B.  $\frac{3}{5}$       C.  $\frac{4}{5}$       D.  $\frac{6}{5}$

**Câu 128.** Giá trị tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$  là

A.  $\frac{3}{2} \ln 2$       B.  $\frac{1}{2} \ln 3$       C.  $\ln 2$       D.  $\frac{1}{2} \ln 2$

**Câu 129.** Giá trị tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x} dx$  là

A.  $\frac{2}{3} \ln 2$       B.  $\frac{2}{3} \ln 4$       C.  $\frac{1}{3} \ln 4$       D.  $\frac{1}{3} \ln 2$

**Câu 130.** Giá trị của tích phân  $I = 2 \int_1^2 \sqrt[6]{1 - \cos^3 x} \cdot \sin x \cdot \cos^5 x dx$  là



- A.  $\frac{21}{91}$ .                      B.  $\frac{12}{91}$ .                      C.  $\frac{21}{19}$ .                      D.  $\frac{12}{19}$ .

**Câu 131.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$  là

- A.  $\frac{1}{8}$ .                      B.  $\frac{3}{8}$ .                      C.  $\frac{5}{8}$ .                      D.  $\frac{7}{8}$ .

**Câu 132.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$  là

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 133.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin^2 x dx$  là

- A.  $I = \frac{\pi}{32}$ .                      B.  $I = \frac{\pi}{16}$ .                      C.  $I = \frac{\pi}{8}$ .                      D.  $I = \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 134.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^6 x + \cos^6 x) dx$  là

- A.  $I = \frac{32}{128} \pi$ .                      B.  $I = \frac{33}{128} \pi$ .                      C.  $I = \frac{31}{128} \pi$ .                      D.  $I = \frac{30}{128} \pi$ .

**Câu 135.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\sqrt{\sin^6 x + \cos^6 x}} dx$  là

- A.  $\frac{4}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{5}{3}$ .

**Câu 136.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\pi} \frac{x dx}{\sin x + 1}$  là

- A.  $I = \frac{\pi}{4}$ .                      B.  $I = \frac{\pi}{2}$ .                      C.  $I = \frac{\pi}{3}$ .                      D.  $I = \pi$ .

**Câu 137.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2007} x}{\sin^{2007} x + \cos^{2007} x} dx$  là

- A.  $I = \frac{\pi}{2}$ .                      B.  $I = \frac{\pi}{4}$ .                      C.  $I = \frac{3\pi}{4}$ .                      D.  $I = \frac{5\pi}{4}$ .

**Câu 138.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{11} x dx$  là

A.  $\frac{250}{693}$ .                      B.  $\frac{254}{693}$ .                      C.  $\frac{252}{693}$ .                      D.  $\frac{256}{693}$ .

**Câu 139.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx$  là

A.  $\frac{67\pi}{512}$ .                      B.  $\frac{61\pi}{512}$ .                      C.  $\frac{63\pi}{512}$ .                      D.  $\frac{65\pi}{512}$ .

**Câu 140.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$  là

A.  $\ln\left(\frac{2e}{e+1}\right)$ .                      B.  $\ln\left(\frac{e}{e+1}\right)$ .                      C.  $2\ln\left(\frac{e}{e+1}\right)$ .                      D.  $2\ln\left(\frac{2e}{e+1}\right)$ .

**Câu 141.** Giá trị của tích phân  $I = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{e^x - 1}}$  là

A.  $\frac{5}{3}$ .                      B.  $\frac{10}{3}$ .                      C.  $\frac{20}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 142.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$  là

A.  $\frac{4-\pi}{3}$ .                      B.  $\frac{4-\pi}{2}$ .                      C.  $\frac{5-\pi}{3}$ .                      D.  $\frac{5-\pi}{2}$ .

**Câu 143.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{(e^x + 1)^3} dx$  là

A.  $2\sqrt{2} - 1$ .                      B.  $\sqrt{2} - 1$ .                      C.  $\sqrt{2} - 2$ .                      D.  $2\sqrt{2} - 2$ .

**Câu 144.** Giá trị của tích phân  $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$  là

A.  $2 \ln 3$ .                      B.  $\ln 3$ .                      C.  $\ln 2$ .                      D.  $2 \ln 2$ .

**Câu 145.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x} dx}{e^x - 1 + \sqrt{e^x - 2}}$  là

A.  $2 \ln 2 - 1$ .                      B.  $2 \ln 3 - 1$ .                      C.  $\ln 3 - 1$ .                      D.  $\ln 2 - 1$ .

**Câu 146.** Cho  $M = \int_0^{\ln 2} \frac{2e^{3x} + e^{2x} - 1}{e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1} dx$ . Giá trị của  $e^M$  là

- A.  $\frac{7}{4}$ .                      B.  $\frac{9}{4}$ .                      C.  $\frac{11}{4}$ .                      D.  $\frac{5}{4}$ .

**Câu 147.**  $I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt[3]{2 + \ln^2 x}}{x} dx$ .

- A.  $\frac{3}{8} [\sqrt[3]{3^5} - \sqrt[3]{2^5}]$ .                      B.  $\frac{3}{8} [\sqrt[3]{3^5} - \sqrt[3]{2^4}]$ .                      C.  $\frac{3}{8} [\sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^5}]$ .                      D.  $\frac{3}{8} [\sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^4}]$ .

**Câu 148.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$  là

- A.  $I = \frac{\pi}{8} \ln 3$ .                      B.  $I = \frac{\pi}{4} \ln 2$ .                      C.  $I = \frac{\pi}{8} \ln 3$ .                      D.  $I = \frac{\pi}{8} \ln 2$ .

**Câu 149.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa  $f(-x) + 2f(x) = \cos x$ . Giá trị của tích phân

- $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  là
- A.  $I = \frac{1}{3}$ .                      B.  $I = \frac{4}{3}$ .                      C.  $I = \frac{2}{3}$ .                      D.  $I = 1$ .

## II. VẬN DỤNG CAO

**Câu 150.** Tìm hai số thực  $A, B$  sao cho  $f(x) = A \sin \pi x + B$ , biết rằng  $f'(1) = 2$  và  $\int_0^2 f(x) dx = 4$ .

- A.  $\begin{cases} A = -2 \\ B = -\frac{2}{\pi} \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} A = 2 \\ B = -\frac{2}{\pi} \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} A = -2 \\ B = \frac{2}{\pi} \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} A = -\frac{2}{\pi} \\ B = 2 \end{cases}$ .

**Câu 151.** Giá trị của  $a$  để đẳng thức  $\int_1^2 [a^2 + (4-4a)x + 4x^3] dx = \int_2^4 2x dx$  là đẳng thức đúng

- A. 4.                      B. 3.                      C. 5.                      D. 6.

**Câu 152.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2}$  ( $a > 0$ ) là

- A.  $\frac{\pi}{4a}$ .                      B.  $\frac{\pi^2}{4a}$ .                      C.  $-\frac{\pi^2}{4a}$ .                      D.  $-\frac{\pi}{4a}$ .

**Câu 153.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sqrt{2 + \cos 2x}} dx$  là

- A.  $\frac{\pi}{4\sqrt{2}}$ .                      B.  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ .                      C.  $\frac{4\pi}{\sqrt{2}}$ .                      D.  $\frac{-\pi}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 154.** Cho  $I = \int_x^1 \frac{dt}{1+t^2}$ . Tích phân nào sau đây có giá trị bằng với giá trị của tích phân đã cho.

- A.  $-\int_1^x \frac{dt}{1+t^2}$ .                      B.  $\int_1^x \frac{dt}{1+t^2}$ .                      C.  $\int_1^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2}$ .                      D.  $-\int_1^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2}$ .

**Câu 155.** Giá trị của tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} \ln(\sin x) dx$  là

- A.  $-\sqrt{3} \ln 2 + \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$ .                      B.  $\sqrt{3} \ln 2 + \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .  
C.  $-\sqrt{3} \ln 2 - \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .                      D.  $-\sqrt{3} \ln 2 + \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .

**Câu 156.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^2 \min\{1, x^2\} dx$  là

- A. 4.                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $\frac{4}{3}$ .                      D.  $-\frac{3}{4}$ .

**Câu 157.** Giá trị của tích phân  $I = \int_{-8}^{-3} \frac{dx}{x\sqrt{1-x}}$  là

- A.  $\ln \frac{2}{3}$ .                      B. 2.                      C.  $-\ln 2$ .                      D.  $2 \ln 2$ .

**Câu 158.** Biết  $I = \int_1^a \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} + \ln 2$ . Giá trị của  $a$  là

- A. 2.                      B.  $\ln 2$ .                      C.  $\pi$ .                      D. 3.

**Câu 159.** Cho  $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} dx$ ,  $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(\sin x + 2)^2} dx$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A.  $I_1 = \frac{14}{9}$ .                      B.  $I_1 > I_2$ .                      B.  $I_2 = 2 \ln \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$ .                      D.

$I_2 = 2 \ln \frac{3}{2} - \frac{2}{3}$ .

**Câu 160.** Tất cả các giá trị của tham số  $m$  thỏa mãn  $\int_0^m (2x+5) dx = 6$  là

A.  $m = 1, m = -6$ .                      B.  $m = -1, m = -6$ .                      C.  $m = -1, m = 6$ .                      D.  
 $m = 1, m = 6$ .

**Câu 161.** Cho hàm số  $h(x) = \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2}$ . Tìm để  $h(x) = \frac{a \cos x}{(2 + \sin x)^2} + \frac{b \cos x}{2 + \sin x}$  và tính

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} h(x) dx$

A.  $a = -4, b = 2; I = \frac{2}{3} + 2 \ln \frac{3}{2}$ .                      B.  $a = 4, b = -2; I = -\frac{2}{3} - 2 \ln \frac{3}{2}$ .

C.  $a = 2, b = 4; I = -\frac{1}{3} + 4 \ln \frac{3}{2}$ .                      D.  $a = -2, b = 4; I = \frac{1}{3} + 4 \ln \frac{3}{2}$ .

**Câu 162.** Giá trị trung bình của hàm số  $y = f(x)$  trên  $[a; b]$ , kí hiệu là  $m(f)$  được tính theo công

thức  $m(f) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ . Giá trị trung bình của hàm số  $f(x) = \sin x$  trên  $[0; \pi]$  là

A.  $\frac{4}{\pi}$ .                      B.  $\frac{3}{\pi}$ .                      C.  $\frac{1}{\pi}$ .                      D.  $\frac{2}{\pi}$ .

**Câu 163.** Cho ba tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{3x+1}$ ,  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin^4 x - \cos^4 x) dx$  và  $K = \int_{-1}^2 (x^2 + 3x + 1) dx$ . Tích

phân nào có giá trị bằng  $\frac{21}{2}$ ?

A.  $K$ .                      B.  $I$ .                      C.  $J$ .                      D.  $J$  và  $K$ .

**Câu 164.** Với  $0 < a < 1$ , giá trị của tích phân sau  $\int_0^a \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$  là:

A.  $\ln \left| \frac{a-2}{2a-1} \right|$ .                      B.  $\ln \left| \frac{a-2}{a-1} \right|$ .                      C.  $\ln \left| \frac{a-2}{2(a-1)} \right|$ .                      D.

$\ln \left| \frac{a-2}{2a+1} \right|$ .

**Câu 165.** Cho  $2\sqrt{3}m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = 0$ . Khi đó giá trị của  $144m^2 - 1$  bằng

- A.  $\frac{-2}{3}$ .                      B.  $4\sqrt{3} - 1$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .                      D.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 166.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đạo hàm liên tục trên  $(a; b)$ , đồng thời thỏa mãn  $f(a) = f(b)$ . Lựa chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A.  $\int_a^b f'(x).e^{f(x)} dx = 2$ .                      B.  $\int_a^b f'(x).e^{f(x)} dx = 1$ .  
C.  $\int_a^b f'(x).e^{f(x)} dx = -1$ .                      D.  $\int_a^b f'(x).e^{f(x)} dx = 0$ .

**Câu 167.** Kết quả phép tính tích phân  $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$  có dạng  $I = a \ln 3 + b \ln 5$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó

$a^2 + ab + 3b^2$  có giá trị là

- A. 1.                      B. 5.                      C. 0.                      D. 4.

**Câu 168.** Với  $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ , tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{2n}$ .                      B.  $\frac{1}{n-1}$ .                      C.  $\frac{1}{n+1}$ .                      D.  $\frac{1}{n}$ .

**Câu 169.** Với  $n \in \mathbb{N}, n > 1$ , giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[n]{\sin x}}{\sqrt[n]{\cos x} + \sqrt[n]{\sin x}} dx$  là

- A.  $-\frac{\pi}{4}$ .                      B.  $\frac{\pi}{4}$ .                      C.  $\frac{3\pi}{4}$ .                      D.  $-\frac{3\pi}{4}$ .

**Câu 170.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{2017\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$  là

- A.  $3034\sqrt{2}$ .                      B.  $-4043\sqrt{2}$ .                      C.  $3043\sqrt{2}$ .                      D.  $4034\sqrt{2}$ .

**Câu 171.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \left( \frac{(1 + \sin x)^{1 + \cos x}}{1 + \cos x} \right) dx$  là

- A.  $2 \ln 3 - 1$ .                      B.  $-2 \ln 2 - 1$ .                      C.  $2 \ln 2 - 1$ .                      D.  $-2 \ln 3 - 1$ .

**Câu 172.** Có mấy giá trị của  $b$  thỏa mãn  $\int_0^b (3x^2 - 12x + 11) dx = 6$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Câu 173.** Biết rằng  $\int_0^b 6dx = 6$  và  $\int_0^a xe^x dx = a$ . Khi đó biểu thức  $b^2 + a^3 + 3a^2 + 2a$  có giá trị bằng

A. 5.

B. 4.

C. 7.

D. 3.

**Câu 174.** Biết rằng  $\int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2} = A$ ,  $\int_0^{b\pi} 2dx = B$  (với  $a, b > 0$ ). Khi đó giá trị của biểu thức  $4aA + \frac{B}{2b}$  bằng

A.  $2\pi$ .

B.  $\pi$ .

C.  $3\pi$ .

D.  $4\pi$ .

hoc360.net

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

[hoc360.net](http://hoc360.net)

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>



**C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**I – ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	C	D	C	A	D	B	D	A	C	B

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	C	D	C	A	D	B	D	D	C	A

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	C	D	C	A	D	B	A	C	B	B

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
D	A	B	A	A	A	C	D	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

C	B	B	C	B	C	D	D	C	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174						
A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	C	D	C	A						

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1.** Cho hai hàm số  $f, g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và số thực  $k$  tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .
- C.  $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ .      D.  $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và số thực dương  $a$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào luôn đúng?

- A.  $\int_a^a f(x) dx = 0$ .      B.  $\int_a^a f(x) dx = 1$ .      C.  $\int_a^a f(x) dx = -1$ .      D.
- $\int_a^a f(x) dx = f(a)$ .

**Câu 3.** Tích phân  $\int_0^1 dx$  có giá trị bằng

- A.  $-1$ .      B.  $1$ .      C.  $0$ .      D.  $2$ .

**Câu 4.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$ , khi đó  $a$  có giá trị bằng

- A.  $1$ .      B.  $-1$ .      C.  $0$ .      D.  $2$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_{-1}^a = e^{a+1} - e$ . Vậy yêu cầu bài toán tương đương

$$e^{a+1} - 1 = e^2 - 1 \Leftrightarrow a = 1.$$

**Câu 5.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có tích phân trên đoạn  $[0; \pi]$  đạt giá trị bằng 0?

- A.  $f(x) = \cos 3x$ .      B.  $f(x) = \sin 3x$ .
- C.  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .      D.  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .

### Hướng dẫn giải

Tính tích phân cho từng hàm số trong các đáp án:

- $\int_0^{\pi} \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x \Big|_0^{\pi} = 0,$
- $\int_0^{\pi} \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \Big|_0^{\pi} = 2,$
- $\int_0^{\pi} \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) dx = 4 \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) \Big|_0^{\pi} = 2(\sqrt{2} - 2),$
- $\int_0^{\pi} \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) dx = -4 \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) \Big|_0^{\pi} = 2\sqrt{2}.$

Vậy chọn  $f(x) = \cos 3x.$

**Câu 6.** Trong các tích phân sau, tích phân nào có giá trị khác 2?

- A.  $\int_1^{e^2} \ln x dx.$       B.  $\int_0^1 2x dx.$       C.  $\int_0^{\pi} \sin x dx.$       D.  $\int_0^2 x dx.$

### Hướng dẫn giải

Dù giải bằng máy tính hay làm tay, ta không nên thử tính lần lượt từng đáp án từ A đến D, mà nên chọn các tích phân đơn giản để thử trước. Ví dụ

- $\int_0^1 2x dx = 2x \Big|_0^1 = 2,$
- $\int_0^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 = 2$
- $\int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = 2,$

nên nhận  $\int_1^{e^2} \ln x dx.$

**Câu 7.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn  $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx$ ?

- A.  $f(x) = e^x.$       B.  $f(x) = \cos x.$       C.  $f(x) = \sin x.$       D.  
 $f(x) = x + 1.$

### Hướng dẫn giải

#### Cách 1: Phương pháp tự luận

Tính lần lượt từng tích phân (cho đến khi nhận được kết quả đúng), ta được:

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

- $\int_{-1}^1 \sin x dx = -\cos x \Big|_{-1}^1 = 0 = \int_{-2}^2 \sin x dx \rightarrow$  nhận,
- $\int_{-1}^1 \cos x dx = \sin x \Big|_{-1}^1 = 2 \sin 1$ , và  $\int_{-2}^2 \cos x dx = \sin x \Big|_{-2}^2 = 2 \sin 2 \rightarrow$  loại,
- $\int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - e^{-1}$ , và  $\int_{-2}^2 e^x dx = e^x \Big|_{-2}^2 = e^2 - e^{-2} \rightarrow$  loại,
- $\int_{-1}^1 (x+1) dx = \frac{(x+1)^2}{2} \Big|_{-1}^1 = 2$ , và  $\int_{-2}^2 (x+1) dx = \frac{(x+1)^2}{2} \Big|_{-2}^2 = 4 \rightarrow$  loại.

Vậy ta nhận đáp án  $f(x) = \sin x$ .

### Cách 2: Phương pháp tự luận

Ta đã biết nếu  $f$  là hàm số lẻ và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$  với mọi số thực  $a$ .

Trong các lựa chọn ở đây, chỉ có hàm số  $y = f(x) = \sin x$  là lẻ, nên đó là đáp án của bài toán.

### Cách 3: Phương pháp trắc nghiệm

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính (đến khi thu được kết quả bằng 0 thì ngưng)

Phép tính	Kết quả
$\int_{-1}^1 \sin x dx - \int_{-2}^2 \sin x dx$	0
$\int_{-1}^1 \cos x dx - \int_{-2}^2 \cos x dx$	$\neq 0$
$\int_{-1}^1 e^x dx - \int_{-2}^2 e^x dx$	$\neq 0$
$\int_{-1}^1 (x+1) dx - \int_{-2}^2 (x+1) dx$	$\neq 0$

Vậy ta nhận đáp án  $f(x) = \sin x$ .

**Câu 8.** Tích phân  $I = \int_2^5 \frac{dx}{x}$  có giá trị bằng

A.  $3 \ln 3$ .

B.  $\frac{1}{3} \ln 3$ .

C.  $\ln \frac{5}{2}$ .

D.  $\ln \frac{2}{5}$ .

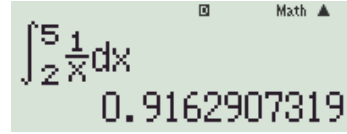
### Hướng dẫn giải

**Cách 1: Phương pháp tự luận**

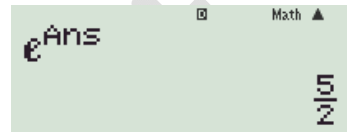
$$I = \int_2^5 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_2^5 = \ln 5 - \ln 2 = \ln \frac{5}{2}.$$

**Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm**

Bước 1: Dùng máy tính như hình bên, thu được giá trị 0,91629...



Bước 2: Lấy  $e^{0,91629...}$  cho kết quả  $\frac{5}{2} \rightarrow$  chọn  $\ln \frac{5}{2}$ .



**Cách 3: Phương pháp trắc nghiệm**

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính (đến khi thu được kết quả bằng 0 thì ngưng)

Phép tính	Kết quả
$\int_2^5 \frac{dx}{x} - \ln \frac{5}{2}$	0
$\int_2^5 \frac{dx}{x} - \frac{1}{3} \ln 3$	$\neq 0$

Phép tính	Kết quả
$\int_2^5 \frac{dx}{x} - 3 \ln 3$	$\neq 0$
$\int_2^5 \frac{dx}{x} - \ln \frac{2}{5}$	$\neq 0$

$\rightarrow$  chọn  $\ln \frac{5}{2}$ .

**Câu 9.** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$  có giá trị bằng

A.  $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$ .

B.  $2 \ln 3$ .

C.  $\frac{1}{2} \ln 3$ .

D.  $2 \ln \frac{1}{3}$ .

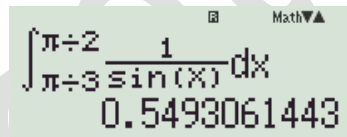
**Hướng dẫn giải**

**Cách 1: Phương pháp tự luận**

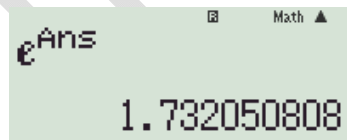
$$\begin{aligned}
 I &= \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\left(\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}\right)}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\cot \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{2}\right) dx \\
 &= \left[ \ln \left| \sin \frac{x}{2} \right| - \ln \left| \cos \frac{x}{2} \right| \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \left[ \ln \frac{\sqrt{2}}{2} - \ln \frac{\sqrt{2}}{2} \right] - \left[ \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \\
 &= \ln \sqrt{3}.
 \end{aligned}$$

**Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm**

*Bước 1:* Dùng máy tính như hình bên, thu được giá trị 0,549306...



*Bước 2:* Lấy  $e^{0,549306...}$  cho kết quả 1,732050808...  $\approx \sqrt{3} \rightarrow$  chọn  $\frac{1}{2} \ln 3$ .



**Cách 3: Phương pháp trắc nghiệm**

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính (đến khi thu được kết quả bằng 0 thì ngưng)

Phép tính	Kết quả
$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - \frac{1}{2} \ln 3$	0
$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - 2 \ln 3$	$\neq 0$

Phép tính	Kết quả
$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - 2 \ln \frac{1}{3}$	$\neq 0$
$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$	$\neq 0$

$\rightarrow$  chọn  $\frac{1}{2} \ln 3$ .

**Nhận xét:** Ở bài này cách làm bằng máy tính có vẻ nhanh hơn.

**Câu 10.** Nếu  $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx = K - 2e$  thì giá trị của  $K$  là

- A. 12,5.                      B. 9.                      C. 11.                      D. 10.

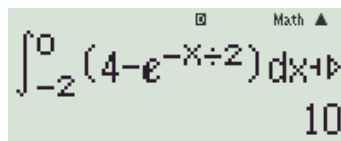
**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

$$K = \int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx + 2e = (4x + 2e^{-x/2}) \Big|_{-2}^0 + 2e = 2 - (-8 + 2e) + 2e = 10.$$

**Phương pháp trắc nghiệm**

Dùng máy tính tính  $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx + 2e$  như hình bên, thu được giá trị  $K = 10$ .



**Câu 11.** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{2 \ln 2}{3}$ .      B.  $-\frac{2 \ln 2}{3}$ .      C.  $-2 \ln 2$ .      D.  $2 \ln 2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

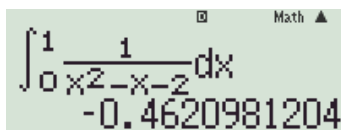
$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{(x-2)(x+1)} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 \left[ \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right] dx = \frac{1}{3} [\ln|x-2| - \ln|x+1|]_0^1 = -\frac{2 \ln 2}{3}$$

Học sinh có thể áp dụng công thức  $\int \frac{1}{(x-a)(x-b)} dx = \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right| + C$  để giảm một bước tính:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{(x-2)(x+1)} dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right|_0^1 = -\frac{2 \ln 2}{3}$$

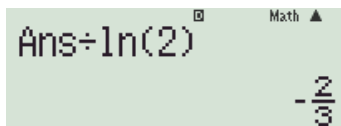
**Phương pháp trắc nghiệm**

**Bước 1:** Dùng máy tính như hình bên, thu được giá trị  $-0.4620981...$



**Bước 2:** Loại đáp án dương  $\frac{2 \ln 2}{3}$  và loại đáp án nhiều “Không xác định”.

**Bước 3:** Chia giá trị  $-0.4620981...$  cho  $\ln 2$ , nhận được  $-\frac{2}{3}$



→ chọn  $-\frac{2 \ln 2}{3}$ .

- Câu 12.** Cho hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  sao cho  $\int_1^5 f(x)dx = 2$  và  $\int_1^5 g(x)dx = -4$ . Giá trị của  $\int_1^5 [g(x) - f(x)]dx$  là
- A.  $-6$ .                      B.  $6$ .                      C.  $2$ .                      D.  $-2$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_1^5 [g(x) - f(x)]dx = \int_1^5 g(x)dx - \int_1^5 f(x)dx = -4 - 2 = -6.$$

- Câu 13.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$ . Nếu  $\int_0^3 f(x)dx = 2$  thì tích phân  $\int_0^3 [x - 2f(x)]dx$  có giá trị bằng
- A.  $7$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $5$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^3 [x - 2f(x)]dx = \int_0^3 xdx - 2\int_0^3 f(x)dx = \frac{9}{2} - 2 \times 2 = \frac{1}{2}.$$

- Câu 14.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 6]$ . Nếu  $\int_1^5 f(x)dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x)dx = 7$  thì  $\int_3^5 f(x)dx$  có giá trị bằng
- A.  $5$ .                      B.  $-5$ .                      C.  $9$ .                      D.  $-9$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_3^5 f(x)dx = \int_3^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = -7 + 2 = -5.$$

- Câu 15.** Trong các phép tính sau đây, phép tính nào sai?

A.  $\int_1^3 e^x dx = (e^x)|_1^3$ .

B.  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln x)|_{-3}^{-2}$ .

C.  $\int_{\pi}^{2\pi} \cos x dx = (\sin x)|_{\pi}^{2\pi}$ .

D.  $\int_1^2 (x+1) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x\right)|_1^2$ .

**Hướng dẫn giải**



Phép tính  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln x)|_{-3}^{-2}$  là sai. Phép tính đúng là  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln |x|)|_{-3}^{-2}$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  có một nguyên hàm là hàm  $F$  trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai** ?

A.  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

B.  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in (a; b)$ .

C.  $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$ .

D. Hàm số  $G$  cho bởi  $G(x) = F(x) + 5$  cũng thỏa mãn  $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$ .

**Câu 17.** Xét hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các số thực  $a, b, c$  tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A.  $\int_a^b f(x) dx = \int_c^b f(x) dx - \int_c^a f(x) dx$ .

B.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ .

C.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$ .

D.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$ .

**Câu 18.** Xét hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu  $m \leq f(x) \leq M \forall x \in [a; b]$  thì  $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$ .

B. Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx \geq m(b-a)$ .

C. Nếu  $f(x) \leq M \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$ .

D. Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x) dx \geq m(a-b)$ .

**Hướng dẫn giải**

Mệnh đề “Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x)dx \geq m(a-b)$ ” sai, mệnh đề đúng phải là

“Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x)dx \geq m(b-a)$ ”.

**Câu 19.** Cho hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  sao cho  $g(x) \neq 0$  với mọi  $x \in [a; b]$ . Xét các khẳng định sau:

I.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ .

II.  $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$ .

III.  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx$ .

IV.  $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx}$ .

Trong các khẳng định trên, có bao nhiêu khẳng định sai?

A. 1.

**B. 2.**

C. 3.

D. 4.

**Hướng dẫn giải**

Các công thức  $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx}$  và  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx$  là sai.

**Câu 20.** Tích phân  $\int_0^3 x(x-1)dx$  có giá trị bằng với giá trị của tích phân nào trong các tích phân dưới đây?

A.  $\int_0^2 (x^2 + x - 3) dx$ .

**B.**  $3 \int_0^{3\pi} \sin x dx$ .

**C.**  $\int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx$ .

**D.**

$\int_0^{\pi} \cos(3x + \pi) dx$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Tính rõ từng phép tính tích phân để tìm ra kết quả đúng (chỉ tính đến khi nhận được kết quả đúng thì dừng lại):

- $\int_0^{\ln\sqrt{10}} e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^{\ln\sqrt{10}} = \frac{e^{2\ln\sqrt{10}} - 1}{2} = \frac{9}{2},$
- $3 \int_0^{3\pi} \sin x dx = -3 \cos x \Big|_0^{3\pi} = 6,$
- $\int_0^2 (x^2 + x - 3) dx = \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} + 2 - 6 = -\frac{4}{3},$
- $\int_0^{\pi} \cos(3x + \pi) dx = \frac{1}{3} \sin(3x + \pi) \Big|_0^{\pi} = \frac{1}{3} (\sin 4\pi - \sin \pi) = 0.$

Vậy chọn  $\int_0^{\ln\sqrt{10}} e^{2x} dx.$

**Phương pháp trắc nghiệm**

Nhập các phép tính sau vào máy tính để thu kết quả:

Phép tính	Kết quả
$\int_0^3 x(x-1) dx - \int_0^{\ln\sqrt{10}} e^{2x} dx$	0
$\int_0^3 x(x-1) dx - \int_0^{3\pi} \sin x dx$	$-\frac{3}{2}$
$\int_0^3 x(x-1) dx - \int_0^2 (x^2 + x - 3) dx$	$\frac{35}{6}$
$\int_0^3 x(x-1) dx - \int_0^{\pi} \cos(3x + \pi) dx$	$\frac{9}{2}$

Vậy chọn  $\int_0^{\ln\sqrt{10}} e^{2x} dx.$

**Câu 21.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , sao cho  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$  thì  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a; b]$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

B. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$ , luôn có  $\int_{-3}^3 f(x)dx = 0$ .

C. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , ta có  $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)d(-x)$ .

D. Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  thì  $\int_1^5 [f(x)]^2 dx = \frac{[f(x)]^3}{3} \Big|_1^5$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Vì } d(-x) = (-1)dx \text{ nên } \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx = \int_b^a f(x)(-1)dx = \int_b^a f(x)d(-x).$$

**Câu 22.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu  $f$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$  thì  $\int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx$ .

B. Nếu  $\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1; 1]$ .

C. Nếu  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$  thì  $f$  là hàm số lẻ trên đoạn  $[-1; 1]$ .

D. Nếu  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1; 1]$ .

**Hướng dẫn giải**

• Hàm số  $y = x^3 - \frac{x}{2}$  thỏa  $\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$  và  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$ , nhưng nó là hàm lẻ trên  $[-1; 1]$ .

• Hàm số  $y = x^2 - \frac{1}{3}$  thỏa  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$ , nhưng nó là hàm chẵn trên  $[-1; 1]$ .

• Còn khi  $f$  là hàm chẵn trên  $\mathbb{R}$  thì  $f(x) = f(-x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Đặt  $t = -x \Rightarrow dt = -dx$  và suy ra

$$\int_0^1 f(x)dx = -\int_0^{-1} f(x)(-1)dx = -\int_0^{-1} f(x)d(-x) = -\int_0^{-1} f(-x)d(-x) = -\int_0^{-1} f(t)dt = \int_{-1}^0 f(t)dt.$$

**Câu 23.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = x^6 \sin^5 x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó

$$\int_1^2 x^6 \sin^5 x dx \text{ có giá trị bằng}$$

- A.  $F(2) - F(1)$ .      B.  $-F(1)$ .      C.  $F(2)$ .      D.  
 $F(1) - F(2)$ .

**Hướng dẫn giải**

Áp dụng công thức  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ , trong đó  $F$  là một nguyên hàm của  $f$  trên đoạn  $[a; b]$ , ta có  $\int_1^2 x^6 \sin^5 x dx = F(2) - F(1)$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hai số thực  $a < b$ . Nếu  $\int_a^b f(x)dx = \alpha$  thì tích phân

$\int_{a/2}^{b/2} f(2x)dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{\alpha}{2}$ .      B.  $2\alpha$ .      C.  $\alpha$ .      D.  $4\alpha$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Đặt  $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$  và

$x$	$a/2$	$b/2$
$t$	$a$	$b$

$$\text{Vậy } \int_{a/2}^{b/2} f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_a^b f(2x)2dx = \frac{1}{2} \int_a^b f(t)dt = \frac{\alpha}{2}.$$

**Phương pháp trắc nghiệm**

Phương pháp tự luận tốt hơn cả, nhưng nếu học sinh không nắm rõ, có thể thay  $f$  bởi một hàm số đơn giản, xác định trên  $[0; 1]$  và tính toán.

Ví dụ  $f(x) = x$  với  $x \in [0; 1]$ . Khi đó

$$\alpha = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 xdx = \frac{1}{2},$$

suy ra

$$\int_0^{1/2} f(2x)dx = \int_0^{1/2} 2xdx = \frac{1}{4} = \frac{\alpha}{2}.$$

**Câu 25.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = x^3 \sin^5 x$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó tích phân  $\int_1^2 81x^3 \sin^5 3x dx$  có giá trị bằng

- A.  $3[F(6) - F(3)]$ .      B.  $F(6) - F(3)$ .      C.  $3[F(2) - F(1)]$ .      D.  $F(2) - F(1)$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$  và đổi cận

$x$	1	2
$t$	3	6

$$\text{Vậy } \int_1^2 81x^3 \sin^5 3x dx = \int_1^2 (3x)^3 (\sin^5 3x) 3dx = \int_3^6 t^3 \sin^5 t dt = F(6) - F(3).$$

**Câu 26.** Giả sử hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa mãn  $\int_0^2 f(x) dx = 6$ . Giá trị của tích phân

$$\int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx \text{ là}$$

- A.  $-6$ .      B.  $6$ .      C.  $-3$ .      D.  $3$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 2 \sin x \Rightarrow dt = 2 \cos x dx$  và

$x$	0	$\pi/2$
$t$	0	2

$$\text{Vậy } \int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx = \int_0^2 \frac{f(t)}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = 3.$$

**Câu 27.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = \ln x + 1$ , suy ra  $dt = \frac{1}{x} dx$  và

$x$	1	$e$
$t$	1	2

$$\text{II. } I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt$$

$$\text{III. } I = \int_1^2 \sqrt{t}(t-1) dt = \left( \sqrt{t^5} - \frac{2}{\sqrt{t}} \right) \Big|_1^2 = 1 + 3\sqrt{2}.$$

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Bài giải đúng.      B. Sai từ Bước II.      C. Sai từ Bước I.      **D. Sai ở Bước III.**

**Hướng dẫn giải**

Bước III sai. Phép tính đúng là  $I = \int_1^2 \sqrt{t}(t-1) dt = \left( \frac{2}{5}\sqrt{t^5} - \frac{2}{3}\sqrt{t^3} \right) \Big|_1^2 = \frac{4(\sqrt{2}+1)}{15}.$

**Câu 28.** Xét tích phân  $I = \int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{1 + \cos x} dx$ . Thực hiện phép đổi biến  $t = \cos x$ , ta có thể đưa  $I$  về dạng nào sau đây

- A.  $I = -\int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt$ .      B.  $I = \int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt$ .      C.  $I = -\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt$ .      **D.**
- $$I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt.$$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$ . Khi  $x = 0$  thì  $t = 1$ , khi  $x = \frac{\pi}{3}$  thì  $t = \frac{1}{2}$ . Vậy

$$I = \int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\pi/3} \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \cos x} dx = -\int_1^{1/2} \frac{2t}{1+t} dt = \int_{1/2}^1 \frac{2t}{1+t} dt.$$

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào luôn đúng?

- A.  $\int_a^b |f(x)| dx > \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b |f(x)| dx$ .
- C.**  $\int_a^b |f(x)| dx \geq \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .      D.  $\int_a^b f(x) dx > \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 30.** Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?

- A.  $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$ .      **B.**  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$ .

C.  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\pi/2} \sin x dx$ .

D.  $\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx = \frac{2}{2019}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Cách 1: Tính trực tiếp các tích phân**

- Đặt  $t = 1 - x \Rightarrow dt = -dx \Rightarrow \int_0^1 \sin(1-x) dx = -\int_1^0 \sin t dt = \int_0^1 \sin t dt$

- Đặt  $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2} dx \Rightarrow \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = \int_0^{\pi/2} 2 \sin t dt$

- $\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx = \left( \frac{x^{2018}}{2018} + \frac{x^{2019}}{2019} \right) \Big|_{-1}^1 = \left( \frac{1^{2018}}{2018} + \frac{1^{2019}}{2019} \right) - \left( \frac{(-1)^{2018}}{2018} + \frac{(-1)^{2019}}{2019} \right) = \frac{2}{2019}$

Vậy  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$  sai.

**Cách 2: Nhận xét tích phân**

Ta thấy  $(1+x)^x \geq 1$  với mọi  $x \in [0;1]$  nên  $\int_0^1 (1+x)^x dx \geq \int_0^1 1 dx = 1$ , vậy “ $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$

” là khẳng định sai.

**Cách 3: Phương pháp trắc nghiệm**

Nhập các phép tính sau vào máy tính để thu kết quả:

Phép tính	Kết quả
$\int_0^1 (1+x)^x dx$	$> 0$
$\int_0^1 \sin(1-x) dx - \int_0^1 \sin x dx$	$0$
$\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx - 2 \int_0^{\pi/2} \sin x dx$	$0$
$\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx - \frac{2}{2019}$	$0$

suy ra  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$  là khẳng định sai.



**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  lẻ và liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

A.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 2 \int_0^2 f(x)dx$ .

B.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$ .

C.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 2 \int_{-2}^0 f(x)dx$ .

D.  $\int_{-2}^2 f(x)dx = -2 \int_0^2 f(x)dx$ .

### Hướng dẫn giải

### Phương pháp tự luận

Với hàm số  $f$  bất kỳ và số thực dương  $a$ , ta luôn nắm lòng 2 tính chất sau đây:

- Nếu  $f$  là hàm số lẻ trên đoạn  $[-a; a]$  thì  $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$ ,
- Nếu  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-a; a]$  thì  $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$ .

Vậy trong bài này ta chọn  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$ .

### Phương pháp trắc nghiệm

Nếu học sinh không nắm rõ hai tính chất kể trên, có thể thay  $f$  bởi một hàm số đơn giản, xác định trên  $[-2; 2]$  và tính toán. Ví dụ  $f(x) = x$  với  $x \in [-2; 2]$ . Khi đó

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$ ,

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx \neq 2 \int_0^2 f(x)dx$ ,

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx \neq 2 \int_{-2}^0 f(x)dx$ ,

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx \neq -2 \int_0^2 f(x)dx$ .

Vậy chọn  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0$ .

**Câu 32.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = (x+1)^2$ , suy ra  $dt = 2(x+1)dx$ ,

II. Từ đây suy ra  $\frac{dt}{2(x+1)} = dx \Rightarrow \frac{dt}{2\sqrt{t}} = dx$ . Đổi cận

$x$		$-2$		$1$
-----	--	------	--	-----

$$\text{III. Vậy } I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx = \int_1^4 \frac{t}{2\sqrt{t}} dt = \frac{1}{3} \sqrt{t^3} \Big|_1^4 = \frac{7}{3}.$$

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Sai từ Bước I.      B. Sai ở Bước III.      C. Sai từ Bước II.      D. Bài giải đúng.

**Hướng dẫn giải**

Khi đặt  $t = (x+1)^2$  với  $-2 \leq x \leq 1$  thì không suy ra  $\sqrt{t} = x+1$  được, vì  $x+1$  có thể bị âm khi  $-2 \leq x \leq -1$ .

**Câu 33.** Một học sinh được chỉ định lên bảng làm 4 bài toán tích phân. Mỗi bài giải đúng được 2,5 điểm, mỗi bài giải sai (sai kết quả hoặc sai bước tính nguyên hàm) được 0 điểm. Học sinh đã giải 4 bài toán đó như sau:

Bài	Đề bài	Bài giải của học sinh
1	$\int_0^1 e^{x^2} x dx$	$\int_0^1 e^{x^2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x^2} d(x^2) = \frac{e^{x^2}}{2} \Big _0^1 = \frac{e-1}{2}$
2	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = [\ln x^2 - x - 2 ]_0^1 = \ln 2 - \ln 2 = 0$
3	$\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx$	Đặt $t = \cos x$ , suy ra $dt = -\sin x dx$ . Khi $x = 0$ thì $t = 1$ ; khi $x = \pi$ thì $t = -1$ . Vậy $\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx = 2 \int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx = -2 \int_1^{-1} t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big _{-1}^1 = \frac{4}{3}$
4	$\int_1^e \frac{1 + (4-2e) \ln x}{x} dx$	$\int_1^e \frac{1 + (4-2e) \ln x}{x} dx = \int_1^e [1 + (4-2e) \ln x] d(\ln x)$ $= [x + (4-2e) \ln^2 x]_1^e = 3 - e$

Số điểm mà học sinh này đạt được là bao nhiêu?

- A. 5,0 điểm.      B. 2,5 điểm.      C. 7,5 điểm.      D. 10,0 điểm.

**Hướng dẫn giải**

Bài toán 2 giải sai. Cách giải đúng là

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| \Big|_0^1 = -\frac{2}{3} \ln 2$$

Bài toán 4 ra kết quả đúng, nhưng cách tính nguyên hàm sai hoàn toàn. Lời giải đúng là:

$$\int_1^e \frac{1 + (4-2e) \ln x}{x} dx = \int_1^e [1 + (4-2e) \ln x] d(\ln x) = [\ln x + (2-e) \ln^2 x] \Big|_1^e = 3 - e$$

### Kinh nghiệm

Kết quả đúng thì chưa chắc bài giải đúng.

**Câu 34.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $F$  và  $G$  lần lượt là một nguyên hàm của  $f$  và  $g$  trên đoạn  $[a; b]$ . Đẳng thức nào sau đây **luôn đúng**?

A.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)g(x)] \Big|_a^b - \int_a^b F(x)G(x)dx$ .

**B.**  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)] \Big|_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$ .

C.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [f(x)g(x)] \Big|_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$ .

D.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)] \Big|_a^b - \int_a^b f(x)g(x)dx$ .

**Câu 35.** Tích phân  $I = \int_{-2}^0 xe^{-x} dx$  có giá trị bằng

A.  $-e^2 + 1$ .

B.  $3e^2 - 1$ .

**C.**  $-e^2 - 1$ .

D.  $-2e^2 + 1$ .

### Hướng dẫn giải

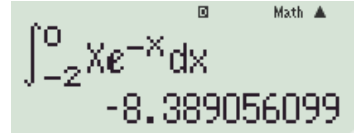
#### Phương pháp tự luận

Sử dụng tích phân từng phần, ta được

$$\begin{aligned} I &= \int_{-2}^0 xe^{-x} dx \\ &= - \int_{-2}^0 x d(e^{-x}) = - \left[ (xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 - \int_{-2}^0 e^{-x} dx \right] = -(xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 + \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -(xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 - (e^{-x}) \Big|_{-2}^0 = -e^2 - 1. \end{aligned}$$

#### Phương pháp trắc nghiệm

Dùng máy tính tính  $\int_{-2}^0 xe^{-x} dx$  như hình bên, thu được kết quả như hình bên. Loại được đáp án  $3e^2 - 1$ . Sau đó thử từng đáp án còn lại để tìm ra kết quả.



**Câu 36.** Cho hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và số thực  $k$  bất kỳ trong  $\mathbb{R}$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ .      B.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ .

C.  $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ .      D.  $\int_a^b xf(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và số thực dương  $a$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

A.  $\int_a^a f(x) dx = 1$ .      B.  $\int_a^a f(x) dx = 0$ .      C.  $\int_a^a f(x) dx = -1$ .      D.  $\int_a^a f(x) dx = f(a)$ .

**Câu 38.** Tích phân  $\int_0^1 dx$  có giá trị bằng

A. 2.      B. -1.      C. 0.      D. 1.

**Câu 39.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$ , khi đó  $a$  có giá trị bằng

A. 0.      B. -1.      D. 1.      D. 2.

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

Ta có  $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_{-1}^a = e^{a+1} - e$ . Vậy yêu cầu bài toán tương đương

$$e^{a+1} - 1 = e^2 - 1 \Leftrightarrow a = 1.$$

**Câu 40.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có tích phân trên đoạn  $[0; \pi]$  đạt giá trị bằng 0?

A.  $f(x) = \cos 3x$ .      B.  $f(x) = \sin 3x$ .

C.  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .      D.  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

Tính tích phân cho từng hàm số trong các đáp án:

- $\int_0^{\pi} \cos 3x dx = \frac{1}{3} \sin 3x \Big|_0^{\pi} = 0$
- $\int_0^{\pi} \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \Big|_0^{\pi} = 2$
- $\int_0^{\pi} \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) dx = 4 \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) \Big|_0^{\pi} = 2(\sqrt{2} - 2)$
- $\int_0^{\pi} \sin\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) dx = -4 \cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{2}\right) \Big|_0^{\pi} = 2\sqrt{2}$ .

Vậy chọn  $f(x) = \cos 3x$ .

**Câu 41.** Tích phân nào trong các tích phân sau có giá trị khác 2?

- A.  $\int_0^{\pi} \sin x dx$ .      B.  $\int_0^1 2 dx$ .      **B.**  $\int_1^{e^2} \ln x dx$ .      D.  $\int_0^2 x dx$ .

**Câu 42.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào thỏa mãn  $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-2}^2 f(x) dx$ ?

- A.  $f(x) = \cos x$ .      **B.**  $f(x) = \sin x$ .      C.  $f(x) = e^x$ .      D.  
 $f(x) = x + 1$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Tính lần lượt từng tích phân (cho đến khi nhận được kết quả đúng), ta được:

- $\int_{-1}^1 \sin x dx = -\cos x \Big|_{-1}^1 = 0 = \int_{-2}^2 \sin x dx \rightarrow$  nhận,
- $\int_{-1}^1 \cos x dx = \sin x \Big|_{-1}^1 = 2 \sin 1$ , và  $\int_{-2}^2 \cos x dx = \sin x \Big|_{-2}^2 = 2 \sin 2 \rightarrow$  loại,
- $\int_{-1}^1 e^x dx = e^x \Big|_{-1}^1 = e - e^{-1}$ , và  $\int_{-2}^2 e^x dx = e^x \Big|_{-2}^2 = e^2 - e^{-2} \rightarrow$  loại,
- $\int_{-1}^1 (x+1) dx = \frac{(x+1)^2}{2} \Big|_{-1}^1 = 2$ , và  $\int_{-2}^2 (x+1) dx = \frac{(x+1)^2}{2} \Big|_{-2}^2 = 4 \rightarrow$  loại.

Vậy ta nhận đáp án  $f(x) = \sin x$ .

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính (đến khi thu được kết quả bằng 0 thì ngưng)

Phép tính	Kết quả
$\int_{-1}^1 \sin x dx - \int_{-2}^2 \sin x dx$	0
$\int_{-1}^1 \cos x dx - \int_{-2}^2 \cos x dx$	$\neq 0$
$\int_{-1}^1 e^x dx - \int_{-2}^2 e^x dx$	$\neq 0$
$\int_{-1}^1 (x+1) dx - \int_{-2}^2 (x+1) dx$	$\neq 0$

Vậy ta nhận đáp án  $f(x) = \sin x$ .

**Câu 43.** Tích phân  $I = \int_2^5 \frac{dx}{x}$  có giá trị bằng

A.  $\frac{1}{3} \ln 3$ .

**B.**  $\ln \frac{5}{2}$ .

C.  $3 \ln 3$ .

D.  $\ln \frac{2}{5}$ .

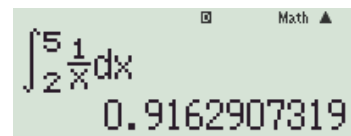
**Hướng dẫn giải**

[Cách 1: Phương pháp tự luận]

$$I = \int_2^5 \frac{dx}{x} = \ln |x| \Big|_2^5 = \ln 5 - \ln 2 = \ln \frac{5}{2}.$$

[Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm]

*Bước 1:* Dùng máy tính như hình bên, thu được giá trị 0,91629...



*Bước 2:* Lấy  $e^{0,91629...}$  cho kết quả  $\frac{5}{2} \rightarrow$  chọn  $\ln \frac{5}{2}$



[Cách 3: Phương pháp trắc nghiệm]

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính (đến khi thu được kết quả bằng 0 thì ngưng)

Phép tính	Kết quả

Phép tính	Kết quả

$\int_2^5 \frac{dx}{x} - \ln \frac{5}{2}$	0
$\int_2^5 \frac{dx}{x} - \frac{1}{3} \ln 3$	$\neq 0$

$\int_2^5 \frac{dx}{x} - 3 \ln 3$	$\neq 0$
$\int_2^5 \frac{dx}{x} - \ln \frac{2}{5}$	$\neq 0$

→ chọn  $\ln \frac{5}{2}$ .

**Câu 44.** Tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$  có giá trị bằng

A.  $2 \ln \frac{1}{3}$ .

B.  $2 \ln 3$ .

C.  $\frac{1}{2} \ln 3$ .

D.  $\frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

[Cách 1: Phương pháp tự luận]

$$I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\left(\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}\right)}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} dx = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\cot \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{2}\right) dx$$

$$= \left[ \ln \left| \sin \frac{x}{2} \right| - \ln \left| \cos \frac{x}{2} \right| \right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \left[ \ln \frac{\sqrt{2}}{2} - \ln \frac{\sqrt{2}}{2} \right] - \left[ \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = \ln \sqrt{3}.$$

[Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1: Dùng máy tính như hình bên, thu được giá trị 0,549306...

Bước 2: Lấy  $e^{0,549306...}$  cho kết quả 1,732050808...  $\approx \sqrt{3}$  → chọn  $\frac{1}{2} \ln 3$ .

[Cách 3: Phương pháp trắc nghiệm]

Thực hiện các phép tính sau trên máy tính (đến khi thu được kết quả bằng 0 thì ngưng)

Phép tính	Kết quả
-----------	---------

Phép tính	Kết quả
-----------	---------

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - \frac{1}{2} \ln 3$	0
$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - 2 \ln 3$	$\neq 0$

$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - 2 \ln \frac{1}{3}$	$\neq 0$
$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{3}$	$\neq 0$

→ chọn  $\frac{1}{2} \ln 3$ .

**Nhận xét:** Ở bài này cách làm bằng máy tính có vẻ nhanh hơn.

**Câu 45.** Nếu  $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx = K - 2e$  thì giá trị của  $K$  là

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 12,5.

**Hướng dẫn giải**

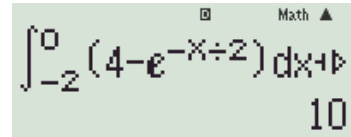
**[Phương pháp tự luận]**

$$K = \int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx + 2e = (4x + 2e^{-x/2}) \Big|_{-2}^0 + 2e = 2 - (-8 + 2e) + 2e = 10.$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Dùng máy tính tính  $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx + 2e$  như hình

bên, thu được giá trị  $K = 10$ .



Math ▲  
 $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx + 2e = 10$

**Câu 46.** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$  có giá trị bằng

A.  $-2 \ln 2$ .

B.  $\frac{2 \ln 2}{3}$ .

C.  $-\frac{2 \ln 2}{3}$ .

D. Không

xác định.

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{(x-2)(x+1)} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 \left[ \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right] dx = \frac{1}{3} [\ln|x-2| - \ln|x+1|] \Big|_0^1 = -\frac{2 \ln 2}{3}$$



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Học sinh có thể áp dụng công thức  $\int \frac{1}{(x-a)(x-b)} dx = \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right| + C$  để giải một

bước tính:  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{(x-2)(x+1)} dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| \Big|_0^1 = -\frac{2 \ln 2}{3}$

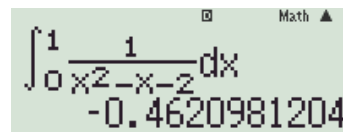
[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1: Dùng máy tính như hình bên, thu được giá trị  $-0.4620981\dots$

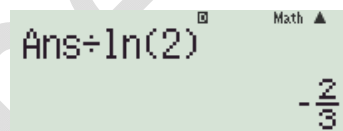
Bước 2: Loại đáp án dương  $\frac{2 \ln 2}{3}$  và loại đáp án nhiễu “Không xác định”.

Bước 3: Chia giá trị  $-0.4620981\dots$  cho  $\ln 2$ , nhận được  $-\frac{2}{3}$

→ chọn  $-\frac{2 \ln 2}{3}$ .



$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$   
 $-0.4620981204$



Ans ÷ ln(2)  
 $-\frac{2}{3}$

**Câu 47.** Cho hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  sao cho  $\int_1^5 f(x) dx = 2$  và  $\int_1^5 g(x) dx = -4$ . Giá trị của  $\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx$  là

- A.  $-2$ .                      B.  $6$ .                      C.  $2$ .                      D.  $-6$ .

Hướng dẫn giải

$$\int_1^5 [g(x) - f(x)] dx = \int_1^5 g(x) dx - \int_1^5 f(x) dx = -4 - 2 = -6.$$

**Câu 48.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$ . Nếu  $\int_0^3 f(x) dx = 2$  thì tích phân  $\int_0^3 [x - 2f(x)] dx$  có giá trị bằng

- A.  $7$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $5$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

Hướng dẫn giải

$$\int_0^3 [x - 2f(x)] dx = \int_0^3 x dx - 2 \int_0^3 f(x) dx = \frac{9}{2} - 2 \times 2 = \frac{1}{2}.$$

- Câu 49.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 6]$ . Nếu  $\int_1^5 f(x)dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x)dx = 7$  thì  $\int_3^5 f(x)dx$  có giá trị bằng
- A.  $-9$ .                                      B.  $5$ .                                      C.  $9$ .                                      D.  $-5$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_3^5 f(x)dx = \int_3^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = -7 + 2 = -5.$$

- Câu 50.** Trong các phép tính sau đây, phép tính nào **sai**?

A.  $\int_1^2 (x+1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_1^2$ .

B.  $\int_1^3 e^x dx = (e^x) \Big|_1^3$ .

C.  $\int_{\pi}^{2\pi} \cos x dx = (\sin x) \Big|_{\pi}^{2\pi}$ .

D.  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln x) \Big|_{-3}^{-2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Phép tính  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln x) \Big|_{-3}^{-2}$  là sai. Phép tính đúng là  $\int_{-3}^{-2} \frac{1}{x} dx = (\ln |x|) \Big|_{-3}^{-2}$ .

- Câu 51.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  có một nguyên hàm là hàm  $F$  trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai** ?
- A.  $F'(x) = f(x)$  với mọi  $x \in (a; b)$ .

B.  $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a)$ .

C.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ .

D. Hàm số  $G$  cho bởi  $G(x) = F(x) + 5$  cũng thỏa mãn  $\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$ .

- Câu 52.** Xét hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các số thực  $a, b, c$  tùy ý. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A.  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx$ .

B.  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ .

C.  $\int_a^b f(x)dx = \int_c^b f(x)dx - \int_c^a f(x)dx$ .

D.  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$ .

**Câu 53.** Xét hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x)dx \geq m(a-b)$ .

B. Nếu  $f(x) \geq m \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x)dx \geq m(b-a)$ .

C. Nếu  $f(x) \leq M \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$ .

D. Nếu  $m \leq f(x) \leq M \forall x \in [a; b]$  thì  $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(a-b)$ .

**Hướng dẫn giải**

Mệnh đề “Nếu  $f(x) \geq M \forall x \in [a; b]$  thì  $\int_a^b f(x)dx \geq M(a-b)$ ” sai, mệnh đề đúng phải là

$$\text{“Nếu } f(x) \geq M \forall x \in [a; b] \text{ thì } \int_a^b f(x)dx \geq M(b-a)\text{”}$$

**Câu 54.** Cho hai hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  sao cho  $g(x) \neq 0$  với mọi  $x \in [a; b]$ . Một học sinh lên bảng và phát biểu các tính chất sau:

I.  $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ . II.

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

III.  $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx$ .

IV.  $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx}$ .

Trong số các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu **sai**?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

**Hướng dẫn giải**

Các phát biểu  $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}$  và  $\int_a^b [f(x).g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx . \int_a^b g(x) dx$  là sai.

**Câu 55.** Tích phân  $\int_0^3 x(x-1) dx$  có giá trị bằng với tích phân nào trong các tích phân dưới đây ?

- A.  $\int_0^\pi \cos(3x + \pi) dx$  .      B.  $3 \int_0^{3\pi} \sin x dx$  .      C.  $\int_0^2 (x^2 + x - 3) dx$  .      **D.**  
 $\int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx$  .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Tính rõ từng phép tính tích phân để tìm ra kết quả đúng (Chỉ tính đến khi nhận được kết quả đúng thì dừng lại):

- $\int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^{\ln \sqrt{10}} = \frac{e^{2 \ln \sqrt{10}} - 1}{2} = \frac{9}{2}$ ,
- $3 \int_0^{3\pi} \sin x dx = -3 \cos x \Big|_0^{3\pi} = 6$ ,
- $\int_0^2 (x^2 + x - 3) dx = \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3} + 2 - 6 = -\frac{4}{3}$ ,
- $\int_0^\pi \cos(3x + \pi) dx = \frac{1}{3} \sin(3x + \pi) \Big|_0^\pi = \frac{1}{3} (\sin 4\pi - \sin \pi) = 0$ .

Vậy chọn  $\int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx$  .

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Nhập các phép tính sau vào máy tính để thu kết quả:

Phép tính	Kết quả
$\int_0^3 x(x-1) dx - \int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx$	0
$\int_0^3 x(x-1) dx - \int_0^{3\pi} \sin x dx$	$-\frac{3}{2}$

$\int_0^3 x(x-1)dx - \int_0^2 (x^2 + x - 3) dx$	$\frac{35}{6}$
$\int_0^3 x(x-1)dx - \int_0^\pi \cos(3x + \pi)dx$	$\frac{9}{2}$

Vậy chọn  $\int_0^{\ln \sqrt{10}} e^{2x} dx$ .

**Câu 56.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$ , luôn có  $\int_{-3}^3 f(x)dx = 0$ .

**B.** Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , ta có  $\int_a^b f(x)dx = \int_b^a f(x)d(-x)$ .

**C.** Nếu hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ , sao cho  $\int_a^b f(x)dx \geq 0$  thì  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a; b]$ .

**D.** Với mọi hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  thì  $\int_1^5 [f(x)]^2 dx = \frac{[f(x)]^3}{3} \Big|_1^5$ .

**Hướng dẫn giải**

Vì  $d(-x) = (-1)dx$  nên  $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx = \int_b^a f(x)(-1)dx = \int_b^a f(x)d(-x)$ .

**Câu 57.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Nếu  $f$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$  thì  $\int_0^1 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx$ .

**B.** Nếu  $\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1; 1]$ .

**C.** Nếu  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$  thì  $f$  là hàm số lẻ trên đoạn  $[-1; 1]$ .

**D.** Nếu  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$  thì  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-1; 1]$ .

**Hướng dẫn giải**

- Hàm số  $y = x^3 - \frac{x}{2}$  thỏa  $\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx$  và  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$ , nhưng nó là hàm lẻ trên  $[-1;1]$ .
- Hàm số  $y = x^2 - \frac{1}{3}$  thỏa  $\int_{-1}^1 f(x)dx = 0$ , nhưng nó là hàm chẵn trên  $[-1;1]$ .
- Còn khi  $f$  là hàm chẵn trên  $\mathbb{R}$  thì  $f(x) = f(-x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Đặt  $t = -x \Rightarrow dt = -dx$  và suy ra

$$\begin{aligned}\int_0^1 f(x)dx &= -\int_0^1 f(x)(-1)dx = -\int_0^1 f(x)d(-x) \\ &= -\int_0^1 f(-x)d(-x) = -\int_0^{-1} f(t)dt = \int_{-1}^0 f(t)dt.\end{aligned}$$

- Câu 58.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{\sin x}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó  $\int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx$  có giá trị bằng
- A.**  $F(2) - F(1)$ .      **B.**  $-F(1)$ .      **C.**  $F(2)$ .      **D.**  $F(2) + F(1)$ .

**Hướng dẫn giải**

Áp dụng công thức  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ , trong đó  $F$  là một nguyên hàm của  $f$  trên đoạn  $[a; b]$ , ta có  $\int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx = F(2) - F(1)$ .

- Câu 59.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và hai số thực  $a < b$ . Nếu  $\int_a^b f(x)dx = \alpha$  thì tích phân  $\int_{a/2}^{b/2} f(2x)dx$  có giá trị bằng
- A.**  $\alpha$ .      **B.**  $2\alpha$ .      **C.**  $\frac{\alpha}{2}$ .      **D.**  $4\alpha$ .

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

Đặt  $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$  và

$$x \quad \left| \quad a/2 \quad \right| \quad b/2$$

$$t \quad | \quad a \quad | \quad b$$

$$\text{Vậy } \int_{a/2}^{b/2} f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_{a/2}^{b/2} f(2x)2dx = \frac{1}{2} \int_a^b f(t)dt = \frac{\alpha}{2}.$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Phương pháp tự luận tốt hơn cả, nhưng nếu học sinh không nắm rõ, có thể thay  $f$  bởi một hàm số đơn giản, xác định trên  $[0;1]$  và tính toán.

$$\text{Ví dụ } f(x) = x \text{ với } x \in [0;1]. \text{ Khi đó } \alpha = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 xdx = \frac{1}{2}$$

$$\text{suy ra } \int_0^{1/2} f(2x)dx = \int_0^{1/2} 2xdx = \frac{1}{4} = \frac{\alpha}{2}.$$

**Câu 60.** Giả sử  $F$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = \frac{\sin x}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khi đó

$$\int_1^2 \frac{\sin 3x}{x} dx \text{ có giá trị bằng}$$

- A.  $F(6) - F(3)$ .      B.  $3[F(6) - F(3)]$ .      C.  $3[F(2) - F(1)]$ .      D.  $F(2) - F(1)$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$  và

$x$	1	2
$t$	3	6

$$\text{Vậy } \int_1^2 \frac{\sin 3x}{x} dx = \int_1^2 \frac{\sin 3x}{3x} 3dx = \int_3^6 \frac{\sin t}{t} dt = F(6) - F(3).$$

**Câu 61.** Giả sử hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0;2]$  thỏa mãn  $\int_0^2 f(x)dx = 6$ . Giá trị của

$$\int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx \text{ là}$$

- A. 3.      B. 6.      C. -3.      D. -6.

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 2 \sin x \Rightarrow dt = 2 \cos x dx$  và

$x$	$0$	$\pi/2$
$t$	$0$	$2$

$$\text{Vậy } \int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx = \int_0^2 \frac{f(t)}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = 3.$$

**Câu 62.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = \ln x + 1$ , suy ra  $dt = \frac{1}{x} dx$  và

$x$	$1$	$e$
$t$	$1$	$2$

$$\text{II. } I = \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x + 1} \ln x}{x} dx = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt$$

$$\text{III. } I = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt = \left( \sqrt{t^5} - \frac{2}{\sqrt{t}} \right) \Big|_1^2 = 1 + 3\sqrt{2}.$$

Vậy học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Bài giải đúng.      B. Sai từ Bước II.      C. Sai từ Bước I.      **D. Sai ở Bước III.**

**Hướng dẫn giải**

Bước III sai. Phép tính đúng là  $I = \int_1^2 \sqrt{t} (t-1) dt = \left( \frac{2}{5} \sqrt{t^5} - \frac{2}{3} \sqrt{t^3} \right) \Big|_1^2 = \frac{4(\sqrt{2}+1)}{15}.$

**Câu 63.** Xét tích phân  $I = \int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{1 + \cos x} dx$ . Thực hiện phép đổi biến  $t = \cos x$ , ta có thể đưa  $I$  về

dạng nào sau đây

- A.  $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt$ .      B.  $I = \int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt$ .      C.  $I = -\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2t}{1+t} dt$ .      D.

$$I = -\int_0^{\pi/4} \frac{2t}{1+t} dt.$$

**Hướng dẫn giải**



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Ta có  $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$ . Khi  $x = 0$  thì  $t = 1$ , khi  $x = \frac{\pi}{3}$  thì  $t = \frac{1}{2}$ . Vậy

$$I = \int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\pi/3} \frac{2 \sin x \cos x}{1 + \cos x} dx = -\int_1^{1/2} \frac{2t}{1+t} dt = \int_{1/2}^1 \frac{2t}{1+t} dt.$$

**Câu 64.** Cho hàm số  $y = f(x)$  bất kỳ liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Trong các bất đẳng thức sau, bất đẳng thức nào **luôn đúng**?

A.  $\int_a^b f(x) dx \geq \int_a^b |f(x)| dx$ .

B.  $\int_a^b |f(x)| dx \geq \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .

C.  $\int_a^b |f(x)| dx > \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ .

D.  $\int_a^b f(x) dx > \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 65.** Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?

A.  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$ .

B.  $\int_0^1 \sin(1-x) dx = \int_0^1 \sin x dx$ .

C.  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\pi/2} \sin x dx$ .

D.  $\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx = \frac{2}{2019}$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Cách 1: Tính trực tiếp các tích phân]**

• Đặt  $t = 1 - x \Rightarrow dt = -dx \Rightarrow \int_0^1 \sin(1-x) dx = -\int_1^0 \sin t dt = \int_0^1 \sin t dt$

• Đặt  $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2} dx \Rightarrow \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = \int_0^{\pi/2} 2 \sin t dt$

•  $\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx = \left( \frac{x^{2018}}{2018} + \frac{x^{2019}}{2019} \right) \Big|_{-1}^1 = \left( \frac{1^{2018}}{2018} + \frac{1^{2019}}{2019} \right) - \left( \frac{(-1)^{2018}}{2018} + \frac{(-1)^{2019}}{2019} \right) = \frac{2}{2019}$

Vậy  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$  sai.

**[Cách 2: Nhận xét tích phân]**

Ta thấy  $(1+x)^x \geq 1$  với mọi  $x \in [0; 1]$  nên  $\int_0^1 (1+x)^x dx \geq \int_0^1 1 dx = 1$ , vậy “ $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$

” là khẳng định sai.

**[Cách 3: Phương pháp trắc nghiệm]**

Nhập các phép tính sau vào máy tính để thu kết quả:

Phép tính	Kết quả
$\int_0^1 (1+x)^x dx$	$> 0$
$\int_0^1 \sin(1-x) dx - \int_0^1 \sin x dx$	$0$
$\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx - 2 \int_0^{\pi/2} \sin x dx$	$0$
$\int_{-1}^1 x^{2017} (1+x) dx - \frac{2}{2019}$	$0$

suy ra  $\int_0^1 (1+x)^x dx = 0$  là khẳng định sai.

**Câu 66.** Cho hàm số  $y = f(x)$  lẻ và liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **luôn đúng**?

A.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = -2 \int_0^2 f(x) dx$ .

B.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx$ .

C.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_{-2}^0 f(x) dx$ .

D.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Với hàm số  $f$  bất kỳ và số thực dương  $a$ , ta luôn nắm lòng 2 tính chất sau đây:

- Nếu  $f$  là hàm số lẻ trên đoạn  $[-a; a]$  thì  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ ,

- Nếu  $f$  là hàm số chẵn trên đoạn  $[-a; a]$  thì  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ .

Vậy trong bài này ta chọn  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ .

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Nếu học sinh không nắm rõ hai tính chất kể trên, có thể thay  $f$  bởi một hàm số đơn giản, xác định trên  $[-2; 2]$  và tính toán. Ví dụ  $f(x) = x$  với  $x \in [-2; 2]$ . Khi đó

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0,$

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx \neq 2\int_0^2 f(x)dx,$

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx \neq 2\int_{-2}^0 f(x)dx,$

♦  $\int_{-2}^2 f(x)dx \neq -2\int_0^2 f(x)dx.$

Vậy chọn  $\int_{-2}^2 f(x)dx = 0.$

**Câu 67.** Bài toán tính tích phân  $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx$  được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ  $t = (x+1)^2$ , suy ra  $dt = 2(x+1)dx$ ,

II. Từ đây suy ra  $\frac{dt}{2(x+1)} = dx \Rightarrow \frac{dt}{2\sqrt{t}} = dx$ . Bảng giá trị

$x$	$-2$	$1$
$t$	$1$	$4$

III. Vậy  $I = \int_{-2}^1 (x+1)^2 dx = \int_1^4 \frac{t}{2\sqrt{t}} dt = \frac{1}{3} \sqrt{t^3} \Big|_1^4 = \frac{7}{3}.$

Vậy học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Sai ở Bước III.

**B.** Sai từ Bước II.

C. Sai từ Bước I.

D. Bài giải đúng.

### Hướng dẫn giải

Khi đặt  $t = (x+1)^2$  với  $-2 \leq x \leq 1$  thì không suy ra  $\sqrt{t} = x+1$  được, vì  $x+1$  có thể bị âm khi  $-2 \leq x \leq -1$ .

**Câu 68.** Một học sinh được chỉ định lên bảng làm 4 bài toán tích phân. Mỗi bài giải đúng được 2,5 điểm, mỗi bài giải sai (sai kết quả hoặc sai bước tính nguyên hàm) được 0 điểm. Học sinh đã giải 4 bài toán đó như sau:

Bài	Đề bài	Bài giải của học sinh
1	$\int_0^1 e^{x^2} x dx$	$\int_0^1 e^{x^2} x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x^2} d(x^2) = \frac{e^{x^2}}{2} \Big _0^1 = \frac{e-1}{2}$

2	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx$	$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = [\ln  x^2 - x - 2 ]_0^1 = \ln 2 - \ln 2 = 0$
3	$\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx$	Đặt $t = \cos x$ , suy ra $dt = -\sin x dx$ . Khi $x = 0$ thì $t = 1$ ; khi $x = \pi$ thì $t = -1$ . Vậy $\int_0^\pi \sin 2x \cos x dx = 2 \int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx = -2 \int_1^{-1} t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big _{-1}^1 = \frac{4}{3}$
4	$\int_1^e \frac{1 + (4 - 2e) \ln x}{x} dx$	$\int_1^e \frac{1 + (4 - 2e) \ln x}{x} dx = \int_1^e [1 + (4 - 2e) \ln x] d(\ln x)$ $= [x + (4 - 2e) \ln^2 x]_1^e = 3 - e$

Số điểm mà học sinh này đạt được là bao nhiêu?

- A. 7,5 điểm.                      B. 2,5 điểm.                      C. 5,0 điểm.                      D. 10,0 điểm.

**Hướng dẫn giải**

Bài toán 2 giải sai. Cách giải đúng là

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 - x - 2} dx = \int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x-2)} dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| \Big|_0^1 = -\frac{2}{3} \ln 2$$

Bài toán 4 ra kết quả đúng, nhưng cách tính nguyên hàm sai hoàn toàn. Cách tính đúng là:

$$\int_1^e \frac{1 + (4 - 2e) \ln x}{x} dx = \int_1^e [1 + (4 - 2e) \ln x] d(\ln x) = [\ln x + (2 - e) \ln^2 x]_1^e = 3 - e$$

**[Kinh nghiệm]**

Kết quả đúng thì chưa chắc bài giải đúng.

**Câu 69.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  có nguyên hàm lần lượt là  $F$  và  $G$  trên đoạn  $[a; b]$ . Đẳng thức nào sau đây **luôn đúng**?

A.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)G(x)dx$ .

B.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$ .

C.  $\int_a^b f(x)G(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b F(x)g(x)dx$ .

$$D. \int_a^b f(x)G(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g(x)dx.$$

**Câu 70.** Tích phân  $I = \int_{-2}^0 xe^{-x} dx$  có giá trị bằng

A.  $-2e^2 + 1.$

B.  $3e^2 - 1.$

C.  $-e^2 + 1.$

D.  $-e^2 - 1.$

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Sử dụng tích phân từng phần, ta được

$$I = \int_{-2}^0 xe^{-x} dx = - \int_{-2}^0 x d(e^{-x}) = - \left[ (xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 - \int_{-2}^0 e^{-x} dx \right] = -(xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 + \int_{-2}^0 e^{-x} dx = -(xe^{-x}) \Big|_{-2}^0 - (e^{-x}) \Big|_{-2}^0 = -e^2 - 1.$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Dùng máy tính tính  $\int_{-2}^0 xe^{-x} dx$  như hình bên, thu được kết quả như hình bên. Loại được đáp án  $3e^2 - 1$ . Sau đó thử từng đáp án còn lại để tìm ra kết quả.

Math ▲  
 $\int_{-2}^0 xe^{-x} dx$   
 -8.389056099

**Câu 71.** Ta đã biết công thức tích phân từng phần  $\int_a^b F(x)g(x)dx = [F(x)G(x)]_a^b - \int_a^b f(x)G(x)dx$ , trong đó  $F$  và  $G$  là các nguyên hàm của  $f$  và  $g$ . Trong các biến đổi sau đây, sử dụng tích phân từng phần ở trên, biến đổi nào là **sai**?

A.  $\int_1^e (\ln x) x dx = \left( \frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big|_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx$ , trong đó  $F(x) = \ln x$ ,  $g(x) = x$ .

B.  $\int_0^1 xe^x dx = (xe^x) \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$ , trong đó  $F(x) = x$ ,  $g(x) = e^x$ .

C.  $\int_0^\pi x \sin x dx = (x \cos x) \Big|_0^\pi - \int_0^\pi \cos x dx$ , trong đó  $F(x) = x$ ,  $g(x) = \sin x$ .

D.  $\int_0^1 x 2^{x+1} dx = \left( x \frac{2^{x+1}}{\ln 2} \right) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{2^{x+1}}{\ln 2} dx$ , trong đó  $F(x) = x$ ,  $g(x) = 2^{x+1}$ .

**Câu 72.** Tích phân  $\int_0^{\pi} x \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $-\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$ .      D.  $-\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$ .

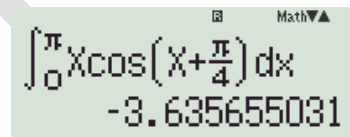
**Hướng dẫn giải**

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} x \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx &= \left[ x \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx = \pi \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \left[ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right]_0^{\pi} \\ &= -\frac{\pi\sqrt{2}}{2} + \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Dùng máy tính tính  $\int_0^{\pi} x \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx$  như hình bên, thu được kết quả như hình bên. Loại được các đáp án dương  $\frac{(\pi+2)\sqrt{2}}{2}$  và  $\frac{(\pi-2)\sqrt{2}}{2}$ . Sau đó thử từng đáp án còn lại để tìm ra kết quả.



**Câu 73.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  có nguyên hàm lần lượt là  $F$  và  $G$  trên đoạn  $[0;2]$ . Biết rằng  $F(0) = 0$ ,  $F(2) = 1$ ,  $G(0) = -2$ ,  $G(2) = 1$  và  $\int_0^2 F(x)g(x)dx = 3$ . Tích phân

$\int_0^2 f(x)G(x)dx$  có giá trị bằng

- A. 3.      B. 0.      C. -2.      D. -4.

**Hướng dẫn giải**

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(x)G(x)dx &= \left[ F(x)G(x) \right]_0^2 - \int_0^2 F(x)g(x)dx = F(2)G(2) - F(0)G(0) - \int_0^2 F(x)g(x)dx \\ &= 1 \times 1 - 0 \times (-2) - 3 = -2. \end{aligned}$$

**Câu 74.** Cho hai hàm số liên tục  $f$  và  $g$  có nguyên hàm lần lượt là  $F$  và  $G$  trên đoạn  $[1;2]$ . Biết rằng  $F(1)=1$ ,  $F(2)=4$ ,  $G(1)=\frac{3}{2}$ ,  $G(2)=2$  và  $\int_1^2 f(x)G(x)dx = \frac{67}{12}$ . Tích phân

$\int_1^2 F(x)g(x)dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{11}{12}$ .                      B.  $-\frac{145}{12}$ .                      C.  $-\frac{11}{12}$ .                      D.  $\frac{145}{12}$ .

**Hướng dẫn giải**

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_1^2 F(x)g(x)dx &= [F(x)G(x)]_1^2 - \int_1^2 f(x)G(x)dx = F(2)G(2) - F(1)G(1) - \int_1^2 f(x)G(x)dx \\ &= 4 \times 2 - 1 \times \frac{3}{2} - \frac{67}{12} = \frac{11}{12}. \end{aligned}$$

**Câu 75.** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a < b$  và  $\int_a^b x \sin x dx = \pi$ , đồng thời  $a \cos a = 0$  và

$b \cos b = -\pi$ . Tích phân  $\int_a^b \cos x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{145}{12}$ .                      B.  $\pi$ .                      C.  $-\pi$ .                      D.  $0$ .

**Hướng dẫn giải**

Áp dụng công thức tích phân từng phần, ta có

$$\begin{aligned} \int_a^b x \sin x dx &= -[x \cos x]_a^b + \int_a^b \cos x dx \Rightarrow \int_a^b \cos x dx = [x \cos x]_a^b + \int_a^b x \sin x dx \\ &= b \cos b - a \cos a + \pi = -\pi - 0 + \pi = 0. \end{aligned}$$

**Câu 76.** Cho tích phân:  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1-\ln x}}{2x} dx$ . Đặt  $u = \sqrt{1-\ln x}$ . Khi đó  $I$  bằng

- A.  $I = \int_1^0 u^2 du$ .                      B.  $I = -\int_1^0 u^2 du$ .                      C.  $I = \int_1^0 \frac{u^2}{2} du$ .                      D.  $I = -\int_0^1 u^2 du$ .

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

Đặt  $u = \sqrt{1-\ln x} \Rightarrow u^2 = 1-\ln x \Rightarrow \frac{dx}{x} = -2u du$ . Với  $x=1 \Rightarrow u=1$ ,  $x=e \Rightarrow u=0$ .

Khi đó  $I = -\int_1^0 u^2 du$ .

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1: Bấm máy tính để tính  $\int_1^e \frac{\sqrt{1-\ln x}}{2x} dx$

Bước 2: Bấm SHIFT STO A để lưu vào biến A.

Bước 3: Bấm  $A - \left(-\int_1^0 u^2 du\right) = 0$ . Vậy đáp án là A.

**Câu 77.** Tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 7x + 12} dx$  có giá trị bằng

- A.  $5 \ln 2 - 6 \ln 3$ .      B.  $1 + 2 \ln 2 - 6 \ln 3$ .      C.  $3 + 5 \ln 2 - 7 \ln 3$ .      **D.**  
 $1 + 25 \ln 2 - 16 \ln 3$ .

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Ta có  $I = \int_1^2 \left(1 + \frac{16}{x-4} - \frac{9}{x-3}\right) dx = (x + 16 \ln|x-4| - 9 \ln|x-3|) \Big|_1^2 = 1 + 25 \ln 2 - 16 \ln 3$ .

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bấm máy tính  $\int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 7x + 12} dx - (1 + 25 \ln 2 - 16 \ln 3)$  được đáp số là 0.

**Câu 78.** Tích phân  $I = \int_1^2 x^5 dx$  có giá trị là:

- A.  $\frac{19}{3}$ .      B.  $\frac{32}{3}$ .      C.  $\frac{16}{3}$ .      **D.**  $\frac{21}{2}$ .

Hướng dẫn giải

Ta có:  $I = \int_1^2 x^5 dx = \frac{x^6}{6} \Big|_1^2 = \frac{21}{2}$ .



**Câu 79.** Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)^3}$  bằng

A.  $-\frac{1}{7}$ .

B.  $\frac{1}{6}$ .

C.  $\frac{1}{8}$ .

D. 12.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \frac{x}{(x+1)^3} = \frac{x+1-1}{(x+1)^3} = (x+1)^{-2} - (x+1)^{-3} \Rightarrow I = \int_0^1 [(x+1)^{-2} - (x+1)^{-3}] dx = \frac{1}{8}.$$

**Câu 80.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2-x) \sin x dx$ . Đặt  $u = 2-x$ ,  $dv = \sin x dx$  thì  $I$  bằng

A.  $-(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

B.  $-(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

C.  $(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

D.  $(2-x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2-x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = -\cos x \end{cases}. \text{ Vậy } I = -(2-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx.$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

[hoc360.net](http://hoc360.net)

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

**Câu 81.** Tích phân  $\int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$ .      B.  $\int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$ .      C.  $\frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$ .      D.  $\frac{3}{2} \int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 1 + x^2 \Rightarrow dt = 2x dx$ . Vậy  $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2^5} = \frac{1}{128}$ .

**Câu 82.** Tích phân  $I = \int_1^{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{x(x^4+1)} dx$  bằng

- A.  $\ln \frac{3}{2}$ .      B.  $\frac{1}{3} \ln \frac{3}{2}$ .      C.  $\frac{1}{5} \ln \frac{3}{2}$ .      D.  $\frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx$ . Vậy  $I = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt[3]{3}} \left( \frac{1}{t} - \frac{t}{t^2+1} \right) dt = \frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$ .

**Câu 83.** Cho hai tích phân  $I = \int_0^2 x^3 dx$ ,  $J = \int_0^2 x dx$ . Tìm mối quan hệ giữa I và J

- A.  $I \cdot J = 8$ .      B.  $I \cdot J = \frac{32}{5}$ .      C.  $I - J = \frac{128}{7}$ .      D.  $I + J = \frac{64}{9}$ .

**Hướng dẫn giải**

$I = \int_0^2 x^3 dx = 4$  và  $J = \int_0^2 x dx = 2$ , suy ra  $I \cdot J = 8$ .

**Câu 84.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $\int_1^a e^{x+1} dx = e^4 - e^2$ , khi đó  $a$  có giá trị bằng

- A. -1.      B. 3.      C. 0.      D. 2.

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

Ta có  $\int_1^a e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_1^a = e^{a+1} - e^2 = e^4 - e^2 \Rightarrow a = 3$ .

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thế từng đáp án vào và bấm máy

$$\int_1^3 e^{x+1} dx - (e^4 - e^2) = 0 \quad \int_1^{-1} e^{x+1} dx - (e^4 - e^2) \approx -53,5981$$

$$\int_1^0 e^{x+1} dx - (e^4 - e^2) \approx -51,8798 \quad \int_1^2 e^{x+1} dx - (e^4 - e^2) \approx -34,5126.$$

**Câu 85.** Tích phân  $\int_0^2 ke^x dx$  (với  $k$  là hằng số) có giá trị bằng

- A.  $k(e^2 - 1)$ .      B.  $e^2 - 1$ .      C.  $k(e^2 - e)$ .      D.  $e^2 - e$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int_0^2 ke^x dx = ke^x \Big|_0^2 = k(e^2 - 1)$ .

**Câu 86.** Với hằng số  $k$ , tích phân nào sau đây có giá trị khác với các tích phân còn lại ?

- A.  $\int_0^1 k(e^2 - 1) dx$ .      B.  $\int_0^2 ke^x dx$ .      C.  $\int_0^{\frac{2}{3}} 3ke^{3x} dx$ .      D.  $\int_0^{\frac{2}{3}} ke^{2x} dx$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có

- ♦  $\int_0^{\frac{2}{3}} ke^{2x} dx = \frac{k}{2} e^{2x} \Big|_0^{\frac{2}{3}} = \frac{k}{2} (e^{\frac{4}{3}} - 1)$
- ♦  $\int_0^2 ke^x dx = ke^x \Big|_0^2 = k(e^2 - 1)$
- ♦  $\int_0^{\frac{2}{3}} 3ke^{3x} dx = ke^{3x} \Big|_0^{\frac{2}{3}} = k(e^2 - 1)$
- ♦  $\int_0^1 k(e^2 - 1) dx = kx(e^2 - 1) \Big|_0^1 = k(e^2 - 1)$ .

**Câu 87.** Với số thực  $k$ , xét các phát biểu sau:

- (I)  $\int_{-1}^1 dx = 2$ ;      (II)  $\int_{-1}^1 k dx = 2k$ ;      (III)  $\int_{-1}^1 x dx = 2x$ ;      (IV)  $\int_0^1 3kx^2 dx = 2k$ .

Số phát biểu đúng là

- A. 4.      B. 3.      C. 1.      D. 2.

**Hướng dẫn giải**

(III): sai

**Câu 88.** Cho hàm số  $f$  và  $g$  liên tục trên đoạn  $[1;5]$  sao cho  $\int_1^5 f(x)dx = -7$  và  $\int_1^5 g(x)dx = 5$  và

$$\int_1^5 [g(x) - kf(x)]dx = 19 \text{ Giá trị của } k \text{ là:}$$

- A. 2.                      B. 6.                      C. 2.                      D. -2.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int_1^5 [g(x) - kf(x)]dx = 19 \Leftrightarrow \int_1^5 g(x)dx - k \int_1^5 f(x)dx = 19$$

$$\Leftrightarrow 5 - k(-7) = 19 \Leftrightarrow k = 2.$$

**Câu 89.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Nếu  $\int_1^5 2f(x)dx = 2$  và  $\int_1^3 f(x)dx = 7$  thì  $\int_3^5 f(x)dx$  có giá trị bằng:

- A. 5.                      B. -6.                      C. 9.                      D. -9.

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

$$\text{Ta có } \int_3^5 f(x)dx = \int_3^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = -\int_1^3 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx = -7 + \frac{2}{2} = -6.$$

**Câu 90.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0;3]$ . Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = 4$  và tích phân

$$\int_1^2 [kx - f(x)]dx = -1 \text{ giá trị } k \text{ bằng}$$

- A. 7.                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C. 5.                      D. 2.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } \int_1^2 [kx - f(x)]dx = -1 \Leftrightarrow k \int_1^2 xdx - \int_1^2 f(x)dx = k \frac{3}{2} - 4 = -1 \Leftrightarrow k = 2.$$

**Câu 91.** Tích phân  $\int_1^e (2x-5) \ln x dx$  bằng

A.  $-(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5)dx$ .                      B.  $(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e + \int_1^e (x-5)dx$ .

C.  $(x^2 - 5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5)dx$ .                      D.  $(x-5) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x^2 - 5x)dx$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt 
$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = (2x-5)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x^2 - 5x \end{cases} .$$
 Vậy

$$\int_1^e (2x-5) \ln x dx = (x^2-5x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (x-5) dx .$$

**Câu 92.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{-5\pi}{8}$ .      B.  $\frac{\pi}{2}$ .      C.  $\frac{3\pi}{8}$ .      D.  $\frac{\pi}{8}$ .

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) \cos 2x dx = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2 \cos 2x + \cos 4x) dx \\ &= \frac{1}{4} \left( x + \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{8} . \end{aligned}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Chuyển chế độ radian: SHIFT MODE 4.

Bấm máy  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx - \frac{\pi}{8} = 0$ . Vậy đáp án là  $\frac{\pi}{8}$ .

**Câu 93.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx$  có giá trị bằng

- A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

$$\frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} = \frac{4 \sin^3 x (1 - \cos x)}{\sin^2 x} = 4 \sin x - 4 \sin x \cos x = 4 \sin x - 2 \sin 2x$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 \sin x - 2 \sin 2x) dx = 2 .$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

Chuyển chế độ radian: SHIFT MODE 4

Bấm máy tính  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx - 2 = 0$ . Vậy đáp án là 2.

**Câu 94.** Tích phân  $I = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$  có giá trị bằng

- A.  $4\sqrt{2}$ .                      B.  $3\sqrt{2}$ .                      C.  $\sqrt{2}$ .                      D.  $-\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2} dx = \int_0^{2\pi} \left| \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right| dx = \sqrt{2} \int_0^{2\pi} \left| \sin \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| dx \\ &= \sqrt{2} \left[ \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \sin \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) dx - \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) dx \right] = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bấm máy tính  $I = \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx - 4\sqrt{2}$  được đáp số là 0. Vậy đáp án là  $4\sqrt{2}$ .

**Câu 95.** Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\ln 3 - \frac{3}{5}$ .                      B.  $\ln 2 - 2$ .                      C.  $\ln 2 - \frac{3}{4}$ .                      D.  $\ln 2 - \frac{3}{8}$ .

**Hướng dẫn giải**

[Phương pháp tự luận]

$$\begin{aligned} \text{Ta có } I &= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(1 - \cos^2 x) \sin x}{\cos x} dx. \text{ Đặt } t = \cos x \\ \Rightarrow I &= -\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{1 - u^2}{u} du = \ln 2 - \frac{3}{8}. \end{aligned}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bấm máy tính  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx - \left( \ln 2 - \frac{3}{8} \right)$  được đáp số là 0. Vậy đáp án là  $\ln 2 - \frac{3}{8}$ .

**Câu 96.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(x) + f(-x) = \cos^4 x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của tích

phân  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  là

- A.  $-2$ .                      **B.  $\frac{3\pi}{16}$ .**                      C.  $\ln 2 - \frac{3}{4}$ .                      D.  $\ln 3 - \frac{3}{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

$$\begin{aligned} \text{Đặt } x = -t \Rightarrow \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(-t)(-dt) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-t) dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x) dx \\ \Rightarrow 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + f(-x)] dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx \Rightarrow I = \frac{3\pi}{16}. \end{aligned}$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Bấm máy tính  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx - \frac{3\pi}{16}$  được đáp số là 0. Vậy đáp án là  $\frac{3\pi}{16}$ .

**Câu 97.** Nếu  $\int_{-2}^0 (5 - e^{-x}) dx = K - e^2$  thì giá trị của  $K$  là:

- A. 11.**                      B. 9.                      C. 7.                      D. 12,5.

**Hướng dẫn giải**

$$K = \int_{-2}^0 (5 - e^{-x}) dx + e^2 = (5x + e^{-x}) \Big|_{-2}^0 + e^2 = 11.$$

**Câu 98.** Cho tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+3\cos x} \cdot \sin x dx$ . Đặt  $u = \sqrt{3\cos x + 1}$ . Khi đó  $I$  bằng

- A.  $\frac{2}{3} \int_1^3 u^2 du$ .                      B.  $\frac{2}{3} \int_0^2 u^2 du$ .                      **C.  $\frac{2}{9} u^3 \Big|_1^2$ .**                      D.  $\int_1^3 u^2 du$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $u = \sqrt{3\cos x + 1} \Rightarrow 2udu = -3\sin x dx$ . Khi  $x = 0 \Rightarrow u = 2$ ;  $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 1$ .



Khi đó  $I = \frac{2}{3} \int_1^2 u^2 du = \frac{2}{9} u^3 \Big|_1^2$ .

**Câu 99.** Tích phân  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{8 \ln x + 1}}{x} dx$  bằng

- A. -2.                      **B.**  $\frac{13}{6}$ .                      C.  $\ln 2 - \frac{3}{4}$ .                      D.  $\ln 3 - \frac{3}{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Đặt  $t = \sqrt{8 \ln x + 1} \Rightarrow t dt = \frac{4}{x} dx$ . Với  $x = 1 \Rightarrow t = 1$ ,  $x = e \Rightarrow t = 3$ . Vậy

$$I = \frac{1}{4} \int_1^3 t^2 dt = \frac{t^3}{12} \Big|_1^3 = \frac{13}{6}.$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Bấm máy tính  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{8 \ln x + 1}}{x} dx$  được đáp số là  $\frac{13}{6}$ . Vậy đáp án là  $\frac{13}{6}$ .

**Câu 100.** Tích phân  $\int_{-1}^5 |x^2 - 2x - 3| dx$  có giá trị bằng

- A. 0.                      **B.**  $\frac{64}{3}$ .                      C. 7.                      D. 12,5.

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} \int_{-1}^5 |x^2 - 2x - 3| dx &= \int_{-1}^3 |(x-3)(x+1)| dx = -\int_{-1}^3 (x^2 - 2x - 3) dx + \int_3^5 (x^2 - 2x - 3) dx \\ &= -\left(\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x\right) \Big|_{-1}^3 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - 3x\right) \Big|_3^5 = \frac{64}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 101.** Tìm  $a$  để  $\int_1^2 (3 - ax) dx = -3$ ?

- A. 2.                      **B.** 9.                      C. 7.                      **D.** 4.

**Hướng dẫn giải**

$$\int_1^2 (3 - ax) dx = -3 \Leftrightarrow \left[3x - \frac{a}{2}x^2\right] \Big|_1^2 = -3 \Leftrightarrow a = 4.$$

**Câu 102.** Nếu  $\int_2^5 k^2(5-x^3) dx = -549$  thì giá trị của  $k$  là:

- A.  $\pm 2$                       B. 2.                      C.  $-2$  .                      D. 5.

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

$$\int_2^5 k^2(5-x^3) dx = -549 \Leftrightarrow k^2 \left( 5x - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_2^5 = -549 \Leftrightarrow k^2 = \frac{-549}{\frac{-549}{4}} = 4 \Leftrightarrow k = \pm 2.$$

**Câu 103.** Tích phân  $\int_2^3 \frac{x^2-x+4}{x+1} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{3} + 6 \ln \frac{4}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{2} + 6 \ln \frac{4}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{2} - \ln \frac{4}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2} + \ln \frac{4}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_2^3 \frac{x^2-x+4}{x+1} dx = \int_2^3 \left( x-2 + \frac{6}{x+1} \right) dx = \left( \frac{x^2}{2} - 2x + 6 \ln|x+1| \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{2} + 6 \ln \frac{4}{3}.$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

*Bước 1:* Bấm máy tính để tính  $\int_2^3 \frac{x^2-x+4}{x+1} dx$

*Bước 2:* Bấm SHIFT STO A để lưu vào biến A.

*Bước 3:* Bấm  $A - \left( \frac{1}{2} + 6 \ln \frac{4}{3} \right) = 0$ . Vậy đáp án là  $\frac{1}{2} + 6 \ln \frac{4}{3}$ .

**Câu 104.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá

trị của tích phân  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  là

- A. 2.                      B.  $-7$ .                      C. 7.                      D.  $-2$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

$$\text{Ta có } I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \quad (1)$$

Tính  $I_1 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(x)dx$ . Đặt  $x = -t \Rightarrow dx = -dt \Rightarrow I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(-t)dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(-x)dx$ .

Thay vào (1), ta được

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(-x) + f(x)] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2(1 + \cos 2x)} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x| dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2.$$

**Câu 105.** Tìm  $m$  để  $\int_m^2 (3-2x)^4 dx = \frac{122}{5}$  ?

A. 0.

B. 9.

C. 7.

D. 2.

**Hướng dẫn giải**

$$A = \int_m^2 (3-2x)^4 dx = -\frac{1}{10} (3-2x)^5 \Big|_m^2 = -\frac{1}{10} [(3-4)^5 - (3-2m)^5] = \frac{122}{5} \Rightarrow m = 0.$$

### 4.3 TÍCH PHÂN

#### I. VẬN DỤNG THẤP

**Câu 106.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$  là

A.  $\frac{\pi}{6}$ .

B.  $\frac{\pi}{4}$ .

C.  $\frac{\pi}{3}$ .

D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $x = \sin t$ ,  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \cos t dt$ . Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow t = 0$ ,  $x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$ .

Vậy  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{\sqrt{1-\sin^2 t}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{|\cos t|} dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{6} - 0 = \frac{\pi}{6}$ .

**Câu 107.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  là

A.  $I = \frac{\pi}{2}$ .

B.  $I = \frac{3\pi}{4}$ .

C.  $I = \frac{\pi}{4}$ .

D.  $I = \frac{5\pi}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $x = \tan t$ ,  $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = (\tan^2 x + 1) dt$ .

Đổi cận  $x = 0 \Rightarrow t = 0$ ,  $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$ , suy ra  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 t + 1}{1 + \tan^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 108.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$  là

- A.  $I = \frac{5\pi}{12}$ .      B.  $I = \frac{\pi}{6}$ .      C.  $I = \frac{3\pi}{12}$ .      D.  $I = \frac{\pi}{12}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2} = \int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{dx}{1 + (x+1)^2}. \text{ Đặt } x+1 = \tan t$$

**Câu 109.** Tích phân  $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx$  có giá trị là

- A.  $\frac{4}{3}\sqrt{6} - \frac{10}{9}\sqrt{3}$ .      B.  $\frac{4}{3}\sqrt{7} - \frac{10}{9}\sqrt{5}$ .      C.  $\frac{4}{3}\sqrt{6} - \frac{10}{9}\sqrt{5}$ .      D.  $\frac{2}{3}\sqrt{6} - \frac{10}{9}\sqrt{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $t = x^3 + 5 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$ . Khi  $x = 0$  thì  $t = 5$ ; khi  $x = 1$  thì  $t = 6$ .

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 x^2 \sqrt{x^3 + 5} dx = \int_5^6 \sqrt{t} \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_5^6 (t)^{\frac{1}{2}} dt = \frac{1}{3} \left. \frac{(t)^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} \right|_5^6 = \frac{2}{9} t \sqrt{t} \Big|_5^6 = \frac{4}{3} \sqrt{6} - \frac{10}{9} \sqrt{5}.$$

**Câu 110.** Tích phân  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$  có giá trị là

- A.  $\frac{\pi}{4}$ .      B.  $\frac{\pi}{2}$ .      C.  $\frac{\pi}{3}$ .      D.  $\pi$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $x = 2 \sin t$ ,  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Khi  $x = 0$  thì  $t = 0$ . Khi  $x = 2$  thì  $t = \frac{\pi}{2}$ .

Từ  $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$

$$\text{Vậy } \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \pi.$$

**Câu 111.** Tích phân  $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$  có giá trị là

- A.  $\frac{3\sqrt{2}-1}{3}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$ .      C.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{2}-1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2+1 \Rightarrow x^2 = t^2-1 \Rightarrow dx = \frac{t dt}{x}.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}.$$

**Câu 112.** Tích phân  $I = \int_{-1}^0 x^3\sqrt{x+1} dx$  có giá trị là

- A.  $-\frac{9}{28}$ .      B.  $-\frac{3}{28}$ .      C.  $\frac{3}{28}$ .      D.  $\frac{9}{28}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow t^3 = x+1 \Rightarrow dx = 3t^2 dt.$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 3t^3(t^3-1) dt = 3 \left( \frac{t^7}{7} - \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1 = -\frac{9}{28}.$$

**Câu 113.** Giá trị của tích phân  $I = 2 \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x+1)\sqrt{x+1}}$  là

- A.  $\frac{16-10\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{16-11\sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\frac{16-10\sqrt{2}}{4}$ .      D.  $\frac{16-11\sqrt{2}}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = dx.$$

$$\text{Ta có } I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{(t^2-1)^2}{t^3} \cdot 2t dt = 2 \int_1^{\sqrt{2}} \left( t - \frac{1}{t} \right)^2 dt = 2 \left( \frac{t^3}{3} - 2t - \frac{1}{t} \right) \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{16-11\sqrt{2}}{3}$$

**Câu 114.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 x^5(1-x^3)^6 dx$  là

- A.  $\frac{1}{167}$ .      B.  $\frac{1}{168}$ .      C.  $\frac{1}{166}$ .      D.  $\frac{1}{165}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 1 - x^3 \Rightarrow dt = -3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{-dt}{3x^2}$ , ta có

$$I = \frac{1}{3} \int_0^1 t^6 (1-t) dt = \frac{1}{3} \int_0^1 (t^6 - t^7) dt = \frac{1}{3} \left( \frac{t^7}{7} - \frac{t^8}{8} \right) = \frac{1}{168}.$$

**Câu 115.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^3 \frac{2x^2 + x - 1}{\sqrt{x+1}} dx$  là

- A.  $\frac{53}{5}$ .                      B.  $\frac{54}{5}$ .                      C.  $\frac{52}{5}$ .                      D.  $\frac{51}{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $\sqrt{x+1} = t \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt$ . Khi  $x = 0 \Rightarrow t = 1$ ,  $x = 3 \Rightarrow t = 2$ .

Vậy

$$I = \int_1^2 \frac{2(t^2 - 1)^2 + (t^2 - 1) - 1}{t} 2t dt = 2 \int_1^2 (2t^4 - 3t^2) dt = \left( \frac{4t^5}{5} - 2t^3 \right) \Big|_1^2 = \frac{128}{5} - \frac{4}{5} - 16 + 2 = \frac{54}{5}.$$

**Câu 116.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 \sqrt{\frac{3-x}{1+x}} dx$  là

- A.  $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2} + 2$ .                      B.  $\frac{\pi}{3} - \sqrt{2} + 2$ .                      C.  $\frac{\pi}{3} - \sqrt{3} + 2$ .                      D.

$\frac{\pi}{2} - \sqrt{3} + 2$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = \sqrt{\frac{3-x}{1+x}} \Rightarrow I = 8 \int_1^{\sqrt{3}} \frac{t^2 dt}{(t^2 + 1)^2}$ ; đặt  $t = \tan u$ .... ĐS:  $I = \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} + 2$ .

**Chú ý:** Phân tích  $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{1+x}} dx$ , rồi đặt  $t = \sqrt{1+x}$  sẽ tính nhanh hơn.

**Câu 117.** Giá trị của tích phân  $\int_0^1 (2x+1)^5 dx$  là

- A.  $30\frac{1}{3}$ .                      B.  $60\frac{1}{3}$ .                      C.  $60\frac{2}{3}$ .                      D.  $30\frac{2}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $u = 2x+1$  khi  $x = 0$  thì  $u = 1$ . Khi  $x = 1$  thì  $u = 3$

Ta có:  $du = 2dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2}$ .

Do đó:  $\int_0^1 (2x+1)^5 dx = \frac{1}{2} \int_1^3 u^5 du = \frac{u^6}{12} \Big|_1^3 = \frac{1}{12}(3^6 - 1) = 60 \frac{2}{3}$ .

**Câu 118.** Giá trị của tích phân  $\int_0^1 \frac{4x+2}{x^2+x+1} dx$  là

- A.  $\ln 2$ .                      B.  $\ln 3$ .                      C.  $2 \ln 2$ .                      D.  $2 \ln 3$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $u = x^2 + x + 1$ . Khi  $x = 0$  thì  $u = 1$ . Khi  $x = 1$  thì  $u = 3$ .

Ta có:  $du = (2x+1)dx$ .

Do đó:  $\int_0^1 \frac{4x+2}{x^2+x+1} dx = \int_1^3 \frac{2du}{u} = 2 \ln |u| \Big|_1^3 = 2(\ln 3 - \ln 1) = 2 \ln 3$ .

**Câu 119.** Giá trị của tích phân  $\int_1^2 \frac{dx}{(2x-1)^2}$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $u = 2x - 1$ . Khi  $x = 1$  thì  $u = 1$ . Khi  $x = 2$  thì  $u = 3$ .

Ta có  $du = 2dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2}$ .

Do đó  $\int_1^2 \frac{dx}{(2x-1)^2} = \frac{1}{2} \int_1^3 \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{2u} \Big|_1^3 = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{1}{3}$ .

**Câu 120.** Giá trị của tích phân  $\int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} dx$  là

- A.  $3 + 3 \ln \frac{3}{2}$ .                      B.  $3 + 6 \ln \frac{3}{2}$ .                      C.  $-3 + 6 \ln \frac{3}{2}$ .                      D.  $-3 + 3 \ln \frac{3}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow u^2 - 1 = x \Rightarrow 2udu = dx$ ; đổi cận:  $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow u = 1 \\ x = 3 \Rightarrow u = 2 \end{cases}$

Ta có

$$\int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} dx = \int_1^2 \frac{2u^3-8u}{u^2+3u+2} du = \int_1^2 (2u-6) du + 6 \int_1^2 \frac{1}{u+1} du$$

$$= (u^2-6u) \Big|_1^2 + 6 \ln|u+1| \Big|_1^2 = -3 + 6 \ln \frac{3}{2}.$$

**Câu 121.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_0^4 \frac{x+1}{(1+\sqrt{1+2x})^2} dx$  là

- A.  $2 \ln 2 - \frac{1}{2}$ .      B.  $2 \ln 2 - \frac{1}{3}$ .      C.  $2 \ln 2 - \frac{1}{4}$ .      D.  $\ln 2 - \frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = 1 + \sqrt{1+2x} \Rightarrow dt = \frac{dx}{\sqrt{1+2x}} \Rightarrow dx = (t-1)dt$  và  $x = \frac{t^2-2t}{2}$

Đổi cận:

$x$	$0$	$4$
$t$	$2$	$4$

Ta có

$$I = \frac{1}{2} \int_2^4 \frac{(t^2-2t+2)(t-1)}{t^2} dt = \frac{1}{2} \int_2^4 \frac{t^3-3t^2+4t-2}{t^2} dt = \frac{1}{2} \int_2^4 \left( t-3+\frac{4}{t}-\frac{2}{t^2} \right) dt$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{t^2}{2} - 3t + 4 \ln|t| + \frac{2}{t} \right) \Big|_2^4 = 2 \ln 2 - \frac{1}{4}$$

**Câu 122.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}} dx$  là

- A.  $\frac{1}{900} [2^{100} - 1]$ .      B.  $\frac{1}{900} [2^{101} - 1]$ .      C.  $\frac{1}{900} [2^{99} - 1]$ .      D.  $\frac{1}{900} [2^{98} - 1]$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^2} \frac{dx}{(2x+1)^{99}} = \frac{1}{9} \int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)} d\left(\frac{7x-1}{2x+1}\right) = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{100} \left(\frac{7x-1}{2x+1}\right)^{100} \Big|_0^1 = \frac{1}{900} [2^{100} - 1]$$

**Câu 123.** Tích phân  $I = \int_1^2 \frac{x^{2001}}{(1+x^2)^{1002}} dx$  có giá trị là



A.  $\frac{1}{2002 \cdot 2^{1001}}$       B.  $\frac{1}{2001 \cdot 2^{1001}}$       C.  $\frac{1}{2001 \cdot 2^{1002}}$       D.  $\frac{1}{2002 \cdot 2^{1002}}$

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_1^2 \frac{x^{2004}}{x^3(1+x^2)^{1002}} dx = \int_1^2 \frac{1}{x^3 \left(\frac{1}{x^2} + 1\right)^{1002}} dx. \text{ Đặt } t = \frac{1}{x^2} + 1 \Rightarrow dt = -\frac{2}{x^3} dx.$$

**Câu 124.** Giá trị của tích phân  $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) dx$  là

A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $-\frac{\sqrt{2}}{3}$       C.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$       D.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $u = 3x - \frac{2\pi}{3}$ . Khi  $x = \frac{\pi}{3}$  thì  $u = \frac{\pi}{3}$ , khi  $x = \frac{2\pi}{3}$  thì  $u = \frac{4\pi}{3}$ .

Ta có  $du = 3dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3}$ .

Do đó:

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\left(3x - \frac{2\pi}{3}\right) dx = \frac{1}{3} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} \cos u du = \frac{1}{3} \sin u \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} = \frac{1}{3} \left( \sin \frac{4\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Câu 125.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx$  là

A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{8}$       C.  $\frac{\pi}{4}$       D.  $\frac{\pi}{2}$

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) \cos 2x dx = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2 \cos 2x + \cos 4x) dx \\ &= \frac{1}{4} \left( x + \sin 2x + \frac{1}{4} \sin 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{8} \end{aligned}$$

**Câu 126.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  là

- A.  $\frac{\pi^2}{2}$ .                      B.  $\frac{\pi^2}{6}$ .                      C.  $\frac{\pi^2}{8}$ .                      D.  $\frac{\pi^2}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$x = \pi - t \Rightarrow dx = -dt \Rightarrow I = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - t) \sin t}{1 + \cos^2 t} dt = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin t}{1 + \cos^2 t} dt - I$$

$$\Rightarrow 2I = \pi \int_0^{\pi} \frac{\sin t}{1 + \cos^2 t} dt = -\pi \int_0^{\pi} \frac{d(\cos t)}{1 + \cos^2 t} = \pi \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \Rightarrow I = \frac{\pi^2}{4}$$

**Câu 127.** Giá trị tích phân  $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x + 1) \cos x dx$  là

- A.  $\frac{2}{5}$ .                      B.  $\frac{3}{5}$ .                      C.  $\frac{4}{5}$ .                      D.  $\frac{6}{5}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x + 1) \cos x dx = \left( \frac{1}{5} \sin^5 x + \sin x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{6}{5}$$

**Câu 128.** Giá trị tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx$  là

- A.  $\frac{3}{2} \ln 2$ .                      B.  $\frac{1}{2} \ln 3$ .                      C.  $\ln 2$ .                      D.  $\frac{1}{2} \ln 2$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1 + \sin 2x} \Rightarrow t^2 = 1 + \sin 2x \Rightarrow 2tdt = 2 \cos 2x dx$$

$$\Rightarrow dx = \frac{tdt}{t(\cos x - \sin x)} \Rightarrow I = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{t} dt = \ln |t| \Big|_1^{\sqrt{2}} = \ln(\sqrt{2}) = \frac{1}{2} \ln 2$$

**Câu 129.** Giá trị tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x} dx$  là

- A.  $\frac{2}{3} \ln 2$ .                      B.  $\frac{2}{3} \ln 4$ .                      C.  $\frac{1}{3} \ln 4$ .                      D.  $\frac{1}{3} \ln 2$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = 1 + 3 \cos x \Rightarrow dt = -3 \sin x dx \Rightarrow dx = \frac{-dt}{3 \sin x} \Rightarrow I = \frac{1}{3} \int_1^4 \frac{1}{t} dt = \frac{\ln|t|}{3} = \frac{1}{3} \ln 4$$

**Câu 130.** Giá trị của tích phân  $I = 2 \int_1^2 \sqrt[6]{1 - \cos^3 x} \cdot \sin x \cdot \cos^5 x dx$  là

- A.  $\frac{21}{91}$ .                      **B.  $\frac{12}{91}$ .**                      C.  $\frac{21}{19}$ .                      D.  $\frac{12}{19}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \sqrt[6]{1 - \cos^3 x} \Leftrightarrow t^6 = 1 - \cos^3 x \Rightarrow 6t^5 dt = 3 \cos^2 x \sin x dx$$

$$\Rightarrow dx = \frac{2t^5 dt}{\cos^2 x \sin x} \Rightarrow I = 2 \int_0^1 t^6 (1 - t^6) dt = 2 \left( \frac{t^7}{7} - \frac{t^{13}}{13} \right) \Big|_0^1 = \frac{12}{91}$$

**Câu 131.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{(\sin x + \cos x)^3} dx$  là

- A.  $\frac{1}{8}$ .                      **B.  $\frac{3}{8}$ .**                      C.  $\frac{5}{8}$ .                      D.  $\frac{7}{8}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{(\sin x + \cos x)^3} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{(\tan x + 1)^3 \cos^2 x} dx. \text{ Đặt } t = \tan x + 1$$

**Câu 132.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$  là

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      **B.  $\frac{1}{3}$ .**                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{6}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt: } x = \frac{\pi}{2} - u \Rightarrow dx = -du. \text{ Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow u = \frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 0.$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - u\right) du}{\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - u\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - u\right)\right]^3} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$$

$$\text{Vậy: } 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x + \cos x}{(\sin x + \cos x)^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2} =$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

**Câu 133.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin^2 x dx$  là

- A.  $I = \frac{\pi}{32}$ .      B.  $I = \frac{\pi}{16}$ .      C.  $I = \frac{\pi}{8}$ .      D.  $I = \frac{\pi}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin^2 x dx = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin^2 2x dx = \frac{1}{16} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4x) dx + \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \sin^2 2x dx$$

$$= \left( \frac{x}{16} - \frac{1}{64} \sin 4x + \frac{\sin^3 2x}{24} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{32}.$$

**Câu 134.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^6 x + \cos^6 x) dx$  là

- A.  $I = \frac{32}{128} \pi$ .      B.  $I = \frac{33}{128} \pi$ .      C.  $I = \frac{31}{128} \pi$ .      D.

$$I = \frac{30}{128} \pi.$$

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có: } (\sin^4 x + \cos^4 x)(\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{33}{64} + \frac{7}{16} \cos 4x + \frac{3}{64} \cos 8x \Rightarrow I = \frac{33}{128} \pi.$$

**Câu 135.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\sqrt{\sin^6 x + \cos^6 x}} dx$  là

- A.  $\frac{4}{3}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{5}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x}} dx. \text{ Đặt } t = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \Rightarrow I = \int_1^{\frac{1}{4}} \left( -\frac{2}{3} \frac{1}{\sqrt{t}} \right) dt = \frac{4}{3} \sqrt{t} \Big|_{\frac{1}{4}}^1 = \frac{2}{3}.$$

**Câu 136.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\pi} \frac{x dx}{\sin x + 1}$  là

- A.  $I = \frac{\pi}{4}$ .                      B.  $I = \frac{\pi}{2}$ .                      C.  $I = \frac{\pi}{3}$ .                      D.  $I = \pi$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt:  $x = \pi - t \Rightarrow dx = -dt$  Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow t = \pi$ ,  $x = \pi \Rightarrow t = 0$

$$\Rightarrow I = -\int_{\pi}^0 \frac{(\pi - t) dt}{\sin(\pi - t) + 1} = \int_0^{\pi} \left( \frac{\pi}{\sin t + 1} - \frac{t}{\sin t + 1} \right) dt = \pi \int_0^{\pi} \frac{dt}{\sin t + 1} - I \Rightarrow I = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{dt}{\sin t + 1}$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{dt}{\left( \sin \frac{t}{2} + \cos \frac{t}{2} \right)^2} = \frac{\pi}{4} \int_0^{\pi} \frac{dt}{\cos^2 \left( \frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} \right)}$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \frac{d\left( \frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} \right)}{\cos^2 \left( \frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\pi}{2} \tan \left( \frac{t}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \Big|_0^{\pi} = \pi.$$

**Tổng quát:**  $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx.$

**Câu 137.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2007} x}{\sin^{2007} x + \cos^{2007} x} dx$  là

- A.  $I = \frac{\pi}{2}$ .                      B.  $I = \frac{\pi}{4}$ .                      C.  $I = \frac{3\pi}{4}$ .                      D.  $I = \frac{5\pi}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $x = \frac{\pi}{2} - t \Rightarrow dx = -dt$ . Đổi cận  $x = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$ . Vậy

$$I = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin^{2007} \left( \frac{\pi}{2} - t \right)}{\sin^{2007} \left( \frac{\pi}{2} - t \right) + \cos^{2007} \left( \frac{\pi}{2} - t \right)} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^{2007} t}{\sin^{2007} t + \cos^{2007} t} dx = J \quad (1).$$

Mặt khác  $I + J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2}$  (2). Từ (1) và (2) suy ra  $I = \frac{\pi}{4}$ .

**Tổng quát:**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^n x}{\sin^n x + \cos^n x} dx = \frac{\pi}{4}, n \in \mathbb{Z}^+$ .

**Câu 138.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{11} x dx$  là

- A.  $\frac{250}{693}$ .                      B.  $\frac{254}{693}$ .                      C.  $\frac{252}{693}$ .                      D.  $\frac{256}{693}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{11} x dx = \frac{10!!}{11!!} = \frac{2.4.6.8.10}{1.3.5.7.9.11} = \frac{256}{693}.$$

**Câu 139.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx$  là

- A.  $\frac{67\pi}{512}$ .                      B.  $\frac{61\pi}{512}$ .                      C.  $\frac{63\pi}{512}$ .                      D.  $\frac{65\pi}{512}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx = \frac{9!!}{10!!} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{63\pi}{512}$$

**Công thức Walliss (dùng cho trắc nghiệm):**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \begin{cases} \frac{(n-1)!!}{n!!}, & \text{ne\u00e1n le\u00fa} \\ \frac{(n-1)!!}{n!!} \cdot \frac{\pi}{2}, & \text{ne\u00e1n ch\u00e1u} \end{cases}$$

Trong đó:  $n!!$  đọc là **n walliss** và được định nghĩa dựa vào  $n$  lẻ hay chẵn.

Chẳng hạn:

$$0!! = 1; 1!! = 1; 2!! = 2; 3!! = 1.3; 4!! = 2.4; 5!! = 1.3.5;$$

$$6!! = 2.4.6; 7!! = 1.3.5.7; 8!! = 2.4.6.8; 9!! = 1.3.5.7.9; 10!! = 2.4.6.8.10.$$

**Câu 140.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$  là

- A.  $\ln\left(\frac{2e}{e+1}\right)$ .      B.  $\ln\left(\frac{e}{e+1}\right)$ .      C.  $2\ln\left(\frac{e}{e+1}\right)$ .      D.  $2\ln\left(\frac{2e}{e+1}\right)$ .

**Hướng dẫn giải**

Vì

$$\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x} \Rightarrow I = \int_0^1 dx - \int_0^1 \frac{d(1+e^x)}{1+e^x} = 1 - \ln|1+e^x| \Big|_0^1 = 1 - \ln(1+e) + \ln 2 = \ln\left(\frac{2e}{e+1}\right)$$

**Câu 141.** Giá trị của tích phân  $I = \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{e^x - 1}}$  là

- A.  $\frac{5}{3}$ .      B.  $\frac{10}{3}$ .      C.  $\frac{20}{3}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{e^x - 1} \Leftrightarrow t^2 = e^x - 1 \Rightarrow dx = \frac{2tdt}{e^x} \Rightarrow I = 2 \int_1^2 (t^2 + 1) dt = 2 \left( \frac{t^3}{3} + t \right) \Big|_1^2 = \frac{20}{3}$$

**Câu 142.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$  là

- A.  $\frac{4-\pi}{3}$ .      B.  $\frac{4-\pi}{2}$ .      C.  $\frac{5-\pi}{3}$ .      D.  $\frac{5-\pi}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{e^x - 1} \Rightarrow t^2 = e^x - 1 \Rightarrow 2tdt = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{2tdt}{e^x} = \frac{2tdt}{t^2 + 1}$$

$$\Rightarrow I = \int_0^1 \frac{2t^2}{t^2 + 1} dt = 2 \int_0^1 \left( 1 - \frac{1}{t^2 + 1} \right) dt = \frac{4-\pi}{2}$$

**Câu 143.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{(e^x + 1)^3} dx$  là

- A.  $2\sqrt{2} - 1$ .      B.  $\sqrt{2} - 1$ .      C.  $\sqrt{2} - 2$ .      D.  $2\sqrt{2} - 2$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt

$$t = \sqrt{e^x + 1} \Leftrightarrow t^2 = e^x + 1 \Leftrightarrow 2t dt = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{2t dt}{e^x} \Rightarrow I = 2 \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{t dt}{t^3} = -2 \cdot \frac{1}{t} \Big|_{\sqrt{2}}^2 = \sqrt{2} - 1$$

**Câu 144.** Giá trị của tích phân  $I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x}$  là

- A.  $2 \ln 3$ .                      B.  $\ln 3$ .                      C.  $\ln 2$ .                      D.  $2 \ln 2$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } t = \ln x; x = e \Rightarrow t = 1, x = e^2 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow I = \int_1^2 \frac{dt}{t} = \ln |t| \Big|_1^2 = \ln 2.$$

**Câu 145.** Giá trị của tích phân:  $I = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x} dx}{e^x - 1 + \sqrt{e^x - 2}}$  là

- A.  $2 \ln 2 - 1$ .                      B.  $2 \ln 3 - 1$ .                      C.  $\ln 3 - 1$ .                      D.  $\ln 2 - 1$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = \sqrt{e^x - 2}$ , Khi

$$x = \ln 2 \Rightarrow t = 0; x = \ln 3 \Rightarrow t = 1; e^x = t^2 + 2 \Rightarrow e^x dx = 2t dt$$

$$I = 2 \int_0^1 \frac{(t^2 + 2)t dt}{t^2 + t + 1} = 2 \int_0^1 \left( t - 1 + \frac{2t + 1}{t^2 + t + 1} \right) dt = 2 \int_0^1 (t - 1) dt + 2 \int_0^1 \frac{d(t^2 + t + 1)}{t^2 + t + 1}$$

$$= (t^2 - 2t) \Big|_0^1 + 2 \ln(t^2 + t + 1) \Big|_0^1 = 2 \ln 3 - 1.$$

**Câu 146.** Cho  $M = \int_0^{\ln 2} \frac{2e^{3x} + e^{2x} - 1}{e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1} dx$ . Giá trị của  $e^M$  là

- A.  $\frac{7}{4}$ .                      B.  $\frac{9}{4}$ .                      C.  $\frac{11}{4}$ .                      D.  $\frac{5}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$M = \int_0^{\ln 2} \frac{2e^{3x} + e^{2x} - 1}{e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1} dx = \int_0^{\ln 2} \frac{3e^{3x} + 2e^{2x} - e^x - (e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1)}{e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1} dx$$

$$= \int_0^{\ln 2} \left( \frac{3e^{3x} + 2e^{2x} - e^x}{e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1} - 1 \right) dx = \ln(e^{3x} + e^{2x} - e^x + 1) \Big|_0^{\ln 2} - x \Big|_0^{\ln 2} = \ln \frac{11}{4} \Rightarrow e^M = \frac{11}{4}$$

**Câu 147.**  $I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt[3]{2 + \ln^2 x}}{x} dx$ .



A.  $\frac{3}{8}[\sqrt[3]{3^5} - \sqrt[3]{2^5}]$ .      B.  $\frac{3}{8}[\sqrt[3]{3^5} - \sqrt[3]{2^4}]$ .      C.  $\frac{3}{8}[\sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^5}]$ .      D.

$\frac{3}{8}[\sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^4}]$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt[3]{2 + \ln^2 x}}{x} dx = \int_1^e \ln x \sqrt[3]{2 + \ln^2 x} d(\ln x) = \frac{1}{2} \int_1^e (2 + \ln^2 x)^{\frac{1}{3}} d(2 + \ln^2 x)$$

$$= \frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{(2 + \ln^2 x)^4} \Big|_1^e = \frac{3}{8} [\sqrt[3]{3^4} - \sqrt[3]{2^4}]$$

**Câu 148.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{1+x^2} dx$  là

A.  $I = \frac{\pi}{8} \ln 3$ .      B.  $I = \frac{\pi}{4} \ln 2$ .      C.  $I = \frac{\pi}{8} \ln 3$ .      D.

$I = \frac{\pi}{8} \ln 2$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $x = \tan t \Rightarrow dx = (1 + \tan^2 t) dt$ . Đổi biên:  $x = 0 \Rightarrow t = 0$ ,  $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(1 + \tan t)}{1 + \tan^2 t} (1 + \tan^2 t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan t) dt.$$

Đặt  $t = \frac{\pi}{4} - u \Rightarrow dt = -du$ ; Đổi cận:  $t = 0 \Rightarrow u = \frac{\pi}{4}$ ,  $t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 0$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan t) dt = - \int_{\frac{\pi}{4}}^0 \ln \left[ 1 + \tan \left( \frac{\pi}{4} - u \right) \right] du$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left( 1 + \frac{1 - \tan u}{1 + \tan u} \right) du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \left( \frac{2}{1 + \tan u} \right) du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln 2 du - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan u) du = \frac{\pi}{4} \ln 2 - I$$

Vậy  $I = \frac{\pi}{8} \ln 2$ .

**Câu 149.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa  $f(-x) + 2f(x) = \cos x$ . Giá trị của tích phân

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \text{ là}$$

- A.  $I = \frac{1}{3}$ .                      B.  $I = \frac{4}{3}$ .                      C.  $I = \frac{2}{3}$ .                      D.  $I = 1$ .

**Hướng dẫn giải**

Xét tích phân  $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x) dx$ . Đặt  $x = -t \Rightarrow dx = -dt$ .

Đổi cận:  $x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}$ .

Suy ra:  $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(-x) dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(t) dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = I$ .

Do đó:  $3I = J + 2I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [f(-x) + 2f(x)] dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 2$ .

Vậy  $I = \frac{2}{3}$ .

## II. VẬN DỤNG CAO

**Câu 150.** Tìm hai số thực  $A, B$  sao cho  $f(x) = A \sin \pi x + B$ , biết rằng  $f'(1) = 2$  và  $\int_0^2 f(x) dx = 4$ .

- A.  $\begin{cases} A = -2 \\ B = -\frac{2}{\pi} \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} A = 2 \\ B = -\frac{2}{\pi} \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} A = -2 \\ B = \frac{2}{\pi} \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} A = -\frac{2}{\pi} \\ B = 2 \end{cases}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$f(x) = A \sin \pi x + B \Rightarrow f'(x) = A \cos \pi x$$

$$f'(1) = 2 \Rightarrow A \pi \cos \pi = 2 \Rightarrow A = -\frac{2}{\pi}$$

$$\int_0^2 f(x)dx = 4 \Rightarrow \int_0^2 (A \sin \pi x + B)dx = 4 \Rightarrow -\frac{A}{\pi} \cos 2\pi + 2B + \frac{A}{\pi} \cos 0 = 4 \Rightarrow B = 2$$

**Câu 151.** Giá trị của  $a$  để đẳng thức  $\int_1^2 [a^2 + (4-4a)x + 4x^3] dx = \int_2^4 2x dx$  là đẳng thức đúng

- A. 4.                      B. 3.                      C. 5.                      D. 6.

**Hướng dẫn giải**

$$12 = \int_1^2 [a^2 + (4-4a)x + 4x^3] dx = [a^2x + (2-2a)x^2 + x^4]_1^2 \Rightarrow a = 3.$$

**Câu 152.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2}$  ( $a > 0$ ) là

- A.  $\frac{\pi}{4a}$ .                      B.  $\frac{\pi^2}{4a}$ .                      C.  $-\frac{\pi^2}{4a}$ .                      D.  $-\frac{\pi}{4a}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $x = a \tan t$ ;  $t \in \left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = a(1 + \tan^2 t)dt$ . Đổi cận  $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = a \Rightarrow t = \frac{\pi}{4} \end{cases}$

$$\text{Vậy } I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{a(1 + \tan^2 t)}{a^2 \tan^2 t + a^2} dt = \frac{1}{a} \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{\pi}{4a}.$$

**Câu 153.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sqrt{2 + \cos 2x}} dx$  là

- A.  $\frac{\pi}{4\sqrt{2}}$ .                      B.  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ .                      C.  $\frac{4\pi}{\sqrt{2}}$ .                      D.  $\frac{-\pi}{\sqrt{2}}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ . Đổi cận:  $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

$$\text{Vậy } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sqrt{2 + \cos 2x}} dx = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{\sqrt{3-2t^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{\sqrt{\frac{3}{2}-t^2}}.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\frac{3}{2}} \cos u \Rightarrow dt = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin u du. \text{ Đổi cận: } \begin{cases} t = 0 \rightarrow u = \frac{\pi}{2} \\ t = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow u = \frac{\pi}{4} \end{cases}, \text{ suy ra}$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{\sqrt{\frac{3}{2} - t^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \sin u du}{\sqrt{\frac{3}{2} (1 - \cos^2 u)}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} du = \frac{1}{\sqrt{2}} u \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$$

**Câu 154.** Cho  $I = \int_x^1 \frac{dt}{1+t^2}$ . Tích phân nào sau đây có giá trị bằng với giá trị của tích phân đã cho.

A.  $-\int_1^x \frac{dt}{1+t^2}$ .      B.  $\int_1^x \frac{dt}{1+t^2}$ .      C.  $\int_1^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2}$ .      D.  $-\int_1^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } u = \frac{1}{t} \Rightarrow t = \frac{1}{u} \Rightarrow dt = -\frac{1}{u^2} du. \text{ Đổi cận } t = x \Rightarrow u = \frac{1}{x}; t = 1 \Rightarrow u = 1$$

$$\int_x^1 \frac{dt}{1+t^2} = \int_{\frac{1}{x}}^1 \frac{-\frac{1}{u^2} du}{1 + \frac{1}{u^2}} = \int_{\frac{1}{x}}^1 \frac{-du}{u^2 + 1} = \int_1^{\frac{1}{x}} \frac{du}{u^2 + 1} \Rightarrow \int_x^1 \frac{dt}{1+t^2} = \int_1^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2}$$

**Câu 155.** Giá trị của tích phân  $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} \ln(\sin x) dx$  là

A.  $-\sqrt{3} \ln 2 + \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$ .      B.  $\sqrt{3} \ln 2 + \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .  
C.  $-\sqrt{3} \ln 2 - \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .      D.  $-\sqrt{3} \ln 2 + \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{cases} u = \ln(\sin x) \Rightarrow du = \cot^2 x dx \\ dv = \frac{1}{\sin^2 x} dx \Rightarrow v = -\cot x \end{cases}$$

$$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} \ln(\sin x) dx = -\cot x \ln(\sin x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^2 x dx$$

$$= \left( \sqrt{3} \ln \frac{1}{2} - \cot x \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = -\sqrt{3} \ln 2 + \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$$

**Câu 156.** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^2 \min\{1, x^2\} dx$  là

- A. 4.                      **B.  $\frac{3}{4}$ .**                      C.  $\frac{4}{3}$ .                      D.  $-\frac{3}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

Xét hiệu số  $1 - x^2$  trên đoạn  $[0; 2]$  để tìm  $\min\{1, x^2\}$ .

$$\text{Vậy } I = \int_0^2 \min\{1, x^2\} dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + x \Big|_1^2 = \frac{4}{3}.$$

**Câu 157.** Giá trị của tích phân  $I = \int_{-8}^{-3} \frac{dx}{x\sqrt{1-x}}$  là

- A.  $\ln \frac{2}{3}$ .**                      B. 2.                      C.  $-\ln 2$ .                      D.  $2 \ln 2$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = \sqrt{1-x} \Rightarrow x = 1-t^2 \Rightarrow dx = -2tdt$ . Đổi cận  $\begin{cases} x = -8 \Rightarrow t = 3 \\ x = -3 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$ .

$$\text{Vậy } I = \int_{-8}^{-3} \frac{dx}{x\sqrt{1-x}} = \int_3^2 \frac{-2tdt}{(1-t^2)t} = 2 \int_2^3 \frac{tdt}{(1-t^2)t} = 2 \int_2^3 \frac{dt}{1-t^2} = \ln \left| \frac{t+1}{t-1} \right| \Big|_2^3 = \ln \frac{2}{3}.$$

**Câu 158.** Biết  $I = \int_1^a \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} + \ln 2$ . Giá trị của  $a$  là

- A. 2.**                      B.  $\ln 2$ .                      C.  $\pi$ .                      D. 3.

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_1^a \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} + \ln 2 = \int_1^a x dx - 2 \int_1^a \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{1}{2} + \ln 2$$

$$= \left( \frac{a^2}{2} - \frac{1}{2} \right) - 2 \left( \frac{1}{a} \ln a + \frac{1}{a} - 1 \right) = \frac{1}{2} + \ln 2 \Rightarrow a = 2$$

HD casio: Nhập  $\int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx - \frac{1}{2} - \ln 2 = 0$  nên  $a = 2$ .

**Câu 159.** Cho  $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} dx$ ,  $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(\sin x + 2)^2} dx$ . Khẳng định nào sau đây là sai ?

A.  $I_1 = \frac{14}{9}$ .                      B.  $I_1 > I_2$ .                      C.  $I_2 = 2 \ln \frac{3}{2} + \frac{3}{2}$ .                      D.

$$I_2 = 2 \ln \frac{3}{2} - \frac{2}{3}.$$

**Hướng dẫn giải**

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} dx = \int_1^4 \frac{\sqrt{t}}{3} dt = \frac{14}{9}$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(\sin x + 2)^2} dx = 2 \int_2^3 \left( \frac{1}{t} - \frac{2}{t^2} \right) dt = 2 \ln \frac{3}{2} - \frac{2}{3}$$

**Câu 160.** Tất cả các giá trị của tham số  $m$  thỏa mãn  $\int_0^m (2x + 5) dx = 6$  là

A.  $m = 1, m = -6$ .                      B.  $m = -1, m = -6$ .                      C.  $m = -1, m = 6$ .                      D.  
 $m = 1, m = 6$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^m (2x + 5) dx = 6 \Rightarrow (x^2 + 5x) \Big|_0^m = 6 \Rightarrow m^2 + 5m - 6 = 0 \Rightarrow m = 1, m = -6.$$

Hướng dẫn casio: Thay  $m = 1$  và  $m = -6$  vào thấy thỏa mãn.

**Câu 161.** Cho hàm số  $h(x) = \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2}$ . Tìm để  $h(x) = \frac{a \cos x}{(2 + \sin x)^2} + \frac{b \cos x}{2 + \sin x}$  và tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} h(x) dx$$

A.  $a = -4, b = 2; I = \frac{2}{3} + 2 \ln \frac{3}{2}$ .                      B.  $a = 4, b = -2; I = -\frac{2}{3} - 2 \ln \frac{3}{2}$ .

C.  $a = 2, b = 4; I = -\frac{1}{3} + 4 \ln \frac{3}{2}$ .                      D.  $a = -2, b = 4; I = \frac{1}{3} + 4 \ln \frac{3}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Sử dụng đồng nhất thức, ta thấy

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$h(x) = \frac{a \cos x}{(2 + \sin x)^2} + \frac{b \cos x}{2 + \sin x} = \frac{a \cos x + b \cos x(2 + \sin x)}{(2 + \sin x)^2} = \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{2} = 1 \\ a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} h(x) dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{-4 \cos x}{(2 + \sin x)^2} + \frac{2 \cos x}{2 + \sin x} \right) dx = \left( -\frac{4}{2 + \sin x} + 2 \ln |2 + \sin x| \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= -\frac{4}{3} + 2 \ln 3 + 2 - 2 \ln 2 = \frac{2}{3} + 2 \ln \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 162.** Giá trị trung bình của hàm số  $y = f(x)$  trên  $[a; b]$ , kí hiệu là  $m(f)$  được tính theo công

$$\text{thức } m(f) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx. \text{ Giá trị trung bình của hàm số } f(x) = \sin x \text{ trên } [0; \pi]$$

là

A.  $\frac{4}{\pi}$ .                      B.  $\frac{3}{\pi}$ .                      C.  $\frac{1}{\pi}$ .                      D.  $\frac{2}{\pi}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$m(f) = \frac{1}{\pi - 0} \int_0^{\pi} \sin x dx = \frac{2}{\pi}.$$

**Câu 163.** Cho ba tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{3x+1}$ ,  $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin^4 x - \cos^4 x) dx$  và  $K = \int_{-1}^2 (x^2 + 3x + 1) dx$ . Tích

phân nào có giá trị bằng  $\frac{21}{2}$ ?

A. K.                      B. I.                      C. J.                      D. J và K.

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{3x+1} = \frac{1}{3} \ln |3x+1| \Big|_0^1 = \frac{1}{3} \ln 4$$

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin^4 x - \cos^4 x) dx = -\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \frac{1}{2}$$

$$K = \int_{-1}^2 (x^2 + 3x + 1) dx = \frac{21}{2}.$$

**Câu 164.** Với  $0 < a < 1$ , giá trị của tích phân sau  $\int_0^a \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$  là:

A.  $\ln \left| \frac{a-2}{2a-1} \right|$ .      B.  $\ln \left| \frac{a-2}{a-1} \right|$ .      C.  $\ln \left| \frac{a-2}{2(a-1)} \right|$ .      D.  $\ln \left| \frac{a-2}{2a+1} \right|$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^a \frac{dx}{x^2 - 3x + 2} = \int_0^a \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right|_0^a = \ln \left| \frac{a-2}{a-1} \right|$$

**Câu 165.** Cho  $2\sqrt{3}m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2} dx = 0$ . Khi đó giá trị của  $144m^2 - 1$  bằng

A.  $\frac{-2}{3}$ .      B.  $4\sqrt{3} - 1$ .      C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$2\sqrt{3}m - \int_0^1 \frac{d(x^4+2)}{(x^4+2)^2} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}m + \frac{1}{(x^4+2)} \Big|_0^1 = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}m + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{12\sqrt{3}}$$

Vậy  $144m^2 - 1 = 144 \left( \frac{1}{12\sqrt{3}} \right)^2 - 1 = \frac{-2}{3}$ .

**Câu 166.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đạo hàm liên tục trên  $(a; b)$ , đồng thời thỏa mãn  $f(a) = f(b)$ . Lựa chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A.  $\int_a^b f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = 2$ .      B.  $\int_a^b f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = 1$ .  
C.  $\int_a^b f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = -1$ .      D.  $\int_a^b f'(x) \cdot e^{f(x)} dx = 0$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_a^b e^{f(x)} f'(x) dx = \int_a^b e^{f(x)} d(f(x)) = e^{f(x)} \Big|_a^b = e^{f(b)} - e^{f(a)} = 0.$$

**Câu 167.** Kết quả phép tính tích phân  $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$  có dạng  $I = a \ln 3 + b \ln 5$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó

$a^2 + ab + 3b^2$  có giá trị là  
A. 1.      B. 5.      C. 0.      D. 4.

**Hướng dẫn giải**



Ta có  $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}} = 2 \int_2^4 \frac{1}{t^2-1} dt = \int_2^4 \left( \frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt = 2 \ln 3 - \ln 5,$

suy ra  $a = 2, b = -1$ . Vậy  $a^2 + ab + 3b^2 = 4 - 2 + 3 = 5$ .

**Câu 168.** Với  $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ , tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$  có giá trị bằng

- A.  $\frac{1}{2n}$ .      B.  $\frac{1}{n-1}$ .      C.  $\frac{1}{n+1}$ .      D.  $\frac{1}{n}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx = \int_0^1 t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1}.$$

**Câu 169.** Với  $n \in \mathbb{N}, n > 1$ , giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[n]{\sin x}}{\sqrt[n]{\cos x} + \sqrt[n]{\sin x}} dx$  là

- A.  $-\frac{\pi}{4}$ .      B.  $\frac{\pi}{4}$ .      C.  $\frac{3\pi}{4}$ .      D.  $-\frac{3\pi}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đặt  $t = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow dx = -dt$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx = - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 f\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)\right) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt[n]{\sin x}}{\sqrt[n]{\cos x} + \sqrt[n]{\sin x}} dx = 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}$$

**Câu 170.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{2017\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} dx$  là

- A.  $3034\sqrt{2}$ .      B.  $-4043\sqrt{2}$ .      C.  $3043\sqrt{2}$ .      D.  $4034\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

Do hàm số  $f(x) = \sqrt{1 - \cos 2x}$  là hàm liên tục và tuần hoàn với chu kì  $T = \pi$  nên ta có

$$\begin{aligned} \int_0^T f(x)dx &= \int_T^{2T} f(x)dx = \int_{2T}^{3T} f(x)dx = \dots = \int_{(n-1)T}^{nT} f(x)dx \\ \Rightarrow \int_0^{nT} f(x)dx &= \int_0^T f(x)dx + \int_T^{2T} f(x)dx + \dots + \int_{(n-1)T}^{nT} f(x)dx = n \int_0^T f(x)dx \\ \Rightarrow \int_0^{2017\pi} \sqrt{1-\cos 2x}dx &= 2017 \int_0^{\pi} \sqrt{1-\cos 2x}dx = 2017\sqrt{2} \int_0^{\pi} \sin x dx = 4034\sqrt{2} \end{aligned}$$

**Câu 171.** Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln\left(\frac{(1+\sin x)^{1+\cos x}}{1+\cos x}\right) dx$  là

- A.  $2 \ln 3 - 1$ .      B.  $-2 \ln 2 - 1$ .      C.  $2 \ln 2 - 1$ .      D.  $-2 \ln 3 - 1$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ \ln(1+\sin x)^{1+\cos x} - \ln(1+\cos x) \right] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos x) \ln(1+\sin x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\cos x) dx$$

$$\text{Đặt } x = \frac{\pi}{2} - t \Rightarrow dx = -dt. \text{ Đổi cận } x=0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t=0$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\cos x) dx = - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \ln\left(1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)\right) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\sin t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\sin x) dx$$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\cos x) \ln(1+\sin x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(1+\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \ln(1+\sin x) dx = 2 \ln 2 - 1$$

**Câu 172.** Có mấy giá trị của b thỏa mãn  $\int_0^b (3x^2 - 12x + 11) dx = 6$

- A. 4.      B. 2.      C. 1.      D. 3.

**Hướng dẫn giải**

$$\int_0^b (3x^2 - 12x + 11) dx = (x^3 - 6x^2 + 11x) \Big|_0^b = b^3 - 6b^2 + 11b - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ b=2 \\ b=3 \end{cases}$$

**Câu 173.** Biết rằng  $\int_0^b 6dx = 6$  và  $\int_0^a xe^x dx = a$ . Khi đó biểu thức  $b^2 + a^3 + 3a^2 + 2a$  có giá trị bằng

- A. 5.      B. 4.      C. 7.      D. 3.

**Hướng dẫn giải**

$$+ \text{Ta có } \int_0^b 6dx = 6 \Rightarrow b = 1.$$

$$+ \text{Tính } \int_0^a xe^x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}. \text{ Khi đó,}$$

$$\int_0^a xe^x dx = xe^x \Big|_0^a - \int_0^a e^x dx = e^a - e^a + 1 = a \Rightarrow a = 1.$$

$$\text{Vậy } b^2 + a^3 + 3a^2 + 2a = 7.$$

**Câu 174.** Biết rằng  $\int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2} = A$ ,  $\int_0^{b\pi} 2dx = B$  (với  $a, b > 0$ ). Khi đó giá trị của biểu thức  $4aA + \frac{B}{2b}$  bằng

**A.**  $2\pi$  .                      **B.**  $\pi$  .                      **C.**  $3\pi$  .                      **D.**  $4\pi$  .

**Hướng dẫn giải**

$$+ \text{Tính } \int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2}$$

$$\text{Đặt } t = a \tan x; \quad a \in \left( \frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow dx = a(1 + \tan^2 t) dt$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 0; \quad x = a \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}. \text{ Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{a(1 + \tan^2 t)}{a^2 \tan^2 t + a^2} dt = \frac{1}{a} \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{\pi}{4a}$$

$$+ \text{Tính: } \int_0^{b\pi} 2dx = 2b\pi, \text{ suy ra } \frac{B}{2b} = \pi.$$