

## CHỦ ĐỀ 2. CỰC TRỊ HÀM SỐ

### A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

**1. Định nghĩa:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên khoảng  $(a; b)$  và điểm  $x_0 \in (a; b)$ .

+ Nếu tồn tại số  $h > 0$  sao cho  $f(x) < f(x_0)$  với mọi  $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$  và  $x \neq x_0$  thì ta nói hàm số  $f(x)$  đạt **cực đại** tại  $x_0$ .

+ Nếu tồn tại số  $h > 0$  sao cho  $f(x) > f(x_0)$  với mọi  $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$  và  $x \neq x_0$  thì ta nói hàm số  $f(x)$  đạt **cực tiểu** tại  $x_0$ .

**2. Điều kiện đủ để hàm số có cực trị:** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $K = (x_0 - h; x_0 + h)$  và có đạo hàm trên  $K$  hoặc trên  $K \setminus \{x_0\}$ , với  $h > 0$ .

+ Nếu  $f'(x) > 0$  trên khoảng  $(x_0 - h; x_0)$  và  $f'(x) < 0$  trên  $(x_0; x_0 + h)$  thì  $x_0$  là một điểm cực đại của hàm số  $f(x)$ .

+ Nếu  $f'(x) < 0$  trên khoảng  $(x_0 - h; x_0)$  và  $f'(x) > 0$  trên  $(x_0; x_0 + h)$  thì  $x_0$  là một điểm cực tiểu của hàm số  $f(x)$ .

### Minh họa bằng bảng biến thiên

$x$	$x_0 - h$	$x_0$	$x_0 + h$	$x$	$x_0 - h$	$x_0$	$x_0 + h$
$f'(x)$	+		-	$f'(x)$	-		+
$f(x)$	↗		$f_{CD}$	↘		$f_{CT}$	

### B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

#### 1. Quy tắc tìm cực trị của hàm số

##### Quy tắc 1:

- Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số.
- Bước 2.** Tính  $f'(x)$ . Tìm các điểm tại đó  $f'(x)$  bằng 0 hoặc  $f'(x)$  không xác định.
- Bước 3.** Lập bảng biến thiên.
- Bước 4.** Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

##### Quy tắc 2:

- Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số.
- Bước 2.** Tính  $f'(x)$ . Giải phương trình  $f'(x)$  và ký hiệu  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) là các nghiệm.
- Bước 3.** Tính  $f''(x)$  và  $f''(x_i)$ .
- Bước 4.** Dựa vào dấu của  $f''(x_i)$  suy ra tính chất cực trị của điểm  $x_i$ .

**2. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ).**

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị khi phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0$ .

Khi đó đường thẳng qua hai điểm cực trị liên quan tới:  $y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$  (CASIO hỗ trợ).

**3. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm trùng phương.**

Cho hàm số:  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị là (C).

Ta có  $y' = 4ax^3 + 2bx$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$

(C) có ba điểm cực trị  $y' = 0$  có 3 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0$

Hàm số có 3 cực trị là:  $A(0; c), B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right), C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .

Độ dài các đoạn thẳng:  $AB = AC = \sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}}$ ,  $BC = 2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$ .

**CÔNG THỨC TÍNH NHANH**

Ba điểm cực trị tạo thành tam giác  $ABC$  thỏa mãn dữ kiện

STT	Dữ kiện	Công thức thỏa $ab < 0$
1	Tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$	$8a + b^3 = 0$
2	Tam giác $ABC$ đều	$24a + b^3 = 0$
3	Tam giác $ABC$ có góc $\widehat{BAC} = \alpha$	$\tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{8a}{b^3}$
4	Tam giác $ABC$ có diện tích $S_{\Delta ABC} = S_0$	$32a^3(S_0)^2 + b^5 = 0$
5	Tam giác $ABC$ có diện tích $\max(S_0)$	$S_0 = \sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}}$

6	Tam giác $ABC$ có bán kính đường tròn nội tiếp $r_{\Delta ABC} = r_0$	$r_0 = \frac{b^2}{ a  \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{b^3}{a}} \right)}$
7	Tam giác $ABC$ có độ dài cạnh $BC = m_0$	$a.m_0^2 + 2b = 0$
8	Tam giác $ABC$ có độ dài $AB = AC = n_0$	$16a^2 n_0^2 - b^4 + 8ab = 0$
9	Tam giác $ABC$ có cực trị $B, C \in Ox$	$b^2 - 4ac = 0$
10	Tam giác $ABC$ có 3 góc nhọn	$b(8a + b^3) > 0$
11	Tam giác $ABC$ có trọng tâm $O$	$b^2 - 6ac = 0$
12	Tam giác $ABC$ có trực tâm $O$	$b^3 + 8a - 4ac = 0$
13	Tam giác $ABC$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp $R_{\Delta ABC} = R_0$	$R = \left  \frac{b^3 - 8a}{8ab} \right $
14	Tam giác $ABC$ cùng điểm $O$ tạo hình thoi	$b^2 - 2ac = 0$
15	Tam giác $ABC$ có $O$ là tâm đường tròn nội tiếp	$b^3 - 8a - 4abc = 0$
16	Tam giác $ABC$ có $O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp	$b^3 - 8a - 8abc = 0$
17	Tam giác $ABC$ có cạnh $BC = k.AB = k.AC$	$b^3.k^2 - 8a(k^2 - 4) = 0$
18	Trục hoành chia $\Delta ABC$ thành hai phần có diện tích bằng nhau	$b^2 = 4\sqrt{2} ac $
19	Tam giác $ABC$ có điểm cực trị cách đều trục hoành	$b^2 - 8ac = 0$
20	Phương trình đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC$ là: $x^2 + y^2 - \left( \frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c \right) y + c \left( \frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} \right) = 0$	

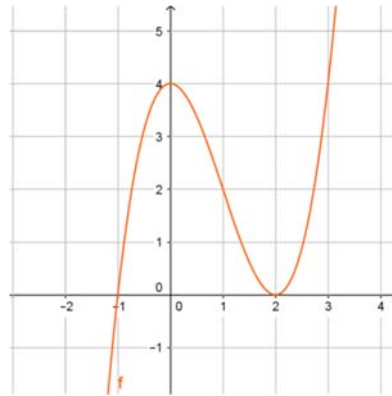
Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

[hoc360.net](http://hoc360.net)

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có mấy điểm cực trị?

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 0.                                      D. 3.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$ .                                      B. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 3$ .  
C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 4$ .                                      D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$  và đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .  
B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  và đạt cực đại  $x = 0$ .  
C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -2$  và cực tiểu tại  $x = 0$ .  
D. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và cực tiểu tại  $x = -2$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị.                                      B. Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.  
C. Hàm số không có cực trị.                                      D. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị.

**Câu 5.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  có hai điểm cực trị  $A, B$ . Khi đó phương trình đường

thẳng  $AB$  là:

A.  $y = x - 2$ .

B.  $y = 2x - 1$ .

C.  $y = -2x + 1$ .

D.  $y = -x + 2$ .

**Câu 6.** Gọi  $M, n$  lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ . Khi đó giá

trị của biểu thức  $M^2 - 2n$  bằng:

A. 8.

B. 7.

C. 9.

D. 6.

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = x^3 + 17x^2 - 24x + 8$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

A.  $x_{CD} = 1$ .

B.  $x_{CD} = \frac{2}{3}$ .

C.  $x_{CD} = -3$ .

D.  $x_{CD} = -12$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

A.  $y_{CD} = -2$ .

B.  $y_{CD} = 1$ .

C.  $y_{CD} = -1$ .

D.  $y_{CD} = 2$ .

**Câu 9.** Trong các hàm số sau, hàm số nào đạt cực đại tại  $x = \frac{3}{2}$ ?

A.  $y = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + x^2 - 3x$ .

B.  $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$ .

C.  $y = \sqrt{4x^2 - 12x - 8}$ .

D.  $y = \frac{x-1}{x+2}$ .

**Câu 10.** Trong các hàm số sau, hàm số nào chỉ có cực đại mà không có cực tiểu?

A.  $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$ .

B.  $y = -17x^3 + 2x^2 + x + 5$ .

C.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .

D.  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$ . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là:

A.  $5x - 2y + 13 = 0$ .

B.  $y = 3x + 13$ .

C.  $y = 6x + 13$ .

D.  $2x + 4y - 1 = 0$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

C. Hàm số đạt cực đại  $x = 2$ .

D. Hàm số không có cực trị.

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = x^7 - x^5$ . Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

B. Hàm số có đúng 3 điểm cực trị.

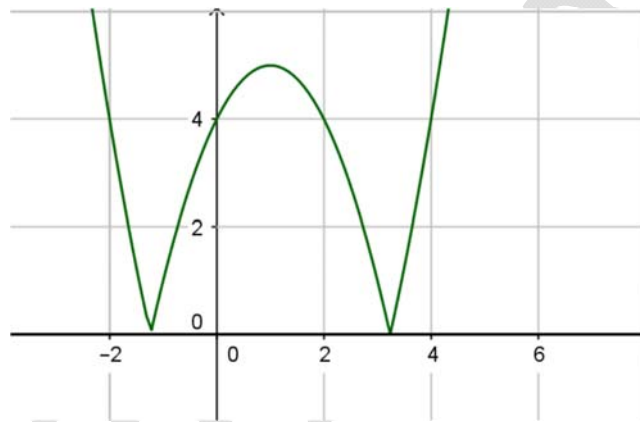
Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

- C.** Hàm số có đúng hai điểm cực trị.                      **D.** Hàm số có đúng 4 điểm cực trị.
- Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có mấy điểm cực trị?
- A.** 2.                      **B.** 3.                      **C.** 4.                      **D.** 5.
- Câu 15.** Cho hàm số  $y = (x^2 - 2x)^{\frac{1}{3}}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .                      **B.** Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ .
- C.** Hàm số không có điểm cực trị.                      **D.** Hàm số có đúng 2 điểm cực trị.
- Câu 16.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 6x$ . Hàm số đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $S = x_1^2 + x_2^2$  bằng:
- A.** -10.                      **B.** -8.                      **C.** 10.                      **D.** 8.
- Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.** Nếu đạo hàm đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $x_0$  thì hàm số đạt cực tiểu tại  $x_0$ .
- B.** Nếu  $f'(x_0) = 0$  thì hàm số đạt cực trị tại  $x_0$ .
- C.** Nếu hàm số đạt cực trị tại  $x_0$  thì đạo hàm đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $x_0$ .
- D.** Nếu  $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$  thì hàm số không đạt cực trị tại  $x_0$ .
- Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực trị tại  $x_0$  thì  $f'(x_0) = 0$ .
- B.** Nếu hàm số đạt cực trị tại  $x_0$  thì hàm số không có đạo hàm tại  $x_0$  hoặc  $f'(x_0) = 0$ .
- C.** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực trị tại  $x_0$  thì nó không có đạo hàm tại  $x_0$ .
- D.** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực trị tại  $x_0$  thì  $f''(x_0) > 0$  hoặc  $f''(x_0) < 0$ .
- Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $[a, b]$  và  $x_0$  thuộc đoạn  $[a, b]$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A.** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực trị tại  $x_0$  thì  $f''(x_0) < 0$  hoặc  $f''(x_0) > 0$ .
- B.** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực trị tại  $x_0$  thì  $f'(x_0) = 0$ .
- C.** Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực trị tại  $x_0$  thì nó không có đạo hàm tại  $x_0$ .
- D.** Nếu hàm số đạt cực trị tại  $x_0$  thì hàm số không có đạo hàm tại  $x_0$  hoặc  $f'(x_0) = 0$ .

- Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Nếu hàm số  $y = f(x)$  có giá trị cực đại là  $M$ , giá trị cực tiểu là  $m$  thì  $M > m$ .
- B. Nếu hàm số  $y = f(x)$  không có cực trị thì phương trình  $f'(x_0) = 0$  vô nghiệm.
- C. Hàm số  $y = f(x)$  có đúng hai điểm cực trị thì hàm số đó là hàm bậc ba.
- D. Hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  với  $a \neq 0$  luôn có cực trị.

- Câu 21.** Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu điểm cực trị?
- A. 0 hoặc 1 hoặc 2.      B. 1 hoặc 2.      C. 0 hoặc 2.      D. 0 hoặc 1.

- Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$  có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số  $y = f(x)$  có mấy cực trị?

- A. 4.      B. 1.      C. 3.      D. 2.
- Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.



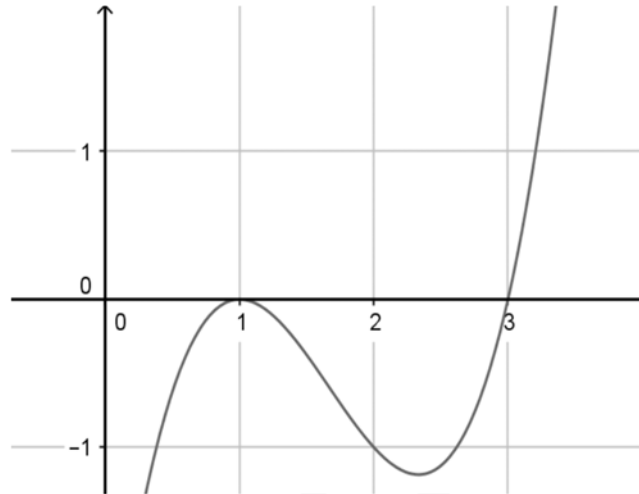
Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

B. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một điểm có một điểm cực trị.

**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

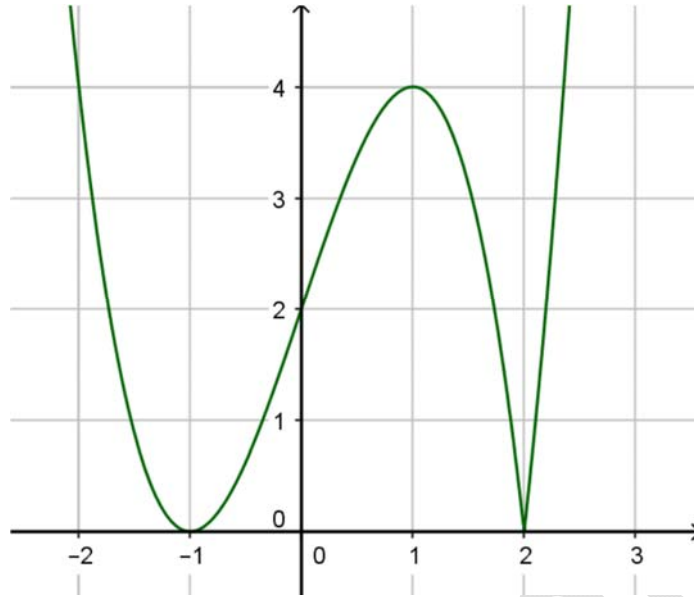
A. Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 1$ .

B. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một điểm cực tiểu.

C. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ .

D. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị.

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = |x^3 - 3x - 2|$  có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- B. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.
- C. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bốn điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

**Câu 26.** Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?

- A.  $y = x + \frac{1}{x+1}$ .
- B.  $y = x^3 + 3x^2 + 7x - 2$ .
- C.  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ .
- D.  $y = x - \frac{2}{x+1}$ .

**Câu 27.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A.  $y = 2x + \frac{2}{x+1}$ .
- B.  $y = x^3 + 3x^2$ .
- C.  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .
- D.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

**Câu 28.** Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A. Đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$  luôn có cực trị.
- B. Đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$  luôn có ít nhất một điểm cực trị.
- C. Hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad - bc \neq 0)$  luôn không có cực trị.
- D. Đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$  có nhiều nhất hai điểm cực trị.

- Câu 29.** Điểm cực tiểu của hàm số  $y = -x^3 + 3x + 4$  là:  
A.  $x = -1$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = -3$ .                      D.  $x = 3$ .
- Câu 30.** Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại  $x = 1$  ?  
A.  $y = x^5 - 5x^2 + 5x - 13$ .                      B.  $y = x^4 - 4x + 3$ .  
C.  $y = x + \frac{1}{x}$ .                      D.  $y = 2\sqrt{x} - x$ .
- Câu 31.** Hàm số nào sau đây có cực trị?  
A.  $y = x^3 + 1$ .                      B.  $y = x^4 + 3x^2 + 2$ .                      C.  $y = 3x + 4$ .                      D.  $y = \frac{2x-1}{3x+2}$ .
- Câu 32.** Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 5$  có bao nhiêu điểm cực tiểu?  
A. 1.                      B. 0.                      C. 2.                      D. 3.
- Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - mx^2 + (2m-3)x - 3$  đạt cực đại tại  $x = 1$ .  
A.  $m = 3$ .                      B.  $m > 3$ .                      C.  $m \leq 3$ .                      D.  $m < 3$ .
- Câu 34.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{4x+7}$  có bao nhiêu điểm cực trị?  
A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 0.
- Câu 35.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$  có tọa độ điểm cực tiểu là:  
A. (3;1).                      B. (-1; -1).                      C.  $\left(\frac{1}{3}; \frac{85}{27}\right)$ .                      D. (1;3).
- Câu 36.** Hàm số  $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 2m + 3$  có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của  $m$  là:  
A.  $m \geq 2$ .                      B.  $m < 2$ .                      C.  $m > 2$ .                      D.  $m = 2$ .
- Câu 37.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$ . Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $x_1, x_2$ . Khi đó, tích số  $x_1 x_2$  có giá trị là:  
A. 5.                      B. -5.                      C. -4.                      D. 4.
- Câu 38.** Cho hàm số  $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$ . Khẳng định nào sau đây là đúng:  
A. Hàm số không có cực trị.  
B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .  
C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1$ .  
D. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

- Câu 39.** Hàm số  $y = a \sin 2x + b \cos 3x - 2x$  ( $0 < x < 2\pi$ ) đạt cực trị tại  $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$ . Khi đó, giá trị của biểu thức  $P = a + 3b - 3ab$  là:  
A. 3.                      B. -1.                      C. 1.                      D. -3.
- Câu 40.** Hàm số  $y = -4x^3 - 6x^2 - 3x + 2$  có mấy điểm cực trị?  
C. 1.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 3.
- Câu 41.** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$  khi?  
A.  $m > 0$ .                      B.  $m \neq 0$ .                      C.  $m = 0$ .                      D.  $m < 0$ .
- Câu 42.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$  có tọa độ điểm cực đại là:  
A. (3; 0).                      B. (1; 3).                      C. (1; 4).                      D. (3; 1).
- Câu 43.** Cho hàm số  $y = (m-1)x^3 - 3x^2 - (m+1)x + 3m^2 - m + 2$ . Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì:  
A.  $m = 1$ .                      B.  $m \neq 1$ .                      C.  $m > 1$ .                      D.  $m$  tùy ý.
- Câu 44.** Khẳng định nào là đúng trong các khẳng định sau:  
A. Hàm số trùng phương có thể có 2 điểm cực trị.  
B. Hàm số bậc 3 có thể có 3 cực trị.  
C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.  
D. Hàm phân thức không thể có cực trị.
- Câu 45.** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 5$  là:  
A. 5.                      B. 4.                      C. 0.                      D. 1.
- Câu 46.** Hàm số  $y = -3\sqrt[3]{x^2} + 2$  có bao nhiêu cực đại?  
A. 2.                      B. 0.                      C. 1.                      D. 3.
- Câu 47.** Cho hàm số  $y = -3x^4 + 4x^2 - 2017$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
A. Hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.  
B. Hàm số không có cực trị.  
C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.  
D. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- Câu 48.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?  
A.  $y = x^3 + 3x^2$ .                      B.  $y = x^3 - x$ .                      C.  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .                      D.  $y = x^3$ .
- Câu 49.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 4x - 7$ . Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $x_1, x_2$ . Khi đó, giá trị của tổng  $x_1 + x_2$  là:  
A. -6.                      B. -4.                      C. 6.                      D. 4.
- Câu 50.** Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 4$  là:  
D. -4.                      B. -2.                      C. 2.                      A. 4.

**Câu 51.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Nếu đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là gốc tọa độ và điểm  $A(-1; -1)$  thì hàm số có phương trình là:

A.  $y = 2x^3 - 3x^2$ .

B.  $y = -2x^3 - 3x^2$ .

C.  $y = x^3 + 3x^2 + 3x$ .

D.  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Câu 52.** Hàm số nào dưới đây có cực trị?

A.  $y = x^4 + 1$ .

B.  $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$ .

C.  $y = 2x - 1$ .

D.  $y = \frac{x+1}{2x-1}$ .

**Câu 53.** Điều kiện để hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có 3 điểm cực trị là:

A.  $ab < 0$ .

B.  $ab > 0$ .

C.  $b = 0$ .

D.  $c = 0$ .

**Câu 54.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (4m-1)x - 3$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi  $m < \frac{1}{2}$ .

B. Với mọi  $m$ , hàm số luôn có cực trị.

C. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi  $m \neq \frac{1}{2}$ .

D. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi  $m > 1$ .

**Câu 55.** Hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 + 3$  có giá trị cực đại là:

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 7.

**Câu 56.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đúng 2 cực trị?

A.  $y = x^4 + 3x^2 + 2$ .

B.  $y = x^3 - 5x^2 + 7$ .

C.  $y = \frac{2x^2 - 1}{3x}$ .

D.  $y = 2017x^6 + 2016x^4$ .

**Câu 57.** Điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{1+4x-x^4}$  có tọa độ là:

A. (1; 2).

B. (0; 1).

C. (2; 3).

D. (3; 4).

**Câu 58.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$  có điểm cực trị là  $A(1; 3)$ . Khi đó giá trị của  $4a - b$  là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 59.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 2$ . Gọi  $a, b$  lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó. Giá trị của  $2a^2 + b$  là:

A. -8.

B. -2.

C. 2.

D. 4.

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

**Câu 60.** Cho hàm số  $y = x^4 - 5x^2 + 3$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2, x_3$ . Khi đó, giá trị của tích  $x_1x_2x_3$  là:  
**A.** 0.                                  **B.** 5.                                  **C.** 1.                                  **D.** 3.

**Câu 61.** Hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  đạt cực đại tại  $x$  bằng :  
**A.** 2.                                  **B.** 1.                                  **C.** 0.                                  **D.** -1.

**Câu 62.** Tìm giá trị cực đại  $y_{CD}$  của hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 - 5$   
**A.** -4.                                  **B.** -5.                                  **C.** -2.                                  **D.** -6.

**Câu 63.** Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 1$  có bao nhiêu điểm cực trị ?  
**A.** 1.                                  **B.** 0.                                  **C.** 2.                                  **D.** 3.

**Câu 64.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng :  
**A.** Hàm số có cực đại, cực tiểu .                                  **B.** Hàm số không có cực trị.  
**C.** Hàm số có cực đại , không có cực tiểu.                                  **D.** Hàm số có cực tiểu không có cực đại.

**Câu 65.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$
$y'$	-		+	0	-
$y$					

Khi đó hàm số đã cho có :

- A.** Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
- B.** Một điểm cực đại , hai điểm cực tiểu.
- C.** 1 điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
- D.** 2 điểm cực đại , 1 điểm cực tiểu.

**Câu 66.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$  có 3 điểm cực trị ?

- A.**  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$  .                                  **B.**  $m < -1$ .                                  **C.**  $-1 < m < 0$ .                                  **D.**  $m > -1$ .

**Câu 67.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + (m+3)x - 1$  không có cực trị?

- A.**  $m \geq -\frac{8}{3}$ .                                  **B.**  $m > -\frac{5}{3}$ .                                  **C.**  $m \geq -\frac{5}{3}$ .                                  **D.**  $m \leq -\frac{8}{3}$ .

**Câu 68.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$  đạt cực đại tại  $x = -2$  ?

- A. Không tồn tại  $m$ .      B.  $-1$ .      C.  $2$ .      D.  $3$ .

**Câu 69.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên.

$x$	$-\infty$		$1$		$3$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$y$	$+\infty$		$-\frac{1}{3}$		$1$		$-\infty$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$ .      B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 3$ .  
 C. Hàm số có giá trị cực tiểu là  $-\frac{1}{3}$ .      D. Hàm số không có cực trị.

**Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$  có 2 điểm cực trị thỏa mãn  $x_{CD} < x_{CT}$ .

- A.  $m < 2$ .      B.  $-2 < m < 0$ .      C.  $-2 < m < 2$ .      D.  $0 < m < 2$ .

**Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số:  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x + m$  có cực đại và cực tiểu.

- A.  $-2 < m < 3$ .      B.  $\begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 3 \end{cases}$ .      D.  $-2 \leq m \leq 3$ .

**Câu 72.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 6$  có 2 cực trị ?

- A.  $m \in (-3; 1) \setminus \{-2\}$ .      B.  $m \in (-3; 1)$ .  
 C.  $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ .      D.  $m \in [-3; 1]$ .

**Câu 73.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $-1 < x_1 < x_2$ .

- A.  $-\frac{7}{2} < m < -2$ .      B.  $-3 < m < 1$ .      C.  $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$ .      D.  $-\frac{7}{2} < m < -3$ .

**Câu 74.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (3m^2 + 1)x$  đạt cực tiểu tại  $x = -2$ .

- A.  $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$ .      B.  $m = 3$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$ .

**Câu 75.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số:  $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{6}$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + 2x_2 = 1$ .

- A.  $1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$ .      B.  $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases}$ .  
 C.  $m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$ .      D.  $m = 2$ .

**Câu 76.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m-1)x^2 + m$  chỉ có đúng một cực trị.

- A.  $0 < m \leq 1$ .      B.  $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$ .      D.  $0 \leq m \leq 1$ .

**Câu 77.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m^2 - 4m + 3)x^2 + 2m - 1$  có ba điểm cực trị.

- A.  $m \in (-\infty; 0)$ .      B.  $m \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$ .  
 C.  $m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$ .      D.  $m \in (1; 3)$ .

**Câu 78.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

- A.  $m = -1$ .      B.  $m \neq 0$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $m = \pm 1$ .

**Câu 79.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

- A. Không tồn tại  $m$ .      B.  $m = 0$ .      C.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$ .      D.  $m = -1$ .

**Câu 80.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$  có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác đều.

- A. Không tồn tại  $m$ .      B.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$ .      C.  $m = \sqrt[3]{3}$ .      D.  $m = \pm\sqrt{3}$ .



- Câu 81.** Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x$  là:  
A.  $4\sqrt{5}$ .                      B. 2.                      C.  $2\sqrt{5}$ .                      D. 4.
- Câu 82.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$  có đồ thị là (C). Diện tích tam giác có các đỉnh là các điểm cực trị của đồ thị (C) là:  
A.  $m = 8$ .                      B.  $m = 16$ .                      C.  $m = 32$ .                      D.  $m = 4$ .
- Câu 83.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$  có cực trị.  
A.  $m \neq 1$ .                      B.  $\forall m$ .                      C.  $m \leq 1$ .                      D.  $m \geq 1$ .
- Câu 84.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$  có 3 điểm cực trị.  
A.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$ .                      B.  $m < -3$ .                      C.  $0 < m \leq 3$ .                      D.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$ .
- Câu 85.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$  chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.  
A.  $m < -1$ .                      B.  $-1 \leq m \leq 0$ .                      C.  $m > 1$ .                      D.  $-1 \leq m < 0$ .
- Câu 86.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 2$  có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số có hoành độ dương.  
A.  $0 \leq m \leq 1$ .                      B.  $m \geq 1$ .                      C.  $m \geq 0$ .                      D.  $m > 1$ .
- Câu 87.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị của hàm số  $y = -x^3 + 3mx + 1$  có 2 điểm cực trị  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$  (với  $O$  là gốc tọa độ).  
A.  $m = \frac{3}{2}$ .                      B.  $m = -\frac{1}{2}$ .                      C.  $m = 1$ .                      D.  $m = \frac{1}{2}$ .
- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx - 3m + 4$  (C) có hai điểm cực trị là  $A$  và  $B$  sao cho hai điểm này cùng với điểm  $C\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$  lập thành tam giác nhọn gốc tọa độ  $O$  làm trọng tâm.  
A.  $m = \frac{1}{2}$ .                      B.  $m = -2$ .                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m = -\frac{1}{2}$ .
- Câu 89.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$  có hai điểm cực trị có hoành độ  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$ .

A.  $m = 0$ .                      B.  $m = -\frac{2}{3}$ .                      C.  $m = \frac{2}{3}$ .                      D.  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 90.** Gọi  $x_1, x_2$  là hai điểm cực trị của hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để:  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$

A.  $m = \pm\sqrt{2}$ .                      B.  $m = \pm 2$ .                      C.  $m = 0$ .                      D.  $m = \pm 1$ .

**Câu 91.** Cho hàm số  $y = (m-1)x^4 - 3mx^2 + 5$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số có cực đại mà không có cực tiểu

A.  $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$ .                      B.  $m \in [0; 1]$ .  
C.  $m \in (0; 1)$ .                      D.  $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ .

**Câu 92.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(1-m^2)x^2 + m + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

A.  $m = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $m = \frac{1}{2}$ .                      C.  $m = 0$ .                      D.  $m = 1$ .

**Câu 93.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 + 3(m-3)x^2 + 11 - 3m$  có hai điểm cực trị. Đồng thời hai điểm cực trị đó và điểm  $C(0; -1)$  thẳng hàng.

A.  $m = 4$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = -3$ .                      D.  $m = 2$ .

**Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số:  $y = x^3 - 3mx + 2$  cắt đường tròn tâm  $I(1; 1)$  bán kính bằng 1 tại 2 điểm  $A, B$  mà diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất.

A.  $m = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $m = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
C.  $m = 1 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ .                      D.  $m = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 95.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$  có hai điểm cực trị  $A, B$  sao cho đường thẳng  $AB$  vuông góc với đường thẳng:  $y = x + 2$ .

A.  $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$ .

**Câu 96.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$ . Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số có 2 cực trị cùng dấu.

A.  $\frac{-23}{4} < m < 2$ .      B.  $\frac{-15}{4} < m < 2$ .      C.  $\frac{-21}{4} < m < 2$ .      D.  $\frac{-17}{4} < m < 2$

**Câu 97.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + m$ . Giả sử đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A, B đồng thời A, B cùng với gốc tọa độ O không thẳng hàng. Khi đó chu vi  $\Delta OAB$  nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A.  $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ .      C.  $\sqrt{20} - \sqrt{10}$ .      D.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

**Câu 98.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành 1 tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

A.  $m = 4$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 3$ .      D.  $m = 1$ .

**Câu 99.** Tính theo  $m$  khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu (nếu có) của đồ thị hàm số:

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1.$$

A.  $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+5m^2+9)}$ .      B.  $\frac{4}{9}\sqrt{(2m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$ .      C.  $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$ .      D.  $\sqrt{(4m^2+4)(4m^4+8m^2+10)}$ .

**Câu 100.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$  có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trên đường thẳng có phương trình:  $y = -4x$  (d).

A.  $m \in \{1\}$ .      B.  $m \in \{0; 1\}$ .      C.  $m \in \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$ .      D.  $m \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$ .

**Câu 101.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$  có đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu vuông góc với đường thẳng có phương trình:  $y = 3x$  (d)

A.  $m = \pm\sqrt{\frac{45}{2}}$ .      B.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$ .      C.  $m = 2$ .      D.  $m = \pm\sqrt{\frac{47}{2}}$ .

**Câu 102.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 - 1$  có điểm cực đại và điểm cực tiểu cùng với gốc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại O.

A.  $m = 1$ .      B.  $\begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} m = \pm\frac{\sqrt{6}}{2} \\ m = \pm 1 \end{cases}$ .      D.  $m = \pm 1$ .

**Câu 103.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$  có điểm cực đại và điểm cực tiểu cách đều đường thẳng có phương trình:  $y = x - 1$  (d).

A.  $m = 0$ .                      B.  $\begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{9}{2} \end{cases}$ .                      C.  $m = 2$ .                      D.  $m = -\frac{9}{2}$ .

**Câu 104.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$  có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

A.  $\begin{cases} m = 1 \\ m = \pm \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ .                      C.  $m = \pm \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ .                      D.  $m = 1$ .

**Câu 105.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 1$  có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành 1 tứ giác nội tiếp.

A.  $m = \pm 1$ .                      B.  $m = 1$ .                      C. Không tồn tại  $m$ .                      D.  $m = -1$ .

**Câu 106.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$  có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 64.

A. Không tồn tại  $m$ .                      B.  $m = \sqrt[3]{2}$ .                      C.  $m = -\sqrt[3]{2}$ .                      D.  $m = \pm\sqrt[3]{2}$ .

**Câu 107.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - 2mx^2 + m$  có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn hơn 1.

A.  $m < -1$ .                      B.  $m > 2$ .  
C.  $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ .                      D. Không tồn tại  $m$ .

**Câu 108.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = x^4 - (3m - 1)x^2 + 2m + 1$  có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với điểm  $D(7; 3)$  nội tiếp được một đường tròn.

A.  $m = 3$ .                      B.  $m = 1$ .  
C.  $m = -1$ .                      D. Không tồn tại  $m$ .

**Câu 109.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số:  $y = -x^4 + 2mx^2 - 4m + 1$  có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ tạo thành 1 hình thoi.

A. Không tồn tại  $m$ .                      B.  $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \end{cases}$ .                      C.  $m = -1$ .                      D.  $m = 1$ .

**Câu 110.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$  có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số cách đều gốc tọa độ O.

A.  $m = \pm \frac{1}{2}$ .                      B.  $m = \frac{1}{2}$ .                      C.  $m = -1$ .                      D.  $m = \pm 1$ .

**Câu 111.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho tam giác  $OAB$  có diện tích bằng 48.

- A.  $m = 2$  hoặc  $m = 0$ .    B.  $m = 2$ .    C.  $m = -2$ .    D.  $m = \pm 2$ .

**Câu 112.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$  ( $C$ ). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số ( $C$ ) có ba điểm cực trị  $A, B, C$  sao cho  $OA = BC$ ; trong đó  $O$  là gốc tọa độ,  $A$  là điểm cực trị thuộc trục tung,  $B$  và  $C$  là hai điểm cực trị còn lại.

- A.  $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$ .    B.  $m = 2 + 2\sqrt{2}$ .    C.  $m = 2 - 2\sqrt{2}$ .    D.  $m = \pm 1$ .

**Câu 113.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$  có các điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng ( $d$ ):  $y = x$ .

- A.  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .    B.  $m = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
C.  $m = 0$  hoặc  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .    D.  $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 114.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$  có cực trị đồng thời khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ  $O$  bằng  $\sqrt{2}$  lần khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ  $O$ .

- A.  $m = -3 - 2\sqrt{2}$  hoặc  $m = -1$ .    B.  $m = -3 + 2\sqrt{2}$  hoặc  $m = -1$ .  
C.  $m = -3 + 2\sqrt{2}$  hoặc  $m = -3 - 2\sqrt{2}$ .    D.  $m = -3 + 2\sqrt{2}$ .

**Câu 115.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$  ( $C$ ) có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

- A.  $m = \pm 1$ .    B.  $m = 1$  hoặc  $m = 0$ .  
C.  $m = -1$  hoặc  $m = 0$ .    D.  $m = -1$ .

**Câu 116.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = mx^3 - 3mx^2 + 3m - 3$  có hai điểm cực trị  $A, B$  sao cho  $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$  (Trong đó  $O$  là gốc tọa độ).

- A.  $m = -1$ .    B.  $m = 1$ .  
C.  $m = -1$  hoặc  $m = -\frac{17}{11}$ .    D.  $m = 1$  hoặc  $m = -\frac{17}{11}$ .

**Câu 117.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2$  ( $C$ ). Tìm tất cả các giá trị thực tham số  $m$  để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị ( $C$ ) tạo với đường thẳng  $\Delta: x + my + 3 = 0$  một góc  $\alpha$  biết

- $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ .  
A.  $m = 2$  hoặc  $m = -\frac{2}{11}$ .    B.  $m = -2$  hoặc  $m = -\frac{2}{11}$ .

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

C.  $m = 2$  hoặc  $m = \frac{2}{11}$ .

D.  $m = 2$ .

**Câu 118.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$  có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác đều.

A.  $m = 0$ .

B.  $m = 1$ .

C.  $m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ .

D.  $m = 1 - \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ .

**Câu 119.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để điểm  $M(2m^3; m)$  tạo với hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$  (C) một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

A.  $m = 2$ .

B.  $m = 0$ .

C.  $m = 1$ .

D.  $m = -1$ .

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

[hoc360.net](http://hoc360.net)

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**I – ĐÁP ÁN 1.2**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	D	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B	C	C

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	A	B	A	A	A	C	A	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
C	A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	
A	D	A	B	A	D	B	A	B	A	D	C	D	C	A	D	A	C	B	

**II – HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1.** Chọn A

**Câu 2.** Chọn A

**Câu 3.** Chọn B

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta được hàm số đạt cực đại tại  $x = 2$  và đạt cực tiểu tại  $x = 0$

**Câu 4.** Chọn A

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$



**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

$y(0) = 3; y(1) = y(-1) = 2$  nên hàm số có hai cực trị.

**Câu 5.** Chọn C

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow A(1; -1), B(-1; 3) \Rightarrow$  Phương trình  $AB: y = -2x + 1$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

Bấm máy tính:

**Bước 1 :** Bấm Mode 2 (CMPLX)

**Bước 2 :**  $x^3 - 3x + 1 - (3x^2 - 3)\left(\frac{x}{3}\right)$

**Bước 3 :** CALC  $x = i$

Kết quả :  $1 - 2i \Rightarrow$  phương trình AB:  $y = 1 - 2x$

**Câu 6.** Chọn B

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại  $x = -3$  và  $y_{CD} = -3$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -1$  và  $y_{CT} = 1$

$$\Rightarrow M^2 - 2n = 7$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

Bấm máy tính:

**Bước 1:**

$$\left. \frac{d\left(\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}\right)}{dx} \right|_{x=1000} \cdot (100 + 2)^2 \rightarrow 1004003 = 1000^2 + 4000 + 3 = x^2 + 4x + 3$$

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

**Bước 2:** Giải phương trình bậc hai :  $x^2 + 4x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow A \\ x = -3 \rightarrow B \end{cases}$

**Bước 3:** Nhập vào máy tính  $\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

Cacl  $x = A \rightarrow C$

Cacl  $x = B \rightarrow D$

**Bước 4:** Tính  $C^2 - 2D = 7$

**Câu 7.** Chọn D

$$y' = 3x^2 + 34x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = -12$ .

**Câu 8.** Chọn B

$$y' = 12x^3 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$  và  $y_{CD} = 1$ .

**Câu 9.** Chọn B

Hàm số  $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$  có  $y' = \frac{-2x + 3}{2\sqrt{-x^2 + 3x - 2}}$  và  $y'$  đổi dấu từ "+" sang "-" khi

$x$  chạy qua  $\frac{3}{2}$  nên hàm số đạt cực đại tại  $x = \frac{3}{2}$ .

Dùng casio kiểm tra:  $\begin{cases} y'(\frac{3}{2}) = 0 \\ y''(\frac{3}{2}) < 0 \end{cases}$  thì hàm số đạt cực đại tại  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 10.** Chọn A

Hàm số  $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$  có  $y' = -40x^3 - 10x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  và  $y''(0) = -10 < 0$  nên hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$ .

**Câu 11.** Chọn C

$$y' = \frac{3x^2 + 18x + 20}{(x+3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{21}}{3} \\ x = \frac{-9 - \sqrt{21}}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng đi qua hai}$$

điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $y = 6x + 13$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:**

Tại điểm cực trị của đồ thị hàm số phân thức, ta có:  $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$y = \frac{(3x^2 + 13x + 19)'}{(x+3)'} \Leftrightarrow y = 6x + 13$$

**Câu 12.** Chọn D

**TXĐ:**  $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$ .

$$y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1(l)$$

$y'$  không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

**Câu 13.** Chọn C

$$y' = 7x^6 - 5x^4 = x^4(7x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{5}{7}} \end{cases}$$

$y'$  chỉ đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $\pm\sqrt{\frac{5}{7}}$  nên hàm số có hai điểm cực trị.

**Câu 14.** Chọn A

$f'(x)$  đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $-1$  và  $3$  nên hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 15.** Chọn C

**TXĐ**  $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

$$y' = \frac{1}{3}(x^2 - 2x)^{-\frac{2}{3}}(2x - 2)$$

$y'$  không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

**Câu 16.** Chọn D

$D = \mathbb{R}$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

$$y' = -3x^2 + 6x + 6$$

Phương trình  $y' = 0$  luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và  $y'$  đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $x_1, x_2$  nên hàm số đạt cực trị tại  $x_1, x_2$ .

$$S = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 8$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

**Bước 1:** Giải phương trình bậc hai :  $-3x^2 + 6x + 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \rightarrow A \\ x = 1 - \sqrt{3} \rightarrow B \end{cases}$

**Bước 2:** Tính  $A^2 + B^2 = 8$

**Câu 17.** Chọn C

**Câu 18.** Chọn B

**Câu 19.** Chọn D

**Câu 20.** Chọn D

**Câu 21.** Chọn C

Hàm số bậc ba:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\Delta' = b^2 - 3ac$$

Nếu  $\Delta' \leq 0$  thì  $y'$  không đổi dấu trên  $\mathbb{R}$  nên hàm số không có cực trị.

Nếu  $\Delta' > 0$  thì phương trình  $y' = 0$  luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và  $y'$  đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $x_1, x_2$  nên hàm số đạt cực trị tại  $x_1, x_2$ .

**Câu 22.** Chọn C

**Câu 23.** Chọn C

**Câu 24.** Chọn B

**Câu 25.** Chọn D

**Câu 26.** Chọn A

Hàm số  $y = x + \frac{1}{x+1}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$y'$  đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $-2$  và  $0$  nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 27.** Chọn D

Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D \text{ nên hàm số không có cực trị}$$

**Câu 28.** Chọn A

**Câu 29.** Chọn A

TXĐ  $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$y'$  đổi dấu từ "-" sang "+" khi  $x$  chạy qua  $-1$  nên hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .

**Câu 30.** Chọn D

Hàm số  $y = 2\sqrt{x} - x$  có TXĐ  $D = [0; +\infty)$

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = -\frac{1}{2} < 0 \end{cases} \text{ nên hàm số đạt cực đại tại } x = 1.$$

**Câu 31.** Chọn B

+ A. Hàm số trùng phương luôn luôn có cực trị.

+ B.  $y = x^3 + 1$

Ta có:  $y' = 3x^2 \Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó, hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số này không có cực trị.

+ Đối với phương án C và D, đây là hàm số bậc nhất và phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất. Đây là 2 hàm số luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định của chúng, do đó 2 hàm số này không có cực trị.

**Câu 32.** Chọn C

+ Đây là hàm số trùng phương có  $ab = -3 < 0$  nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Mặt khác, có  $a = 1 > 0$  nên hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

**Câu 33.** Chọn B

$$+ \text{ Để hàm số đạt cực đại } x = 1 \text{ thì } \begin{cases} y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 2m \cdot 1 + 2m - 3 = 0 \\ y''(1) = 6 \cdot 1 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$$

**Câu 34.** Chọn D

+ Hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất/ bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của chúng, do đó hàm này không có cực trị.

**Câu 35.** Chọn D

+ Ta có:  $y' = 3x^2 - 4x + 1$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1 \Rightarrow y_{CT} = 3$

**Câu 36.** Chọn A

+ Hàm trùng phương có 1 điểm cực trị khi  $ab \geq 0 \Leftrightarrow m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$ .

**Câu 37.** Chọn A

+ Ta có:  $y' = -x^2 + 8x - 5$ .

$x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình:  $y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 5 = 0$ .

Khi đó, theo định lý Viet, ta có:  $x_1 x_2 = 5$

**Câu 38.** Chọn B

+ Ta có:  $y' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x - 1)$ .

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 12x^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .

**Câu 39.** Chọn C

TXĐ:  $D = R$

+ Ta có:  $y' = 2a \cos 2x - 3b \sin 3x - 2$ .

Hàm số đạt cực trị tại  $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y'(\frac{\pi}{2}) = -2a + 3b - 2 = 0 \\ y'(\pi) = 2a - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Do đó, giá trị của biểu thức  $P = a + 3b - 3ab = 1$ .

**Câu 40.** Chọn C

+ Đây là hàm số bậc 3 có  $b^2 - 3ac = 6^2 - 3.3.4 = 0$ . Do đó, hàm số luôn đơn điệu trên  $R$ .  
Hàm số này không có cực trị.

**Câu 41.** Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6x + m$$

$$y'' = 6x - 6$$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 2$  khi:

$$\begin{cases} y'(2) = 3.2^2 - 6.2 + m = 0 \\ y''(2) = 6.2 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

**Câu 42.** Chọn B

$$y' = 3x^2 - 12x + 9.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại  $x = 1 \Rightarrow y_{CD} = 3$ .

**Câu 43.** Chọn B

$$+ \text{Hàm số có cực đại, cực tiểu khi } \begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3(m-1)(m+1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$$

**Câu 44.** Chọn C

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị do đạo hàm của nó là một đa thức bậc 3 luôn có nghiệm thực. Nên đáp án này đúng.

+ B. Hàm số bậc 3 có tối đa 2 cực trị. Nên đáp án này sai.

+ C. Hàm số trùng phương chỉ có thể có 1 hoặc 3 điểm cực trị. Nên đáp án này sai.

+ D. Đáp án này sai.

**Câu 45.** Chọn B

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = \pm 1$  và  $y_{CT} = 4$ .

**Câu 46.** Chọn C

+ Ta có:  $y' = -\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$ . Dễ dàng nhận thấy  $x = 0$  là điểm tới hạn của hàm số, và  $y'$  đổi dấu

khi đi qua  $x = 0$ . Nên  $x = 0$  là cực trị của hàm số. Hơn nữa, ta có hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 0)$  và nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ . Do đó,  $x = 0$  là cực đại của hàm số.

**Câu 47.** Chọn D

+ Đây là hàm số trùng phương có  $ab = -3.4 < 0$  nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Hơn nữa, hàm số có  $a = -3 < 0$  nên hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**Câu 48.** Chọn D

+ A. Có  $y' = 3x^2 \geq 0 \forall x \in R$ . Do đó, hàm số này luôn đồng biến trên  $R$ . Hay nói cách khác, hàm số này không có cực trị.

+ B. Đây là hàm số bậc 3 có  $b^2 - 3ac = 3 > 0$ . Do đó, hàm số này có 2 cực trị.

+ C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ D. Đây là hàm số bậc 3 có  $b^2 - 3ac = 9 > 0$ . Do đó, hàm số này có 2 cực trị.

**Câu 49.** Chọn D

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

$$y' = 3x^2 - 12x + 4.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 4 = 0.$$

$x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $y' = 0$ .

Khi đó, theo định lý Viet, ta có:  $x_1 + x_2 = 4$ .

**Câu 50.** Chọn A

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y_{CD} - y_{CT} = y(0) - y(2) = 4.$$

**Câu 51.** Chọn B

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là gốc tọa độ, ta có:

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow c = d = 0$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là  $A(-1; -1)$ , ta có:

$$\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y(-1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ b - a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy hàm số là:  $y = -2x^3 - 3x^2$ .

**Câu 52.** Chọn A

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ B. Đây là hàm số bậc 3 có  $b^2 - 3ac = -5 < 0$ . Do đó, hàm số này không có cực trị.

+ C. Hàm số bậc nhất đơn điệu trên  $R$ . Do đó, hàm số này cũng không có cực trị.

+ D. Hàm số phân thức hữu tỷ bậc nhất/bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của nó.

Do đó, hàm số này không có cực trị.

**Câu 53.** Chọn A

+ Như ta đã biết, điều kiện để hàm số trùng phương có 3 điểm cực trị là  $-\frac{b}{2a} > 0$ . Ở đây

lại có,  $a \neq 0$  nên điều kiện trở thành  $ab < 0$ .

**Câu 54.** Chọn C

Hàm số bậc 3 có cực đại, cực tiểu thì  $b^2 - 3ac > 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (4m - 1) > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}.$$

**Câu 55.** Chọn D



$$y' = -4x^3 + 8x = -4x(x^2 - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại  $x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y_{CD} = 7$ .

**Câu 56.** Chọn B

+ A. Đây là hàm số bậc 3 có  $b^2 - 3ac = 25 > 0$ . Do đó, hàm số có 2 cực trị.

+ B. Hàm số  $y = x^4 + 3x^2 + 2$  có 1 cực trị.

+ C. Có  $y' = \frac{2x^2 + 1}{3x^2} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Do đó, hàm số này đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. Hàm số này không có cực trị.

+ D. Có  $y' = 2017.6x^5 + 2016.4x^3$ . Xét  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ . Do đó hàm số này có đúng 1 cực trị.

**Câu 57.** Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \frac{2 - 2x^3}{\sqrt{1 + 4x - x^4}}. \quad y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y(1) = 2$$

**Câu 58.** Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x + a$$

Đồ thị hàm số có điểm cực trị là  $A(1; 3)$ , ta có:

$$\begin{cases} y'(1) = -1 + a = 0 \\ y(1) = -1 + a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Khi đó ta có,  $4a - b = 1$ .

**Câu 59.** Chọn C

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } a = y(0) = -2; b = y(2) = -6 \Rightarrow 2a^2 + b = 2.$$

**Câu 60.** Chọn A

+ Hàm số trùng phương luôn đạt cực trị tại  $x = 0$ . Do đó:  $x_1 x_2 x_3 = 0$ .

**Câu 61.** Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên  $\Rightarrow$  Hàm số đạt cực đại tại  $x = -1$

**Câu 62.** Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên . Suy ra :  $y_{CD} = -4$

**Câu 63.** Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0, \forall x \in R$$

Hàm số không có cực trị

**Câu 64.** Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ . Vậy hàm số có 2 cực trị .}$$

**Câu 65.** Chọn A

**Câu 66.** Chọn A

[Phương pháp tự luận]:  $y' = 4mx^3 - 2(m+1)x = 0$

$$\Leftrightarrow 2x(2mx^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 = m + 1 \end{cases}$$

Hàm số có 3 điểm cực trị  $\Leftrightarrow m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$

[Phương pháp trắc nghiệm] : Đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có 3 cực trị khi và chỉ khi  $a$  và  $b$  trái dấu , tức là :  $ab < 0$

Suy ra :  $m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$

**Câu 67.** Chọn C

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 4x + m + 3$$

Hàm số không có cực trị  $\Leftrightarrow \Delta' y' \leq 0 \Leftrightarrow 4 - 3(m+3) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$

**Câu 68.** Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 2mx + m + 1$$

$$y'' = 2x - 2m$$

$$\text{Hàm số đạt cực đại tại } x = -2 \text{ khi: } \begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 4m + m + 1 = 0 \\ 4 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

(không tồn tại  $m$ ).

**Câu 69.** Chọn C

**Câu 70.** Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$$y' = mx^2 + 4x + m$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$$

**Câu 71.** Chọn B

$$y' = x^2 + 2mx + m + 6$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$$

**Câu 72.** Chọn A

$$y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$$

Hàm số có 2 cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 + 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-3; 1) \setminus \{-2\}$$

**Câu 73.** Chọn D

$$y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3)$$

Yêu cầu của bài toán  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $-1 < x_1 < x_2$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4(m+3) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ x_1+x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m-1) > 0 \\ x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1+x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \\ m > -\frac{7}{2} \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < m < -3$$

**Câu 74.** Chọn B

$$y' = x^2 + 2(m^2 - m + 2)x + 3m^2 + 1$$

$$y'' = 2x + 2(m^2 - m + 2)$$

Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -2$  khi:

$$\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4m - 3 = 0 \\ m^2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

**Câu 75.** Chọn B

$$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$$

Yêu cầu của bài toán  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn:  $x_1 + 2x_2 = 1$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \\ x_1x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \\ x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ x_1x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ \left(\frac{3m-4}{m}\right)\left(\frac{2-m}{m}\right) = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

**Câu 76.** Chọn C

Trường hợp 1:  $m = 0$

Ta có hàm số:  $y = -x^2$ , hàm số này có 1 cực trị. Vậy  $m = 0$  thỏa mãn.

Trường hợp 2:  $m \neq 0$

$$y' = 4mx^3 + 2(m-1)x$$

$$\text{Hàm số có đúng 1 cực trị} \Leftrightarrow \frac{m-1}{m} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m < 0 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp TH1 và TH2, ta có: } \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \text{ thỏa mãn.}$$

**Câu 77.** Chọn C

$$y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 4m + 3)x$$

Hàm số có 3 cực trị

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{m^2 - 4m + 3}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3).$$

**Câu 78.** Chọn D

$$y' = 4x^3 - 4m^2x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m^2) = 0$$

Hàm số có 3 điểm cực trị  $\Leftrightarrow m \neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :  $A(0;1)$ ,  $B(m;1-m^4)$ ,  $C(-m;1-m^4)$

Do tính chất đối xứng, ta có  $\Delta ABC$  cân tại đỉnh  $A$ .

Vậy  $\Delta ABC$  chỉ có thể vuông cân tại đỉnh

$$A \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow -m^2 + m^8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có:  $m = \pm 1$  (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức  $\frac{b^3}{8a} + 1 = 0$ .

**Câu 79.** Chọn B

$$y' = 4x^3 - 4(m+1)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m - 1) = 0$$

Hàm số có điểm 3 cực trị  $\Leftrightarrow m > -1$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :

$$A(0; m^2), B(-\sqrt{m+1}; -2m-1), C(\sqrt{m+1}; -2m-1)$$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Do tính chất đối xứng, ta có  $\Delta ABC$  cân tại đỉnh  $A$ .

Vậy  $\Delta ABC$  chỉ có thể vuông cân tại đỉnh  $A \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0$

$$\Leftrightarrow -(m+1) + (-m^2 - 2m - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow m^4 + 4m^3 + 6m^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có:  $m = 0$  (thỏa mãn).

**Lưu ý:** Có thể làm theo cách khác:

+) **Cách 1:** Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , tìm tọa độ điểm  $M$ ,  $\Delta ABC$  vuông tại đỉnh  $A$  thì  $2AM = BC$ .

+) **Cách 2:** Sử dụng định lý Pitago  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

+) **Cách 3:**  $\cos(\overline{BA}, \overline{BC}) = \cos 45^\circ$ .

+) Hoặc sử dụng công thức  $\frac{b^3}{8a} + 1 = 0$ .

**Câu 80.** Chọn C

$$y' = 4x^3 - 4mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0$$

Hàm số có 3 cực trị  $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0; m^4 + 2m), B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m), C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$$

Do tính chất đối xứng, ta có  $\Delta ABC$  cân tại đỉnh  $A$ .

$$\text{Vậy } \Delta ABC \text{ đều chỉ cần } AB = BC \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có:  $m = \sqrt[3]{3}$  (thỏa mãn).

**Lưu ý:** có thể sử dụng công thức  $\frac{b^3}{8a} + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{(-2m)^3}{8} + 3 = 0 \Leftrightarrow m^3 = 3 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$ .

**Câu 81.** Chọn C

Ta có:  $y = x^3 - 3x$

Các điểm cực trị:  $A(1; -2); B(-1; 2)$ . Nên ta có  $AB = 2\sqrt{5}$ .

**Câu 82.** Chọn A

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Ta có:  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ .

Các điểm cực trị:  $A(-2; -1); B(0; 3); C(2; -1)$ .

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân tại  $B$ .  $H(0; -1)$  là trung điểm của  $AC$ .

Nên  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BH.AC = \frac{1}{2}.4.4 = 8$ .

**Câu 83.** Chọn A

Ta có:  $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$

Hàm số có cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ .

**Câu 84.** Chọn A

Để hàm số có ba cực trị thì trước hết hàm số phải là hàm số trùng phương tức  $m \neq 0$ .

Ta có:  $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 9)x = 4mx(x^2 + \frac{m^2 - 9}{2m})$ .

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi:  $y'$  có 3 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \frac{m^2 - 9}{2m} < 0$

$$\Leftrightarrow m(m^2 - 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$$

Vậy các giá trị cần tìm của  $m$  là:  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$ .

**Câu 85.** Chọn B

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1:  $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ . Khi đó  $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$  hàm số chỉ có cực tiểu ( $x = 0$ ) mà không có cực đại  $\Rightarrow m = -1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2:  $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ . Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có:

$$y' = 4(m + 1)x^3 - 2mx = 4(m + 1)x \left[ x^2 - \frac{m}{2(m + 1)} \right]$$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại  $\Leftrightarrow y'$  có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm

$$\text{sang dương khi } x \text{ đi qua nghiệm này } \Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1) > 0 \\ \frac{m}{2(m+1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0.$$

Kết hợp những giá trị  $m$  tìm được, ta có  $-1 \leq m \leq 0$ .

**Câu 86.** Chọn D

Ta có  $y' = 3x^2 - 6mx + m - 1$ .

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi PT  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt

Điều này tương đương  $\Delta' = 9m^2 - 3(m-1) > 0 \Leftrightarrow 3m^2 - m + 1 > 0$  (đúng với mọi  $m$ ).

$$\text{Hai điểm cực trị có hoành độ dương } \Leftrightarrow \begin{cases} S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ \frac{m-1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy các giá trị cần tìm của  $m$  là  $m > 1$ .

**Câu 87.** Chọn D

Ta có  $y' = -3x^2 + 3m$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0 (*)$$

Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  PT (\*) có 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow m > 0 (**)$

Khi đó 2 điểm cực trị  $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m})$ ,  $B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$

Tam giác  $OAB$  vuông tại  $O \Leftrightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$  (thỏa mãn).

$$\text{Vậy } m = \frac{1}{2}.$$

**Câu 88.** Chọn D

Ta có  $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 12m$ . Hàm số có hai cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1 (*)$ . Khi đó hai điểm cực trị là

$A(2; 9m)$ ,  $B(2m; -4m^3 + 12m^2 - 3m + 4)$ .

$$\Delta ABC \text{ nhận } O \text{ làm trọng tâm } \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2m - 1 = 0 \\ -4m^3 + 12m^2 + 6m + 4 - \frac{9}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2} \text{ (thỏa } (*)).$$



**Câu 89.** Chọn C

$$\text{Ta có : } y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1),$$

$g(x) = x^2 - mx - 3m^2 + 1$  là tam thức bậc hai có  $\Delta = 13m^2 - 4$ . Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi  $y'$  có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow g(x)$  có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \cdot (1)$$

$x_1, x_2$  là các nghiệm của  $g(x)$  nên theo định lý Vi-ét, ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$

$$\text{Do đó } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ  $m = \frac{2}{3}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 90.** Chọn B

**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$$

Hàm số luôn luôn có cực trị với mọi  $m$

$$\text{Theo định lý Viet : } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (2m)^2 - 3(m^2 - 1) = 7 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

$$\text{Cách 2 : } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + (m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (m + 1)^2 + (m - 1)^2 - (m - 1)(m + 1) = 7 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

**Câu 91.** Chọn B

**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 4(m - 1)x^3 - 6mx = 0 \quad (*)$$

**TH1 :** Nếu  $m = 1$ , (\*) trở thành :  $y' = -6x = 0$  hay  $x = 0$ ,  $y'' = -6 < 0$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Vậy  $m = 1$  hàm số đạt cực đại tại  $x = 0$

**TH2** : Nếu  $m \neq 1$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3m}{2(m-1)} \end{cases}$$

$$\text{Hàm số có cực đại mà ko có cực tiểu} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \frac{3m}{2(m-1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 1.$$

Kết hợp 2 trường hợp :  $m \in [0; 1]$ .

**Câu 92.** Chọn C

**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 4x^3 - 4(1 - m^2)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 - m^2 \end{cases}$$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi :  $|m| < 1$

Tọa độ điểm cực trị  $A(0; m+1)$

$$B(\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$C(-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$\overline{BC} = (-2\sqrt{1-m^2}; 0)$$

Phương trình đường thẳng  $BC$  :  $y + m^4 - 2m^2 - m = 0$

$$d(A, BC) = m^4 - 2m^2 + 1, \quad BC = 2\sqrt{1-m^2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot d[A, BC] = \sqrt{1-m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$$

Vậy  $S$  đạt giá trị lớn nhất  $\Leftrightarrow m = 0$ .

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\overline{AB} = (\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\overline{AC} = (-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\text{Khi đó } S = \frac{1}{2} |\overline{AB}, \overline{AC}| = \sqrt{1-m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất  $\Leftrightarrow m = 0$ .

**Câu 93.** Chọn A

**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 6x^2 + 6(m-3)x$$

$$y'=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3-m \end{cases}$$

Hàm số có 2 cực trị  $\Leftrightarrow m \neq 3$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị  $A(0; 11-3m)$

$$B(3-m; m^3 - 9m^2 + 24m - 16)$$

$$\overline{AB} = (3-m, (3-m)^3)$$

Phương trình dt  $AB : (3-m)^2 x + y - 11 + 3m = 0$

$A, B, C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow C \in AB$

Hay :  $-1 - 11 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 4$ .

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Bước 1 :** Bấm Mode 2 (CMPLX)

$$\text{Bước 2 : } y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 + 3(y-3)x^2 + 11 - 3y - \frac{(6x^2 + 6(y-3)x)(12x + 6(y-3))}{36}$$

**Bước 3 :** Cacl  $x = i$  ,  $y = 1000$

Kết quả :  $-2989 - 994009i$  . Hay :  $y = -2989 - 994009x$

Từ đó :  $-2989 = -3m + 11$  ,  $-994009 = -(m-3)^2$

Vậy phương trình dt qua 2 điểm cực trị AB là :  $(3-m)^2 x + y - 11 + 3m = 0$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

A, B, C thẳng hàng  $\Leftrightarrow C \in AB$

Hay :  $-1 - 11 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 4$ .

**Câu 94.** Chọn B

**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 3x^2 - 3m$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases} . \text{Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi : } m > 0$$

Khi đó tọa độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là:  $M(\sqrt{m}; -2m\sqrt{m} + 2)$

$$N(-\sqrt{m}; 2m\sqrt{m} + 2) \Rightarrow \overline{MN} = (-2\sqrt{m}; 4m\sqrt{m})$$

Phương trình đt  $MN$  :  $2mx + y - 2 = 0$

( Học sinh có thể dùng cách lấy  $y$  chia cho  $y'$  )

$$\text{Ta có : } S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \widehat{AIB} = 90^\circ \Rightarrow d[I, MN] = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow m = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Bước 1 :** Bấm Mode 2 (CMPLX)

$$\text{Bước 2 : } y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3yx + 2 - \frac{(6x^2 - 3y)(12x)}{18}$$

**Bước 3 :** Cacl  $x = i$  ,  $y = 1000$

Kết quả :  $2 - 2000i$  . Hay :  $y = 2 - 2000x$

Từ đó :  $-2000 = -2m$  ,

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị  $A, B$  là :  $y = 2 - 2mx$  hay  $2mx + y - 2 = 0$

Giải như tự luận ra kết quả .

**Câu 95.** Chọn C

**[Phương pháp tự luận]**

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\text{Ta có : } y = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là :  $m \neq 1$

$$\text{Ta có : } A(1; 3m-1) \quad B(m; -m^3 + 3m^2)$$

$$\text{Hệ số góc đt } AB \text{ là : } k = -(m-1)^2$$

$$\text{Đt } AB \text{ vuông góc với đường thẳng } y = x + 2 \text{ khi và chỉ khi } k = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Bước 1 :** Bấm Mode 2 (CMPLX)

$$\text{Bước 2 : } y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3(y+1)x^2 + 6yx - \frac{(6x^2 - 6(y+1)x + 6y)(12x - 6(y+1))}{36}$$

**Bước 3 :** Cacl  $x = i$  ,  $y = 1000$

Kết quả : 1001000 - 9980001.i . Hay :  $y = 1001000 - 9980001.x$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị  $AB$  là :  $y = m^2 - m - (m-1)^2 x$

Có đt  $AB$  vuông góc với đường thẳng  $y = x + 2$  khi và chỉ khi  $\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

**Câu 96.** Chọn D

**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 3x^2 - 12x + 3(m+2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow y' = x^2 - 4x + (m+2) = 0$$

Hàm số có 2 điểm cực trị  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 2$

$$\text{Chia } y \text{ cho } y' \text{ ta được : } y = \frac{1}{3}y'(x-2) + (m-2)(2x+1)$$

Điểm cực trị tương ứng :  $A(x_1; (m-2)(2x_1+1))$  và  $B(x_2; (m-2)(2x_2+1))$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\text{Có: } y_1 \cdot y_2 = (m-2)^2 (4x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 1)$$

$$\text{Với: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases} \text{ nên: } y_1 \cdot y_2 = (m-2)^2 (4m+17)$$

$$\text{Hai cực trị cùng dấu} \Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 (4m+17) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-17}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp đk: } -\frac{17}{4} < m < 2.$$

**Câu 97.** Chọn B

**[Phương pháp tự luận]**

$$\text{Ta có: } y' = 6x^2 - 18x + 12$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 5 + m \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 4 + m \end{cases}$$

$A(1; 5 + m)$  và  $B(2; 4 + m)$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$$\overrightarrow{OA} = (1; 5 + m), \overrightarrow{OB} = (2; 4 + m), \overrightarrow{AB} = (1; -1)$$

$$OAB \text{ là 1 tam giác} \Leftrightarrow -4 - m \neq 2 \Leftrightarrow m \neq -6$$

$$\text{Chu vi của } \Delta OAB \text{ là: } 2p = \sqrt{1 + (m+5)^2} + \sqrt{4 + (m+4)^2} + \sqrt{2}$$

Sử dụng tính chất  $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$  với  $\vec{u} = (1; -5 - m)$  và  $\vec{v} = (2; 4 + m)$

$$\text{Từ đó ta có: } \sqrt{1 + (m+5)^2} + \sqrt{4 + (m+4)^2} + \sqrt{2} \geq \sqrt{3^2 + (-1)^2} + \sqrt{2} = \sqrt{10} + \sqrt{2}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \vec{u}, \vec{v} \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow \frac{-5-m}{4+m} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{14}{3}.$$

Vậy chu vi  $\Delta OAB$  nhỏ nhất bằng  $(\sqrt{10} + \sqrt{2})$  khi  $m = -\frac{14}{3}$ .

**Câu 98.** Chọn D

**[Phương pháp tự luận]**

$$y' = 4x^3 - 4mx$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases} . \text{Hàm số có 3 điểm cực trị} \Leftrightarrow m > 0$$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$$A(0; m-1)$$

$$B(\sqrt{m}; m^2 + m - 1)$$

$$C(-\sqrt{m}; m^2 + m - 1)$$

Vì B, C đối xứng nhau qua trục tung nên  $BC \perp OA$

Do đó O là trực tâm tam giác  $ABC \Leftrightarrow OB \perp AC$  hay  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$$\text{Với } \overrightarrow{OB} = (\sqrt{m}, m^2 + m - 1), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m}, m^2)$$

$$\text{Từ đó: } -m + m^2(m^2 + m - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy  $m = 1$  là gtct.

**Câu 99.** Chọn C  
[Phương pháp trắc nghiệm]

**Cách 1:**

$$y' = x^2 - 2mx - 1$$

$\Delta' = m^2 + 1 > 0 \forall m$ , suy ra hàm số có 2 cực trị  $\forall m$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của pt  $y' = 0$

Bấm máy tính:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1 - (x^2 - 2mx - 1)\left(\frac{x}{3} - \frac{m}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \frac{2003}{3} - \frac{2000002}{3}i \\ & = \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x \end{aligned}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(x_1; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_1\right); B\left(x_2; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_2\right)$$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\begin{aligned} AB^2 &= (x_2 - x_1)^2 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2 (x_2 - x_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 \left(1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right) \\ &= (4m^2 + 4) \left(1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right) = \frac{(4m^2 + 4)(4m^4 + 8m^2 + 13)}{9} \Rightarrow AB = \frac{2}{3} \sqrt{(m^2 + 1)(4m^4 + 8m^2 + 13)} \end{aligned}$$

**Cách 2:** Sử dụng công thức  $AB = \sqrt{\frac{4e + 16e^3}{a}}$  với  $e = \frac{b^2 - 3ac}{9a}$

$$e = \frac{m^2 + 1}{3} \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{4e + 16e^3}{a}} = \frac{2}{3} \sqrt{(m^2 + 1)(4m^4 + 8m^2 + 13)}.$$

**Câu 100.** Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)$$

Hàm số có 2 cực trị  $m \neq \frac{1}{3}$

Bấm máy tính:

$$\begin{aligned} &2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x - (6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)) \left(\frac{x}{3} + \frac{m-1}{6}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \\ &1997001000 - 8994001i = (2 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^6 + 10^3) - (9 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^3 + 1)i = \\ &= -(9m^2 - 6m + 1)x + 2m^3 - 3m^2 + m \end{aligned}$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là:  $y = -(9m^2 - 6m + 1)x + 2m^3 - 3m^2 + m$  ( $\Delta$ )

$$\Delta \equiv d \Leftrightarrow \begin{cases} -(9m^2 - 6m + 1) = -4 \\ 2m^3 - 3m^2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 101.** Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 3x^2 + 2mx + 7$$

Hàm số có 2 cực trị  $|m| > \sqrt{21}$

Bấm máy tính:

$$\begin{aligned} &x^3 + mx^2 + 7x + 3 - (3x^2 + 2mx + 7) \left(\frac{x}{3} + \frac{m}{9}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} -\frac{6973}{9} - \frac{1999958}{9}i = \\ &= -\frac{7000 - 27}{9} - \left(\frac{2 \cdot 10^6 - 42}{9}\right)i = -\left(\frac{2m^2 - 42}{9}\right)x + \frac{7m - 27}{9} \end{aligned}$$



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\text{Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: } y = -\left(\frac{2m^2 - 42}{9}\right)x + \frac{7m - 27}{9} \quad (\Delta)$$

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow -\left(\frac{2m^2 - 42}{9}\right)3 = -1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{45}{2} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{\frac{45}{2}} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

**Câu 102.** Chọn D

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

$$y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)$$

Hàm số có 2 cực trị  $m \neq 0$ , gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $y' = 0$

Bấm máy tính:

$$\begin{aligned} & -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1 - (-3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1))\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \\ & -2000002 + 2000000i = -(2 \cdot 10^6 + 2) + 2 \cdot 10^6 i = 2m^2x - 2m^2 - 2 \end{aligned}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:  $A(x_1; 2m^2x_1 - 2m^2 - 2)$ ;  $B(x_2; 2m^2x_2 - 2m^2 - 2)$

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } O \Leftrightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 + (2m^2x_1 - 2m^2 - 2)(2m^2x_2 - 2m^2 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 + 4m^4x_1x_2 - 4m^2(m^2 + 1)(x_1 + x_2) + 4(m^2 + 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - m^2)(1 + 4m^4) + 4(m^2 + 1)(1 + m^2 - 2m^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - m^2)(4m^4 + 4m^2 + 5) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

**Câu 103.** Chọn A

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

$$y' = 3x^2 - 6x - m$$

Hàm số có 2 cực trị  $m > -3$ , gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $y' = 0$ , ta có:

$$x_1 + x_2 = 2$$

Bấm máy tính:

$$x^3 - 3x^2 - mx + 2 - (3x^2 - 6x - m) \left( \frac{x}{3} - \frac{1}{3} \right) \xrightarrow{x=i, m=1000} \\ -\frac{994}{3} - \frac{2006}{3}i = -\frac{1000-6}{3} - \frac{2000+6}{3}i = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A \left( x_1; -\frac{2m+6}{3}x_1 - \frac{m-6}{3} \right); B \left( x_2; -\frac{2m+6}{3}x_2 - \frac{m-6}{3} \right)$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow I(1; -m)$

$$\text{Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: } y = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3} \quad (\Delta)$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta // d \text{ or } \Delta \equiv d \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2m+6}{3} = 1 \\ -m = 1 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{2} \\ m = 0 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện thì  $m = 0$ .

**Câu 104.** Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi  $m > 0$  (\*)

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0; m-1), B(-\sqrt{m}; -m^2 + m - 1), C(\sqrt{m}; -m^2 + m - 1)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |y_B - y_A| \cdot |x_C - x_B| = m^2 \sqrt{m}; \quad AB = AC = \sqrt{m^4 + m}, \quad BC = 2\sqrt{m}$$

$$R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{\Delta ABC}} = 1 \Leftrightarrow \frac{(m^4 + m)2\sqrt{m}}{4m^2\sqrt{m}} = 1 \Leftrightarrow m^3 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \pm \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện (*) ta có } \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \end{cases}$$

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

$$\text{Áp dụng công thức: } R = \frac{b^3 - 8a}{8|a|b} \Leftrightarrow 1 = \frac{(-2m)^3 - 8}{8(-2m)} \Leftrightarrow m^3 + 1 = 2m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện (*) ta có } \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{cases}$$

**Câu 105.** Chọn A

$$y' = y = 4x^3 - 4m^2x$$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi  $m \neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị là:  $A(0; m^4 + 1), B(-m; 1), C(m; 1)$

Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác  $ABOC$ . Do tính chất đối xứng, ta có:

$A, O, I$  thẳng hàng  $\Rightarrow AO$  là đường kính của đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác  $ABOC$ .

$$\text{Vậy } AB \perp OB \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{OB} = 0 \Leftrightarrow m^2 - m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện  $m = \pm 1$  (thỏa mãn).

**Câu 106.** Chọn D

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Hàm số có 3 điểm cực trị khi  $m \neq 0$

Áp dụng công thức  $S_{\Delta ABC} = \frac{b^2}{4|a|} \sqrt{-\frac{b}{2a}}$ , ta có:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{b^2}{4|a|} \sqrt{-\frac{b}{2a}} \Rightarrow 64 = \frac{64m^4}{4} \sqrt{\frac{8m^2}{2}} \Leftrightarrow m = \pm \sqrt[5]{2} \text{ (thỏa mãn)}$$

**Câu 107.** Chọn B

**[Phương pháp tự luận]**

Hàm số có 3 điểm cực trị khi  $m > 0$

Ba điểm cực trị là  $A(0; m), B(-\sqrt{m}; m - m^2), C(\sqrt{m}; m - m^2)$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow I(0; m - m^2)$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AI \cdot BC = m^2 \sqrt{m}$$

$$\text{Chu vi của } \Delta ABC \text{ là: } 2p = AB + BC + AC = 2(\sqrt{m+m^4} + \sqrt{m})$$

$$\text{Bán kính đường tròn nội tiếp } \Delta ABC \text{ là: } r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m+m^4} + \sqrt{m}}$$

$$\text{Theo bài ra: } r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m+m^4} + \sqrt{m}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m} (\sqrt{m+m^4} - \sqrt{m})}{m^4} > 1 \text{ (vì } m > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m} (\sqrt{m+m^4} - \sqrt{m}) > m^2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2+m^5} > m^2 + m \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra  $m > 2$  thỏa mãn.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

$$\text{Sử dụng công thức } r = \frac{b^2}{4|a| + \sqrt{16a^2 - 2ab^3}} \Rightarrow r = \frac{4m^2}{4 + \sqrt{16 + 16m^3}} = \frac{m^2}{1 + \sqrt{1+m^3}}$$

$$\text{Theo bài ra: } r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2}{1 + \sqrt{1+m^3}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 (\sqrt{1+m^3} - 1)}{m^3} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+m^3} - 1 > m$$

$$\sqrt{1+m^3} > m+1 \Leftrightarrow \sqrt{1+m^3} > m+1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra  $m > 2$  thỏa mãn.

**Câu 108.** Chọn A

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Hàm số có 3 điểm cực trị khi  $m > \frac{1}{3}$

Áp dụng công thức:

Phương trình đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$  là:

$$x^2 + y^2 - \left( \frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c \right) y + c \left( \frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} \right) = 0$$

Thay vào ta có phương trình:

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$x^2 + y^2 - \left( \frac{-27m^3 + 75m^2 - m - 15}{4(3m-1)} \right) y + \frac{-54m^4 + 75m^3 + 41 - 27m - 11}{4(3m-1)} = 0 \quad (T)$$

$$D(7;3) \in (T) \Rightarrow 27m^4 - 78m^3 + 92m^2 - 336m + 99 = 0$$

Sử dụng chức năng SOLVE, tìm ra nghiệm duy nhất thỏa mãn là  $m = 3$ .

**Câu 109.** Chọn B

**[Phương pháp tự luận]**

Hàm số có 3 điểm cực trị khi  $m > 0$

Ba điểm cực trị là:  $A(0; 1-4m), B(-\sqrt{m}; m^2-4m+1), C(\sqrt{m}; m^2-4m+1)$

Tứ giác  $OBAC$  đã có  $OB = OC, AB = AC$ . Vậy tứ giác  $OBAC$  là hình thoi chỉ cần thêm điều kiện

$$OB = AC \Leftrightarrow m + (m^2 - 4m + 1)^2 = m + m^4 \Leftrightarrow (m^2 - 4m + 1)^2 - m^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 4m + 1 - m^2)(m^2 - 4m + 1 + m^2) = 0 \Leftrightarrow (1 - 4m)(2m^2 - 4m + 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \text{ (thỏa mãn).} \end{cases}$$

**Câu 110.** Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1) = -3(x^2 - 2x - m^2 + 1).$$

$g(x) = x^2 - 2x - m^2 + 1$  là tam thức bậc hai có  $\Delta' = m^2$ . Do đó:  $y$  có cực đại cực tiểu

$$\Leftrightarrow y' \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow g(x) \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$$

(1)

Khi đó  $y'$  có các nghiệm là:  $1 \pm m \Rightarrow$  tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$A(1-m; -2-2m^3) \text{ và } B(1+m; -2+2m^3).$$

$$\text{Ta có: } \overline{OA}(1-m; -2-2m^3) \Rightarrow OA^2 = (1-m)^2 + 4(1+m^3)^2.$$

$$\overline{OB}(1+m; -2+2m^3) \Rightarrow OB^2 = (1+m)^2 + 4(1-m^3)^2.$$

$A$  và  $B$  cách đều gốc tọa độ khi và chỉ khi:

$$OA = OB \Leftrightarrow OA^2 = OB^2 \Leftrightarrow (1-m)^2 + 4(1+m^3)^2 = (1+m)^2 + 4(1-m^3)^2$$

$$\Leftrightarrow -4m + 16m^3 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Đổi chiều với điều kiện (1), ta thấy chỉ  $m = \pm \frac{1}{2}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 111.** Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi :  $2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$ . (1)

Khi đó, các điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $A(0; 3m^3)$ ,  $B(2m; -m^3)$ .

$$\text{Ta có: } \overline{OA}(0; 3m^3) \Rightarrow OA = 3|m^3|. \quad (2)$$

$$\text{Ta thấy } A \in Oy \Rightarrow OA \equiv Oy \Rightarrow d(B, OA) = d(B, Oy) = 2|m|. \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3) suy ra } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot d(B, OA) = 3m^4.$$

$$\text{Do đó: } S_{\Delta OAB} = 48 \Leftrightarrow 3m^4 = 48 \Leftrightarrow m = \pm 2 \text{ (thỏa mãn (1)).}$$

**Câu 112.** Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x[x^2 - (m+1)].$$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi :

$$y' \text{ có 3 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1. (*)$$

$$\text{Khi đó, ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m+1} \\ x = \sqrt{m+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; m) \\ B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \\ C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \end{cases}$$

(vai trò của  $B$ ,  $C$  trong bài toán là như nhau) nên ta giả sử :

$$B(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1), C(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1).$$

$$\text{Ta có: } \overline{OA}(0; m) \Rightarrow OA = |m|; \overline{BC}(2\sqrt{m+1}; 0) \Rightarrow BC = 2\sqrt{m+1}.$$

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Do đó  $OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \quad (\Delta' = 8) \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}$  (thỏa mãn (\*)).

Vậy  $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$ .

**Câu 113.** Chọn D

$$y' = 3x^2 - 6mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases} \text{ Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì } m \neq 0.$$

Giả sử hàm số có hai điểm cực trị là:  $A(0; 4m^3); B(2m; 0) \Rightarrow \overline{AB} = (2m; -4m^3)$

Trung điểm của đoạn  $AB$  là  $I(m; 2m^3)$ .

Điều kiện để  $AB$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = x$  là  $AB$  vuông góc với đường thẳng

$$(d): y = x \text{ và } I \in (d) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ 2m^3 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta có:  $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 114.** Chọn C

Ta có  $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$

Hàm số (1) có cực trị thì PT  $y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta = 1 > 0, \forall m$$

Khi đó, điểm cực đại  $A(m-1; 2-2m)$  và điểm cực tiểu  $B(m+1; -2-2m)$

$$\text{Ta có } OA = \sqrt{2}OB \Leftrightarrow m^2 + 6m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 + 2\sqrt{2} \\ m = -3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

**Câu 115.** Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4m^2x = 4x(x^2 - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 \end{cases}$$

Hàm số (C) có ba điểm cực trị  $\Leftrightarrow m \neq 0$  (\*). Với điều kiện (\*) gọi ba điểm cực trị là:

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$A(0;1); B(-m;1-m^4); C(m;1-m^4)$ . Do đó nếu ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân, thì sẽ vuông cân tại đỉnh A.

Do tính chất của hàm số trùng phương, tam giác  $ABC$  đã là tam giác cân rồi, cho nên để thỏa mãn điều kiện tam giác là vuông, thì  $AB$  vuông góc với  $AC$ .

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = (-m; -m^4); \overline{AC} = (m; -m^4); \overline{BC} = (2m; 0).$$

Tam giác  $ABC$  vuông khi:  $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4m^2 = m^2 + m^8 + (m^2 + m^8)$

$$\Leftrightarrow 2m^2(m^4 - 1) = 0; \Rightarrow m^4 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy với  $m = \pm 1$  thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0 \Leftrightarrow -m^6 + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

**Câu 116.** Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = m(3x^2 - 6x)$$

Với mọi  $m \neq 0$ , ta có  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3m - 3 \\ x = 2 \Rightarrow y = -m - 3 \end{cases}$ . Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.

$$\text{Giả sử } A(0; 3m - 3); B(2; -m - 3).$$

$$\text{Ta có: } 2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20 \Leftrightarrow 11m^2 + 6m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy giá trị } m \text{ cần tìm là: } \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}$$

**Câu 117.** Chọn A

Đường thẳng đi qua ĐCĐ, ĐCT là  $\Delta_1: 2x + y = 0$  có VTPT  $\vec{n}_1(2; 1)$

Đường thẳng đã cho  $\Delta: x + my + 3 = 0$  có VTPT  $\vec{n}_2(1; m)$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \cos(\Delta, \Delta_1) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|m+2|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \frac{4}{5}$$



Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\Leftrightarrow 25(m^2 + 4m + 4) = 5 \cdot 16 \cdot (m^2 + 1) \Leftrightarrow 11m^2 - 20m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{2}{11} \end{cases}$$

**Câu 118.** Chọn C

Ta có  $y' = 4x^3 - 8(m-1)x = 4x(x^2 - 2(m-1))$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2(m-1) \end{cases} \text{ nên hàm số có 3 điểm cực trị khi } m > 1.$$

Với đk  $m > 1$  đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$$A(0; 2m-1), B(\sqrt{2(m-1)}; -4m^2 + 10m - 5), C(-\sqrt{2(m-1)}; -4m^2 + 10m - 5).$$

Ta có:  $AB^2 = AC^2 = 2(m-1) + 16(m-1)^4$   
 $BC^2 = 8(m-1)$

Để 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành tam giác đều thì:

$$AB = AC = BC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2(m-1) + 16(m-1)^4 = 8(m-1)$$

$$\Leftrightarrow 8(m-1)^4 - 3(m-1) = 0 \Leftrightarrow (m-1)[8(m-1)^3 - 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2} \end{cases}$$

So sánh với điều kiện ta có:  $m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$  thỏa mãn.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 3 = 0 \Leftrightarrow -8(m-1)^3 + 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

**Câu 119.** Chọn B

Ta có:  $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases} \Rightarrow \forall m \in \mathbb{R}, \text{ hàm số luôn có CĐ, CT}$$

Tọa độ các điểm CĐ, CT của đồ thị là  $A(m; 2m^3 + 3m^2 + 1), B(m+1; 2m^3 + 3m^2)$

Suy ra  $AB = \sqrt{2}$  và phương trình đường thẳng  $AB: x + y - 2m^3 - 3m^2 - m - 1 = 0$ .

**Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí**

Do đó, tam giác  $MAB$  có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ  $M$  tới  $AB$  nhỏ nhất.

Ta có:  $d(M, AB) = \frac{3m^2 + 1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d(M, AB) \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \min d(M, AB) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  đạt được khi  $m = 0$ .

[hoc360.net](http://hoc360.net)