PHẦN I: PHÉP ĐẾM, HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP, NHỊ THỨC NIU TƠN

TÓM TẮT LÝ THUYẾT

BÀI 1: HAI QUY TẮC ĐẾM CƠ BẢN

1 . Quy tắc cộng:

Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B. Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n+m$ cách.

Quy tắc cộng cho công việc với nhiều phương án :

Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$. Có n_1 cách thực hiện phương án A_1 , n_2 cách thực hiện phương án A_2 , … và n_k cách thực hiện phương án A_k . Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n_1 + n_2 + ... + n_k$ cách.

2 . Quy tắc nhân:

Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn A và B. Công đoạn A có thể làm theo n cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo nm cách.

Quy tắc nhân cho công việc với nhiều công đoạn :

Giả sử một công việc nào đó bao gồm k công đoạn $A_1, A_2, ..., A_k$. Công đoạn A_1 có thể thực hiện theo n_1 cách, công đoạn A_2 có thể thực hiện theo n_2 cách, … và công đoạn A_k có thể thực hiện theo n_k cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo $n_1 n_2 ... n_k$ cách.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$.

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện công việc A bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$ hoàn thành).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1 . x_2 . \cdots . x_n$.

VÍ DỤ

Ví dụ 1: Một trường trung học phổ thông, có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh giỏi để đi dự thi trại hè.

LỜI GIẢI

Có các phương án sau thỏa yêu cầu đề bài

Cách 1: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 12, có 26 cách chọn.

Cách 2: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 11, có 43 cách chọn.

Cách 3: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 10, có 59 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng có $26+43+59=128$ cách chọn thỏa yêu cầu đề bài.

Ví dụ 2: Bạn B đi học từ nhà đến trường; biết rằng từ nhà đến bến phà có 3 tuyến đường; từ bến phà đến trạm xe buýt có 6 tuyến đường; từ trạm xe buýt có 4 tuyến đường đến trường. Vậy bạn B có bao nhiêu cách chọn tuyến đường đi học.

LỜI GIẢI

Ta chia việc đi học của bạn B thành ba công đoạn sau:

Công đoạn 1: Bạn B chọn 1 trong 3 con đường để đi từ nhà đến phà, có 3 cách chọn.

Công đoạn 2: Bạn B chọn 1 trong 6 con đường để đi từ phà đến trạm xe buýt, có 6 cách chọn.

Công đoạn 3: Bạn B chọn 1 trong 4 con đường để đi từ trạm xe buýt đến trường, có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $3.6.4=72$ cách.

Ví dụ 3: Một lớp học có 19 học sinh nam, 11 học sinh nữ(tất cả đều hát rất hay). Vậy lớp học đó có bao nhiêu cách chọn 1 đôi song ca (1nam, 1 nữ) để dự thi văn nghệ của trường.

LỜI GIẢI

Có hai công đoạn sau, để chọn được một đôi song ca có cả nam và nữ:

Công đoạn 1: Chọn 1 sinh nam, có 19 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ, có 11 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $19.11=209$ cách chọn một đôi song ca gồm một nam và một nữ.

Ví dụ 4: Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh giỏi đủ 3 khối để đi dự trại hè.

LỜI GIẢI

Có ba công đoạn sau, để chọn được một đội có 3 người có đầy đủ cả ba khối:

Công đoạn 1: Chọn 1 bạn học sinh giỏi khối 12, có 26 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 bạn học sinh giỏi khối 11, có 43 cách chọn.

Công đoạn 3: Chọn 1 bạn học sinh giỏi khối 10, có 59 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $26.43.59 = 65962$ cách chọn một nhóm ba bạn có đầy đủ 3 khối.

Ví dụ 5: Một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời. Hỏi bài thi đó có bao nhiêu phương án trả lời.

LỜI GIẢI

Có các công đoạn sau, đề hoàn thành bài thi trắc nghiệm:

Công đoạn 1: Chọn đáp áp cho câu hỏi 1, có 4 phương án trả lời.

Công đoạn 2: Chọn đáp áp cho câu hỏi 2, có 4 phương án trả lời.

Công đoạn 3: Chọn đáp áp cho câu hỏi 3, có 4 phương án trả lời.

…..

Công đoạn 10: Chọn đáp áp cho câu hỏi 10, có 4 phương án trả lời.

Vậy theo quy tắc nhân có $\underbrace{4.4...4}_{10\text{ so }4} = 4^{10}$ phương án trả lời.

BÀI 2 : HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP VÀ TỔ HỢP

1 . Hoán vị

Cho tập A có $n\ \ (n \geq 1)$ phần tử. Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập A (gọi tắt là một hoán vị của A).

Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1.$$

2 . Chỉnh hợp

Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Khi lấy ra k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).

Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $1 \leq k \leq n$ là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

3 . Tổ hợp

Cho tập A có n phần tử và số nguyên k với $1 \le k \le n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một tổ hợp chập k của A).

Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $(1 \le k \le n)$ là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

4. Hai tính chất cơ bản của số C_n^k

Tính chất 1:

Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0 \le k \le n$. Khi đó $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Tính chất 2:

Cho các số nguyên n và k với $1 \le k \le n$. Khi đó $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

DẠNG 1: HOÁN VỊ:

Khi giải bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng hoán vị nếu có 2 dấu hiệu sau:

*Chọn hết các phần tử của X.

*Có sắp xếp theo một thứ tự nào đó.

VÍ DỤ

Ví dụ 1: Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào 2 dãy ghế trên, có bao nhiêu cách, nếu :

a . Nam và nữ được xếp tùy ý.

b. Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.

LỜI GIẢI

a . Mỗi cách xếp 5 nam và 5 nữ vào hai dãy ghế một cách tùy ý là một hoán vị của 10 người. Vậy có $10! = 3628800$ cách xếp.

b. Chọn 1 dãy để xếp nam ngồi vào có 2 cách; xếp 5 nam vào dãy ghế đã chọn có $5!$ cách ; xếp 5 nữ vào dãy ghế còn lại có $5!$ cách. Vậy có tất cả là $2.5!.5!$ cách xếp thỏa điều kiện bài toán.

Ví dụ 2: Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh sao cho :

a . Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau ?

b. Những học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau ?

LỜI GIẢI

a .

Cách 1: Xếp 5 học sinh nam ngồi vào vị trí chẵn có $5!$ cách, sau đó xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách $\Rightarrow$ có $5!.5!$ cách.

Cách 2: Xếp 5 học sinh nam ngồi vào vị trí lẻ có $5!$ cách, sau đó xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách $\Rightarrow$ có $5!.5!$ cách.

Vậy tất cả có $2.5!.5! = 28800$ cách.

b. Xem 5 nam là 1 tổ và 5 nữ là một tổ, ta có 2 tổ. Xếp 2 tổ ngồi vào bàn ta có $2!$ cách. Đổi chỗ 5 nam cho nhau có $5!$ cách, đổi chỗ 5 nữ cho nhau có $5!$ cách.

Vậy ta có $2!.5!.5! = 28800$ cách.

Ví dụ 3:

a). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho nam và nữ ngồi xen kẻ nhau?.

b). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho mỗi bà đều ngồi cạnh chồng của mình?

LỜI GIẢI

a). Ta tiến hành xếp chỗ ngồi theo hai công đoạn.

Bước 1: Xếp 6 nam ngồi quanh bàn tròn, có $(6 – 1)! = 5!$ Cách xếp.

Bước 2: Ta xem 6 người nam vừa xếp là 6 vách ngăn, vì 6 người nam ngồi quanh bàn tròn nên có 6 khoảng trống để xếp 6 người nữ, vậy có 6! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có $5!.6! = 86400$ cách.

b). Ta tiến hành xếp chỗ ngồi theo hai công đoạn.

Bước 1: Xếp 6 người chồng ngồi quanh bàn tròn, có $(6 – 1)! = 5!$ Cách xếp. (vì vợ ngồi gần chồng).

Bước 2: Mỗi cặp vợ chồng đổi chổ cho nhau có 1 cách xếp mới, vậy có 2^6 cách .

Theo quy tắc nhân có $5!.2^6 = 7680$ cách.

Ví dụ 4: Một trường trung học phổ thông có 4 học sinh giỏi khối 12, có 5 học sinh giỏi khối 11, có 6 học sinh giỏi khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 20 học sinh trên thành một hàng ngang để đón đoàn đại biểu, nếu:

a). Các học sinh được xếp bất kì.

b). Các học sinh trong cùng một khối phải đứng kề nhau.

LỜI GIẢI

a). Mỗi cách sắp xếp 15 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 15 phần tử. Vậy có $15!$ cách xếp 15 học sinh thành một hàng ngang.

b).

Bước 1: Xếp các khối có 3! cách xếp.

Bước 2: Xếp các bạn trong khối 12 có $4!$ cách.

Bước 3: Xếp các bạn trong khối 11 có $5!$ cách.

Bước 4: Xếp các bạn trong khối 10 có $6!$ cách.

Theo quy tắc nhân có $3!.4!.5!.6! = 12441600$ cách xếp thỏa yêu cầu.

Ví dụ 5: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau, biết tổng của 3 chữ số này bằng 18?

LỜI GIẢI

Gọi số cần tìm $n = \overline{abc}, (a \neq 0)$.

Từ tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ta có những tập con của A gồm 3 phần tử sao cho tổng của chúng bằng 18 là $\{9,8,1\};\{9,7,3\};\{9;6;4\};\{8;7;3\};\{8;6;4\};\{7;6;5\}$. Vậy có 6 tập con có 3 phần tử thuộc A sao cho tổng của 3 phần tử này bằng 18. Hoán vị 3 phần tử trong 1 tập con này ta được một số cần tìm. Suy ra có tất cả $3!.6 = 36$ số thỏa yêu cầu.

DẠNG 2: CHỈNH HỢP.

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Khi giải một bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

*Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X ($1 \le k \le n$).

*Có sắp xếp thứ tự các phần tử đã chọn.

VÍ DỤ

Ví dụ 1:

a. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó là số chẵn ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và số đó là số lẻ ?

LỜI GIẢI

a . Gọi $M = \overline{abcde}, (a \neq 0)$ là số có 5 chữ số khác nhau.

Ta có a có 9 cách chọn nên có A_9^4 cách chọn 4 số xếp vào 4 vị trí $\overline{bcde}$.

Vậy có $9.A_9^4 = 27216$ số.

b. Gọi $A = \overline{abcde}$ là số có 5 chữ số và A là số chẵn.

Ta có a có 9 cách chọn ; b,c,d mỗi số có 10 cách chọn ; e có 5 cách chọn.

Vậy có $9.10^3.5 = 45000$ số.

c. Gọi $B = \overline{abcde}$ là số có 5 chữ số và B là số lẻ.

Ta có e có 5 cách chọn ; a có 8 cách chọn ; có A_8^3 cách chọn chữ số xếp vào ba vị trí b,c,d.

Vậy có $5.8.A_8^3 = 13440$ số.

Ví dụ 2: Có bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt có mặt đủ ba chữ số 1, 2, 3.

LỜI GIẢI

Dùng 5 ô sau để xếp số thỏa bài toán :

TH1: Ô 1 là số 1 :

– Chọn 2 ô để xếp số 2 và số 3 có A_4^2 cách ;

– Chọn 2 ô trong các số $\{0;4;5;6;7;8;9\}$ xếp vào 2 ô còn lại có A_7^2 cách ;

$\Rightarrow$ ta có $A_4^2.A_7^2$ cách.

TH2 : Ô 1 là số 2 : tương tự, ta cũng có $A_4^2.A_7^2$ cách.

TH3: Ô 1 là số 3 : tương tự, ta cũng có $A_4^2.A_7^2$ cách.

TH4 : Ô 1 là số khác 1, 2, 3:

– Chọn 3 ô xếp số 1, 2, 3 vào có A_4^3 cách ;

– Chọn một số thuộc $\{0;4;5;6;7;8;9\}$ xếp vào ô 1 có 6 cách ;

– Chọn một số xếp vào ô còn lại : có 6 cách ;

$\Rightarrow$ ta có $36.A_4^3$ cách.

Vậy ta có tất cả $3A_4^3.A_7^2 + 36A_4^3 = 2376$ số.

Cách 2:

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để xếp ba chữ số {1, 2, 3}, có A_5^3

Bước 2: Chọn 2 chữ số trong 7 chữ số còn lại để xếp vào hai vị trí còn lại, có A_7^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $A_5^3.A_7^2 = 2520$ số, nhưng có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu.

Trường hợp $a_1 = 0$: Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 4 vị trí để xếp ba chữ số {1, 2, 3}, có A_4^3 cách.

Bước 2: Chọn 1 chữ số trong 6 chữ số còn lại để xếp vào một vị trí còn lại, có 6 cách.

Theo quy tắc nhân có $A_4^3.6 = 144$ số có chữ số 0 ở vị trí đầu.

Kết luận có $2520 - 144 = 2376$ số thỏa yêu cầu.

Ví dụ 3:

a. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và bé hơn số 475 ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số và bé hơn số 475 ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau bé hơn số 475 và là số lẻ ?

LỜI GIẢI

a . Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 475.

TH1: $a < 4$: a có ba cách chọn ; bc có A_9^2 cách chọn $\Rightarrow$ có $3.A_9^2 = 216$ số.

TH2: $a = 4$: $b < 7$ $\Rightarrow$ b có 6 cách chọn $\left(b \in \{6;5;3;2;1;0\}\right)$ và c có 8 cách chọn;

$b = 7$ $\Rightarrow$ c có 4 cách chọn $\left(c \in \{3;2;1;0\}\right)$

$\Rightarrow$ có $6.8 + 4 = 52$ số.

Vậy tất cả ta lập được $216 + 52 = 268$ số.

b. Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên chẵn có ba chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 475.

TH1 : $a = 1$ hoặc 3 : a có 2 cách chọn ; c có 5 cách chọn và b có 8 cách chọn

$\Rightarrow$ có $2.5.8 = 80$ số.

TH2 : $a = 2$: c có 4 cách chọn và b có 8 cách chọn $\Rightarrow$ có 4.9=32 số.

TH3 : $a = 4$: nếu $b = 0,2,6$: b có 3 cách chọn và c có 3 cách chọn ;

nếu $b = 1,3,5$: b có 3 cách chọn và c có 4 cách chọn ;

nếu $b = 7$ thì c có hai cách chọn $\left(c \in \{0;2\}\right)$

$\Rightarrow$ có $3.3+3.4+2=23$ số.

Vậy ta lập được tổng cộng $80+32+23=135$ số.

c. Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên lẻ có ba chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 475.

TH1 : $a=1,3$: a có 2 cách chọn ; c có 4 cách chọn và b có 8 cách chọn

$\Rightarrow$ có $2.4.8=64$ số.

TH2 : $a=2$: c có 5 cách chọn và b có 8 cách chọn $\Rightarrow$ có $5.8=40$ số.

TH3 : $a=4$: nếu $b=0,2,6$: b có 3 cách chọn và c có 5 cách chọn ;

nếu $b=1,3,5$: b có 3 cách chọn và c có 4 cách chọn ;

nếu $b=7$ thì c có 2 cách chọn $\left(c\in\{1;3\}\right)$

$\Rightarrow$ có $3.5+3.4+2=29$ số.

Vậy ta lập được tổng cộng $64+40+29=133$ số.

Ví dụ 4: Xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ thành một hàng dọc .Hỏi có bao nhiêu cách xếp :

a). Nam nữ đứng xen kẻ .

b). Nữ luôn đứng cạnh nhau .

c). Không có 2 nam nào đứng cạnh nhau .

LỜI GIẢI

a). Trường hợp 1 : Bạn nam đứng đầu có 5 cách chọn , kế đến là bạn nữ có 5 cách chọn , kế đến là bạn nam có 4 cách chọn , kế đến là 1 bạn nữ có 4 cách chọn , ... cuối cùng xếp 1 bạn nữ có 1 cách chọn . Suy ra tổng số cách xếp 5!.5! cách .

Trường hợp 2 : Bạn nữ đứng đầu , xếp hoàn toàn tương tự như trường hợp 1 , suy ra tổng số cách sếp của trường hợp này là 5!.5!

Kết luận theo quy tắc cộng tổng số cách xếp nam nữ xen kẽ nhau là 5!.5! + 5!.5! =

b). Gọi nhóm bạn nữ là nhóm X . Số cách xếp 5 bạn nam và X là 6! cách

ứng với mỗi cách xếp trên có 5! cách xếp 5 bạn nữ trong nhóm X .

Theo quy tắc nhân có 6!.5! = 86400 cách xếp .

c). Bước đầu tiên xếp 5 bạn nữ đứng kề nhau có 5! cách xếp . Để các bạn nam không đứng kế nhau ta xen các bạn nam vào giữa các bạn nữ . giữa 5 bạn nữ có 4 vị trí và thêm 2 vị trí đầu và cuối, tổng cộng có 6 vị trí để xếp 5 bạn nam. Chọn 5 vị trí trong 6 vị trí để xếp các bạn nam, có A_6^5 cách.

Theo quy tắc nhân có $5!.A_6^5=86400$ cách xếp thỏa yêu cầu bài toán .

Ví dụ 5: Có thể lập ra được bao nhiêu số điện thoại di động có 10 chữ số bắt đầu là 0908, các chữ số còn lại khác nhau đôi một, khác với 4 chữ số đầu và phải có mặt chữ số 6.

LỜI GIẢI

Gọi số điện thoại có dạng $\overline{0908abcdef}$

Chọn 1 vị trí trong 6 vị trí $\overline{abcdef}$ để xếp chữ số 6 có 6 cách chọn.

Chọn 5 chữ số trong 6 chữ số là {1, 2, 3, 4, 5, 7} để xếp vào 5 vị trí còn lại, có A_6^5 cách.

Kết luận có $6.A_6^5 = 4320$ số điện thoại thỏa yêu cầu.

Ví dụ 6: Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 sẽ ngồi trên một hàng ngang có 9 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 9 học sinh đó sao cho mỗi học sinh lớp 12 ngồi giữa hai học sinh lớp 11.

LỜI GIẢI

Bước 1: Xếp 6 học sinh lớp 11 thành một hàng ngang, có 6! cách.

Bước 2: giữa 6 bạn học sinh lớp 11 có 5 khoảng trống, chọn 3 khoảng trống trong 5 khoảng trống để xếp các bạn lớp 12, có A_5^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $6!.A_5^2 = 14400$ cách xếp thỏa yêu cầu.

DẠNG 3: TỔ HỢP

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

*Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X ($1 \le k \le n$).

*Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn.

VÍ DỤ:

Ví dụ 1: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn.

a) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.

b) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

LỜI GIẢI

a). Chọn 1 bó hoa gồm 7 bông, trong đó có đúng 1 bông hồng đỏ, 6 bông hồng còn lại chọn trong 8 bông (gồm vàng và trắng) . Số cách chọn:

$C_4^1.C_8^6 = 112$ cách.

b). Có các trường hợp sau xảy ra thỏa yêu cầu bài toán:

Trường hợp 1: Chọn 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng đỏ và 1 bông hồng trắng, có $C_5^3.C_4^3.C_3^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 4 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ , có $C_5^4.C_4^3$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 3 bông hồng vàng và 4 bông hồng đỏ , có $C_5^3.C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng có: $C_5^3.C_4^3.C_3^1+C_5^4.C_4^3+C_5^3.C_4^4$.

Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau. **a.**Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ. **b.**Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

LỜI GIẢI

a.Ta lần lượt thức hiện các công đoạn sau:

Bước 1: Chọn 2 bi đỏ trong 5 bi đỏ, có C_5^2 cách chọn .

Bước 2: Có C_{13}^4 cách chọn 4 bi trong 13 viên bi xanh và vàng.

Vậy ta có $C_5^2.C_{13}^4=7150$ cách.

b.Số bi xanh, đỏ, vàng được chọn có 3 trường hợp là:

Trường hợp 1: Chọn 3 xanh, 3 đỏ, ta có $C_9^3C_5^3$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng, ta có $C_9^2C_5^2C_4^2$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 1 xanh, 1 đỏ, 4 vàng, ta có $C_9^1C_5^1C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $C_9^3.C_5^3+C_9^2.C_5^2.C_4^2+C_9^1.C_5^1.C_4^4=3045$ cách.

Có một hộp đựng 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. a). Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi, trong đó có 2 viên bi xanh và có nhiều nhất 2 viên bi vàng và phải có đủ 3 màu. b). Có bao nhiêu cách lấy ra 9 viên bi có đủ 3 màu.

LỜI GIẢI

a). Các trường hợp xảy ra theo yêu cầu đề:

Trường hợp 1: 2 xanh, 2 vàng, 2 đỏ, có: $C_5^2.C_4^2.C_6^2$ cách.

Trường hợp 2: 2 xanh,1 vàng, 3 đỏ, có: $C_5^2.C_4^1.C_6^3$ cách.

Vậy có : $C_5^2.C_4^2.C_6^2 + C_5^2.C_4^1.C_6^3 = 1700$ cách.

b). Sử dụng phương pháp gián tiếp:

Lấy ra 9 viên bi trong 15 viên bi bất kỳ, có C_{15}^9 cách.

Trường hợp 1: lấy 9 viên bi chỉ có 2 màu là xanh và đỏ, có C_{11}^9 cách.

Trường hợp 2: lấy 9 viên bi chỉ có 2 màu là xanh và vàng, có C_9^9 cách.

Trường hợp 3: lấy ra 9 viên bi chỉ có màu đỏ và vàng, có C_{10}^9 cách.

Vậy có : $C_{15}^9 - \left(C_{11}^9 + C_9^9 + C_{10}^9\right) = 4984$ cách.

Một đội cảnh sát giao thông gồm 15 người trong đó có 12 nam. Hỏi có bao nhiêu cách phân đội csgt đó về 3 chốt giao thông sao cho mỗi chốt có 4 nam và 1 nữ.

LỜI GIẢI

Bước 1: Chọn 4 nam trong 12 nam và chọn 1 nữ trong 3 nữ, có $C_{12}^4.C_3^1$ cách.

Bước 2: Chọn 4 nam trong 8 nam còn lại và chọn 1 nữ trong 2 nữ còn lại, có $C_8^4.C_2^1$ cách.

Bước 3: 4 nam còn lại và 1 nữ còn lại bắt buộc phải về công tác ở chốt giao thông cuối cùng, nên có 1 cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_{12}^4.C_3^1.C_8^4.C_2^1.1 = 207900$ cách chọn.

372. Môt lớp có 20 học sinh trong đó có 14 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập 1 đội gồm 4 học sinh trong đó có.

a.Số nam và nữ bằng nhau. **b.**ít nhất 1 nữ.

LỜI GIẢI

a.Bước 1: Chọn 2 nam trong 14 nam, có C_{14}^2 cách.

Bước 2: Chọn 2 nữ trong 6 nữ,có C_6^2 cách.

Vậy số cách chọn nhóm có 2 nam, 2 nữ là $C_{14}^2.C_6^2 = 1365$ cách.

b. Cách 1: Xét các trường hợp xảy ra cụ thể:

Trường hợp 1: Chọn 1 nữ, 3 nam có $6.C_{14}^3 = 2184$ cách

Trường hợp 2: Chọn 2 nữ, 2 nam có $C_{14}^2.C_6^2 = 1365$ cách

Trường hợp 3: Chọn 3 nữ,1 nam có $C_6^3.14 = 280$ cách

Trường hợp 4: Chọn 4 nữ thì có $C_6^4 = 15$ cách

Vậy số cách chọn cần tìm là: $2184 + 1365 + 280 + 15 = 3844$ cách.

Cách 2: Sử dụng phần bù:

Bước 1: Chọn 4 bạn bất kỳ trong 20 bạn, có C_{20}^4 cách.

Bước 2: Chọn 4 bạn đều nam, có C_{14}^4 cách.

Suy ra chọn 4 bạn có ít nhất 1 nữ: $C_{20}^4 - C_{14}^4 = 3844$ cách chọn.

Một đội văn nghệ gồm 20 người, trong đó có 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người, sao cho:

a.Có đúng 2 nam trong 5 người đó?

b.Có ít nhất 2 nam, ít nhất 1 nữ trong 5 người đó.

LỜI GIẢI

a.Số cách chọn 2 nam , 3 nữ là: $C_{10}^2C_{10}^3 = 5400$ cách.

b.Có các trường hợp xảy ra thỏa yêu cầu của đề như sau:

Trường hợp 1: Có 2 nam và 3 nữ. Số cách chọn 5400 cách.

Trường hợp 2: Có 3 nam và 2 nữ. Số cách chọn: $C_{10}^3C_{10}^2 = 5400$

Trường hợp 3: Có 4 nam và 1 nữ. Số cách chọn: $C_{10}^4C_{10}^1 = 2100$

$*$ Tổng cộng 3 trường hợp ta có $5400 + 5400 + 2100 = 12900$ cách.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

PHẦN I: DẠNG TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN LẬP SỐ

a. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đều là số chẵn ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó các chữ số cách đều số đứng giữa thì giống nhau ?

LỜI GIẢI

a . Gọi $X = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số có 6 chữ số và X chia hết cho 5. Ta có hai khả năng sau :

* $a_6 = 0$: Có A_9^5 cách chọn 5 chữ số còn lại.

* $a_6 = 5$: Có 8 cách chọn a_1 ; có A_8^4 cách chọn 4 chữ số còn lại.

Vậy ta có thể lập được tất cả là $A_9^5 + 8A_8^4 = 28560$.

b. Gọi $Y = \overline{abc}$ là số có ba chữ số đều là số chẵn. Ta có :

* $c = 0$: Có A_4^2 cách chọn a và b.

* $c \neq 0$: c có 4 cách chọn từ các chữ số {2, 4, 6, 8}, a có 3 cách chọn (bỏ số 0 và một chữ số chẵn c đã chọn, b có 3 cách chọn (bỏ 2 chữ số chẵn mà a và c đã chọn). Vậy có 4.3.3 số

Kết luận vậy có $A_4^2 + 4.3.3 = 48$ số thỏa yêu cầu.

c. Gọi $Z = \overline{a_1a_2a_3a_4a_3a_2a_1}$ là số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có : Chọn một số khác 0 xếp vào vị trí a_1 có 9 cách;

Chọn một số xếp vào vị trí a_2 có 10 cách;

Chọn một số xếp vào vị trí a_3 có 10 cách ;

Chọn một số xếp vào vị trí a_4 có 10 cách.

Vậy có $9.10^3 = 9000$ số.

a. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là số lẻ ?

b. Có bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có đúng ba chữ số lẻ và ba chữ số chẵn (chữ số đầu phải khác 0) ?

LỜI GIẢI

Gọi tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

a . Gọi $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}, (a_1 \neq 0)$ là số chẵn có 6 chữ số khác nhau và a_1 là số lẻ.

Ta có : * $a_1 \in \{1,3,5,7,9\} \Rightarrow a_1$ có 5 cách chọn ;

* $a_6 \in \{0,2,4,6,8\} \Rightarrow a_6$ có 5 cách chọn ;

* $\overline{a_2a_3a_4a_5}$ có A_8^4 cách chọn (chọn 4 chữ số từ 8 chữ số thuộc tập A, bỏ 2 chữ số mà a_1 và a_6 đã chọn để xếp vào 4 vị trí $\overline{a_2a_3a_4a_5}$).

Vậy có $5.5.A_8^4 = 42000$ số A.

b . Gọi $B = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}, (a_1 \neq 0)$ là số có 6 chữ số khác nhau trong đó có 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ.

Ta có hai trường hợp sau :

TH1 : a_1 là số lẻ, khi đó :

* a_1 có 5 cách chọn ;

* Lấy 2 số lẻ trong 4 số còn lại và 3 số chẵn xếp vào 5 vị trí còn lại có $C_4^2.C_5^3.5!$ cách.

$\Rightarrow$ trường hợp 1 có $5.C_4^2.C_5^3.5!$ số B.

TH2 : a_1 là số chẵn, ta có :

* a_1 có 4 cách chọn ;

* Lấy 2 số chẵn trong 4 số còn lại và 3 số lẻ xếp vào 5 vị trí còn lại có $C_4^2.C_5^3.5!$ cách.

$\Rightarrow$ trường hợp 2 có $4.C_4^2.C_5^3.5!$ số B.

Vậy tất cả có $9.C_4^2.C_5^3.5! = 64800$ số B.

Có bao nhiêu số tự nhiên :
a. Có 5 chữ số sao cho tổng các chữ số của mỗi số là một số lẻ ?
b. Có 6 chữ số, là số lẻ và chia hết cho 9 ?
c. Có 6 chữ số sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước ?
d. Có 6 chữ số sao cho chữ số đứng sau nhỏ hơn chữ số đứng trước ?
e. Có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 10 ?
f. Có 6 chữ số trong đó 3 chữ số liền nhau phải khác nhau ?

LỜI GIẢI

a . Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$ là số có 5 chữ số và $P = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$ là số lẻ.

Ta có : x_1 có 9 cách chọn ;

x_2 có 10 cách chọn ;

x_3 có 10 cách chọn ;

x_4 có 10 cách chọn ;

x_5 có 5 cách chọn.

Vậy có $9.10^3.5 = 45000$ số X.

b. Số lẻ nhỏ nhất gồm 6 chữ số và chia hết cho 9 là : 100017 ;

Số lẻ lớn nhất gồm 6 chữ số và chia hết cho 9 là : 999999 ;

Các số gồm 6 chữ số và chia hết cho 9 là :

100017, 100035, 100053, … , 999981, 999999.

Đây là một cấp số cộng có $u_1 = 100017, u_n = 999999$ và $d = 18$

$\Rightarrow \; n = \dfrac{u_n - u_1}{d} + 1 = 50000$ số.

c. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_6}$ là số có 6 chữ số và $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$.

Ta có $x_i \neq 0$ nên $x_i \in E = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

$*$ Lấy 6 chữ số thuộc E có C_9^6 cách.

$*$ Mỗi bộ 6 chữ số trên lập được đúng 1 số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số lập được là $C_9^6 = 84$ số.

d. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_6}$ là số có 6 chữ số và $x_1 > x_2 > x_3 > x_4 > x_5 > x_6$.

Ta có $x_i \in E = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

$*$ Lấy 6 chữ số thuộc E có C_{10}^6 cách.

$*$ Mỗi bộ 6 chữ số trên lập được đúng 1 số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số cần lập được là $C_{10}^6 = 210$ số.

e. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$ là số có 5 chữ số khác nhau và X chia hết cho 10.

Ta có : $*$ x_5 có 1 cách chọn ($x_5 = 0$) ;

$*$ $\overline{x_1x_2x_3x_4}$ có A_9^4 cách chọn.

Vậy tất cả có $A_9^4 = 3024$ số X.

f. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_6}$ là số có 6 chữ số trong đó 3 chữ số liền nhau phải khác nhau.

Ta có : $*$ x_1 có 9 cách chọn ;

$*$ x_2 có 9 cách chọn ;

* x_3 có 8 cách chọn ;

* x_4 có 8 cách chọn ;

* x_5 có 8 cách chọn ;

* x_6 có 8 cách chọn.

Vậy tất cả có $9^2.8^4 = 331776$ số.

4. Tập hợp $E = \{1,2,5,7,8\}$. Có bao nhiêu cách lập ra một số có 3 chữ số khác nhau lấy từ E sao cho :

a. Số tạo thành là số chẵn ?

b. Số tạo thành là một số không có chữ số 5 ?

c. Số tạo thành là một số nhỏ hơn 278 ?

LỜI GIẢI

a . Gọi $x = \overline{abc}$ là số cần lập. Ta có :

* c có 2 cách chọn ;

* $\overline{ab}$ có A_4^2 cách chọn.

Vậy có tất cả là $2.A_4^2$ số thỏa yêu cầu bài toán.

b. Mỗi số thỏa yêu cầu bài toán là một chỉnh hợp chập ba của các số sau : $1;2;7;8$ nên số các số lập được là A_4^3 số.

c. Gọi $x = \overline{abc}$ là số cần lập. Ta có :

* $a = 1$: $\overline{bc}$ có A_4^2 cách chọn $\Rightarrow$ lập được A_4^2 số .

* $a = 2$: nếu $b = 7$ thì c có 2 cách chọn $\Rightarrow$ lập được 2 số ;

nếu $b < 7$ thì b có hai cách chọn và c có 3 cách chọn $\Rightarrow$ lập được 2.3 số .

Vậy ta lập được $A_4^2 + 2 + 2.3 = 20$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt sao cho 1, 2, 3 luôn đứng cạnh nhau.

LỜI GIẢI

Gọi a là số gồm ba chữ số khác nhau lập từ các số 1, 2, 3. Ta có $3!$ số a. Với mỗi số a, ta xét tập hợp $A = \{a;0;4;5;6;7;8;9\}$. Số thỏa bài toán có dạng là $M = \overline{xyz}$ trong đó x, y, z phân biệt lấy từ A và luôn có mặt số a. Ta có các trường hợp sau :

– Nếu $x = a$ thì $\overline{yz}$ có A_7^2 cách chọn $\Rightarrow$ có A_7^2 số M;

– Nếu $y = a$ thì x có 6 cách chọn và z có 6 cách chọn $\Rightarrow$ có $6.6 = 36$ số M;

– Nếu $z = a$ thì x có 6 cách chọn và y có 6 cách chọn $\Rightarrow$ có $6.6 = 36$ số M.

Do đó từ A ta lập được $A_7^2 + 36.2 = 114$ số M.

Vậy số tất cả các số lập được là $3!.114 = 684$ số.

Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một, trong đó nhất thiết phải có mặt hai chữ số 1 và 3 ?

LỜI GIẢI

Gọi $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ là số thỏa yêu cầu bài toán. Ta có ba trường hợp sau :

* $a_1 = 1$: + Xếp số 3 vào 1 trong 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 có 4 cách ;

+ Lấy 3 trong 8 số còn lại xếp vào 3 vị trí còn lại có A_8^3 cách ;

$\Rightarrow$ có $4.A_8^3$ số có dạng $\overline{1a_2a_3a_4a_5}$.

* $a_1 = 3$: + Xếp số 1 vào 1 trong 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 có 4 cách ;

+ Lấy 3 trong 8 số còn lại xếp vào 3 vị trí còn lại có A_8^3 cách.

$\Rightarrow$ có $4.A_8^3$ số có dạng $\overline{3a_2a_3a_4a_5}$.

* $a_1 \neq 1$ và 3 : + a_1 có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số 0, 1, 3).

+ Xếp số 1 và 3 vào 2 trong 4 vị trí còn lại có A_4^2 cách .

+ Lấy 2 trong 7 số còn lại xếp vào 2 vị trí còn lại có A_7^2 cách.

$\Rightarrow$ có $7.A_4^2.A_7^2$ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó có mặt 1 và 3 và $a_1 \neq 1$ và 3.

Vậy tất cả có $2.4.a_8^3 + 7.A_4^2.A_7^2 = 6216$.

Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đều có mặt hai chữ số 8 và 9.

LỜI GIẢI

Gọi số cần lập là $n = \overline{abcd}$, với $d \in \{0,2,4,6,8\}$. Xét các trường hợp xảy ra sau :

• Trường hợp 1: $d = 0$, chọn 2 vị trí trong 3 vị trí $\overline{abc}$ để xếp hai chữ số 8 và 9 có A_3^2 cách. Vị trí còn lại có 7 cách (bỏ 3 chữ số là 0,8,9). Vậy có $A_3^2.7 = 42$ số.

• Trường hợp 2 : $d = 8$

Nếu $a = 9$, chọn 2 chữ số từ tập {0,1,2,3,4,5,6,7} xếp vào hai vị trí $\overline{bc}$ có A_8^2 cách.

Nếu $a \neq 9$, có 2 cách xếp chữ số 9 vào hai vị trí b,c. Vị trí a có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số là 0,8,9). Vị trí còn lại có 7 cách (bỏ 3 chữ số là 8,9,a). Vậy có $2.7.7 = 98$ số.

• Trường hợp 3 : $d \in \{2,4,6\}$ vậy d có 3 cách chọn. Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí $\overline{abc}$ để xếp hai chữ số 8 và 9 có A_3^2 cách. Vị trí còn lại có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số là d,8,9). Vậy có $3.A_3^2.7 = 126$ số, trong 126 số này có những số chữ số 0 đứng ở vị trí a. Số trường hợp số 0 ở vị trí a là $3.2 = 6$ số.

Kết luận vậy có $42 + A_8^2 + 98 + 126 - 6 = 316$ số cần tìm.

Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong các chữ số đó có mặt chữ số 0 và 1.

LỜI GIẢI

Gọi số cần lập $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}\left(a_1 \neq 0\right)$

Bước 1: Xếp chữ số 0 vào 1 trong 5 vị trí từ a_2 đến a_6, có 5 cách xếp.

Bước 2: Xếp chữ số 1 vào 1 trong 5 vị trí còn lại (bỏ 1 vị trí chữ số 0 đã chọn), có 5 cách xếp.

Bước 3: Chọn 4 chữ số trong 8 chữ số {2, 3, 4, 5, 6 , 7, 8, 9}để xếp vào 4 vị trí còn lại, có A_8^4 cách.

Theo quy tắc nhân có $5.5.A_8^4 = 42000$ số thỏa yêu cầu.

a). Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1 ?

b). Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần ?

LỜI GIẢI

a . Dùng 6 ô sau để thiết lập số thỏa điều kiện bài toán :

∗ Xếp số 0 vào một ô : có 5 cách ;

$*$ Chọn 5 số thuộc tập hợp $\{2;3;4;5;6;7;8;9\}$ và xếp vào 5 ô còn lại có A_8^5 cách.

Vậy ta có $5.A_8^5 = 33600$ số.

b. Dùng 7 ô sau để thiết lập số có 7 chữ số :

$*$ Chọn 2 ô để xếp 2 số 2 : có C_7^2 cách ;

Chọn 3 ô để xếp 3 số 3 : có C_5^3 cách ;

Chọn 2 số (khác 2 và 3) xếp vào 2 ô còn lại : có A_8^2 cách ;

$\Rightarrow$ có $C_7^2.C_5^3.A_8^2 = 11760$ số (có kể số có số 0 đứng đầu).

$*$ Khi số 0 đứng ô thứ nhất , ta có :

$+$ có C_6^2 cách xếp 2 số 2 ;

$+$ có C_4^3 cách xếp 3 số 3 ;

$+$ có 8 cách xếp số vào ô còn lại ;

$\Rightarrow$ có $C_6^2.C_4^3.8 = 480$ số mà chữ số 0 đứng đầu.

Vậy số các số lập được là $13440 - 480 = 11280$.

Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số có nghĩa, biết rằng chữ số 2 có mặt đúng 2 lần, chữ số 3 có mặt đúng 3 lần, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

LỜI GIẢI

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 7 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_7^2 cách.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 3, có C_5^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 số trong 8 số còn lại là {0, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9} để xếp vào hai vị trí còn lại có A_8^2 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_7^2.C_5^3.A_8^2$ số thỏa mãn, nhưng trong những số này có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Trường hợp chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_6^2 cách.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 4 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 3, có C_4^3 cách.

Bước 3: Chọn 1 số trong 7 số còn lại là {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9} để xếp vào một vị trí còn lại có 7 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_6^2.C_4^3.7 = 420$ số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Kết luận có $C_7^2.C_5^3.A_8^2 - C_6^2.C_4^3.7 = 11340$ số thỏa mãn yêu cầu.

Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số, sao cho không có chữ số nào lặp lại đúng 3 lần.

Giải

Gọi $n = \overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số tự nhiên cần lập.

g Bước 1: Tìm các số n có bốn chữ số (không chú ý đến điều kiện không có chữ số nào lặp lại đúng 3 lần)

Ta có: 9 cách chọn a_1 ($a_1 \neq 0$). Mỗi chữ số a_1, a_2, a_3 mỗi số có 10 cách chọn.

Do đó ta có $9.10^3 = 9000$ số có 4 chữ số.

Xét các trường hợp có 1 chữ số lặp lại đúng 3 lần.

Trường hợp 1: Số 0 lặp lại 3 lần. Bắt buộc ba chữ số 0 phải ở vị trí $a_2a_3a_4$, có 1 cách xếp. Chọn 1 số trong 9 số còn lại để xếp vào vị trí a_1 có 9 cách. Vậy có 9 số có ba chữ số 0.

Trường hợp 2: Mỗi số trong các số từ $\overline{1,9}$ lặp lại 3 lần. Không mất tính tổng quát giả sử chữ số a lặp lại 3 lần, với $a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Bước 1: Chọn 3 trong 4 vị trí của $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ để xếp chữ số a, có C_4^3 cách.

Bước 2: Chọn 1 chữ số trong 9 chữ số còn lại (bỏ số a), để xếp vào vị trí còn lại, có 9 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_4^3.9 = 36$ số, nhưng trong những số này, có những số có chữ số 0 đứng vị trí a_1. Trường hợp $a_1 = 0$ thì 3 vị trí còn lại xếp chữ số a, có 1 cách.

Trong trường hợp 2 có 36 – 1 = 35 số thỏa yêu cầu.

Vậy có $9 + 35.9 = 324$ số có 4 chữ số, trong đó có một chữ số lặp lại đúng 3 lần.

Kết luận vậy có 9000 – 324 = 8676 số có 4 chữ số trong đó không có chữ số nào lặp lại đúng ba lần.

Cho 9 chữ số 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5. Lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số, được rút ra từ 9 chữ số nói trên.

Giải

Gọi $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần lập. Ta có 4 trường hợp:

* $a_i \in \{1,1,2,3,4,5\}$. Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí để xếp hai chữ số 1, có C_6^2 cách. Xếp 4 chữ số còn lại vào 4 vị trí còn lại, có 4! Cách. Vậy có $C_6^2.4! = 360$ số n.

* $a_i \in \{1,1,1,x,y,z\}$, với x, y, z thỏa chọn 3 chữ số trong 4 chữ số {2 , 3, 4, 5}.

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 6 vị trí để xếp ba chữ số 1, có C_6^3 cách. Bước 2: Xếp 3 chữ số x, y, z vào 3 vị trí còn lại, có 3! Cách. Bước 3: chọn 3 chữ số x, y, z có, C_4^3 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_6^3.3!.C_4^3 = 480$ số.

* $a_i \in \{1,1,1,1,x,y\}$ với x, y thỏa chọn 2 chữ số trong 4 chữ số {2 , 3, 4, 5}.

Bước 1: Chọn 4 vị trí trong 6 vị trí để xếp bốn chữ số 1, có C_6^4 cách. Bước 2: Xếp 2 chữ số x, y vào 2 vị trí còn lại, có 2! Cách. Bước 3: chọn 2 chữ số x, y có, C_4^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_6^4.2!.C_4^2 = 180$ số.

* $a_i \in \{1,1,1,1,1,x\}$ với x thỏa chọn 1 chữ số trong 4 chữ số {2 , 3, 4, 5}.

Bước 1: Chọn 5 vị trí trong 6 vị trí để xếp năm chữ số 1, có C_6^5 cách. Bước 2: Xếp 1 chữ số x vào 1 vị trí còn lại, có 1 cách. Bước 3: chọn 1 chữ số x có, C_4^1 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_6^5.1.C_4^1 = 24$ số.

Tổng cộng ta có $360+480+180+24=1044$ số n.

Tìm tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau $X = \overline{a_1a_2a_3...a_6}$ sao cho :

a). $|a_1 - a_6| = 3$.

b). $a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4 = 10$.

c). $a_1 + a_6 = |a_3 - a_4| = 5$.

LỜI GIẢI

a). Ta có các tập con gồm hai phần tử được thành lập từ tập {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} sao cho hiệu hai phần tử bằng 3 là: $\{0;3\},\{1;4\},\{2;5\},\{3;6\},\{4;7\};\{5;8\},\{6;9\}$.

Xét trường hợp $a_1 = 3$ và $a_6 = 0$, mỗi cách sắp xếp $\overline{a_2,...,a_5}$ là một chỉnh hợp A_8^4.

Trường hợp 2:

Bước 1: Chọn một tập con trong 5 tập con $\{1;4\},\{2;5\},\{3;6\},\{4;7\}$;$\{5;8\}$; $\{6;9\}$ sau đó sắp xếp hai phần tử trong tập con đã chọn vò hai vị trí a_1 và a_6 có $C_5^1.2!$ cách.

Bước 2: Mỗi cách sắp xếp $\overline{a_2,...,a_5}$ là một chỉnh hợp A_8^4.

Theo quy tắc nhân có $C_5^1.2!.A_8^4$ cách.

Kết luận theo quy tắc cộng có $A_8^4 + C_5^1.2!.A_8^4 = 18480$.

b). Ta có các tập con gồm hai phần tử được thành lập từ tập {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} sao cho tổng hai phần tử bằng 10 là $\{1;9\},\{2;8\},\{3;7\},\{4;6\}$.

Bước 1: Chọn 3 tập con trong 4 tập con vừa tìm được và hoán đổi chúng có A_4^3 cách.

Bước 2: Hoán đổi các phần tử trong ba tập con được chọn có $2!.2!.2!$ cách.

Theo quy tắc nhân có $A_4^3.2!.2!.2! = 192$ số cần tìm.

c). Ta có các tập con gồm hai phần tử được thành lập từ tập {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} sao cho tổng hai phần tử bằng 5 là $\{0;5\},\{2;3\},\{1;4\}$.

Ta có các tập con gồm hai phần tử được thành lập từ tập {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} sao cho hiệu hai phần tử bằng 5 là: $\{0;5\},\{1;6\},\{2;7\},\{3;8\},\{4;9\}$.

Trường hợp 1: $a_1 = 5$ và $a_6 = 0$, chọn 1 tập con trong 4 tập con là $\{1;6\},\{2;7\},\{3;8\},\{4;9\}$, sau đó sắp xếp hai phần tử trong tập con vừa chọn vào hai vị trí a_3 và a_4 có $C_4^1.2!$ cách. Chọn 2 chữ số trong 6 chữ số còn lại (bỏ 4 chữ số mà a_1,a_6,a_3,a_4 đã chọn) sắp xếp vào hai vị trí a_2 và a_5 có A_6^2 cách. Theo quy tắc nhân có $C_4^1.2!.A_6^2 = 240$ số.

Trường hợp 2: Sắp xếp hai phần tử trong tập con $\{2;3\}$ vào hai vị trí a_1 và a_6 có $2!$. Sau đó chọn một tập con trong 3 tập con là $\{0;5\},\{1;6\},\{4;9\}$ và sắp xếp hai phần tử trong tập con vừa chọn vào hai vị trí a_3 và a_4 có $C_3^1.2!$ cách. Chọn 2 chữ số trong 6 chữ số còn lại (bỏ 4 chữ số mà a_1,a_6,a_3,a_4 đã chọn) sắp xếp vào hai vị trí a_2 và a_5 có A_6^2 cách. Theo quy tắc nhân có $2!.C_3^1.2!.A_6^2 = 360$ số.

Trường hợp 3: Sắp xếp hai phần tử trong tập con $\{1;4\}$ vào hai vị trí a_1 và a_6. Hoàn toàn tương tự trường hợp 2, có 360 số.

Trường hợp 4: Sắp xếp hai phần tử trong tập con $\{0;5\}$ vào hai vị trí a_3 và a_4 có $2!$. Sau đó chọn một tập con trong 2 tập con là $\{2;3\},\{1;4\}$ và sắp xếp hai phần tử trong tập con vừa chọn vào hai vị trí a_1 và a_6 có $C_2^1.2!$ cách. Chọn 2 chữ số trong 6 chữ số còn lại (bỏ 4 chữ số mà a_1,a_6,a_3,a_4 đã chọn) sắp xếp vào hai vị trí a_2 và a_5 có A_6^2 cách. Theo quy tắc nhân có $2!.C_2^1.2!.A_6^2 = 240$ số.

Kết luận: Theo quy tắc cộng có: $240 + 360 + 360 + 240 = 1200$ số thỏa yêu cầu.

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số và thỏa mãn điều kiện: Sáu chữ số của số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng 3 chữ số cuối một đơn vị.

Giải

Gọi $n=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần lập

Điều kiện đề bài: $a_1+a_2+a_3=a_4+a_5+a_6-1$ (1)

Có $1+2+3+4+5+6=21$, nên có : $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=21$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $a_1+a_2+a_3=10$, $a_4+a_5+a_6=11$

Ta có các trường hợp sau xảy ra:

-{1,3,6} và {2,4,6} ta có 3!3!=36 số n

-{1,4,5} và {2,3,6} ta có 3!3!=36 số n

-{2,3,6} và {1,4,6} ta có 3!3!=36 số n

Theo quy tắc cộng ta có $36+36+36=108$ số n.

Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau được tạo thành từ tập {1,2,3,4,5,6,7,8,9}, biết rằng tổng các chữ số của nó là một số lẻ.

LỜI GIẢI

Ta có các trường hợp sau xảy ra:

Trường hợp 1: Số tạo thành gồm 3 chữ số lẻ và 4 chữ số chẵn:

Bước 1: Chọn 3 số lẻ trong 5 số lẻ, có C_5^3 cách.

Bước 2: Xếp 3 số lẻ vừa chọn với 4 chữ số chẵn thành một dãy, có 7! cách xếp.

Vậy có $C_5^3.7!=50400$ số.

Trường hợp 1: Số tạo thành gồm 5 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn:

Bước 1: Chọn 2 chữ số chẵn trong 4 số chẵn, có C_4^2 cách.

Bước 2: Xếp 2 chữ số chẵn vừa chọn với 5 chữ số lẻ thành một dãy, có 7! Cách xếp.

Vậy có $C_4^2.7!=30240$ số.

Kết luận có $50400+30240=80640$ số thỏa yêu cầu.

2) Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên chẵn có năm chữ số khác nhau và trong năm chữ số đó có đúng hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ này không đứng cạnh nhau.

LỜI GIẢI

Số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau và đúng hai chữ số lẻ có:

$5.C_5^2.C_4^2.4!-4.C_5^2.C_3^1.3!=6480$ số.

Số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau và có đúng hai chữ số lẻ đứng cạnh nhau có $5.A_5^2.3.A_4^2-4.A_5^2.2.3=3120$ số.

Suy ra có $6480-3120=3360$ số cần tìm.

Cho các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 . Hãy cho biết có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau đôi một sao cho hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau, được lập từ các chữ số đã cho .

LỜI GIẢI

Đặt A = { 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 }

+ Tổng số các số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau đôi một lập được từ các chữ số của tập A là 7!

+ Trong A có hai chữ số chẵn là 2 và 4 nên : Tổng số các số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau đôi một sao cho hai chữ số chẵn luôn đứng cạnh nhau , lập được từ các chữ số của tập A là : 2!6!

+ Vậy : Tổng các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là : 7! – 2!6! = 6!(7 – 2) = 6!5 = 3600 *(số)*

THÀNH LẬP SỐ CHIA HẾT

Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15.

LỜI GIẢI

+ Gọi số cần tìm là $x=\overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$

+ x chia hết cho 3 khi tổng các số hạng chia hết cho 3 nên các x_i thuộc một trong các tập hợp sau :

A_1={0,1,2,3,6} , A_2={0,1,2,4,5} , A_3={0,1,2,5,6} , A_4={0,2,3,4,6} , A_5={0,3,4,5,6}, A_6={1,2,3,4,5} , A_7={1,2,4,5,6}

+ X chia hết cho 5 thì

x_5 thuộc A_1, A_4, A_6, A_7 (chỉ có 0 hoặc 5) : có 96 số

Hoặc x_5 thuộc A_2, A_3, A_5, (có 0 và 5) : có 126 số

+ Vậy có 96+126=222 số.

Cho $A=\{0,1,2,3,4,5\}$, từ các chữ số thuộc tập A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó chia hết cho 3 .

LỜI GIẢI

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $\overline{abcde}(a \neq 0)$. Do $\overline{abcde} \vdots 3$ nên $(a+b+c+d+e) \vdots 3$.

Nếu $(a+b+c+d) \vdots 3$ thì $e=0$ hoặc $e=3$.

Nếu $(a+b+c+d)$ chia cho 3 dư 1 thì $e=2$ hoặc $e=5$.

Nếu $(a+b+c+d)$ chia cho 3 dư 2 thì $e=1$ hoặc $e=4$.

Như vậy từ một số có 4 chữ số $\overline{abcd}$ (các chữ số được lấy từ tập A) sẽ tạo được 2 số tự nhiên có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Từ các chữ số của tập A lập được 5.6.6.6 = 1080 số tự nhiên có 4 chữ số.

Nên từ các chữ số của tập A lập được 2.1080 = 2160 số chia hết cho 3 có 5 chữ số.

Có bao nhiêu số lẻ có 6 chữ số chia hết 9?

LỜI GIẢI

Số nhỏ nhất và lớn nhất có 6 chữ số là số lẻ và chia hết cho 9 là 100017 và 999999

Nhận thấy rằng trong đoạn từ 100017 đến 999999 cứ cách nhau 18 đơn vị thì có 1 số chia hết cho 9 là số lẻ .

Vậy số các số thỏa mãn là : $\frac{999999-100017}{18}+1=50000$

Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể thành lập được bao nhiêu số có hai chữ số khác nhau và số đó chia hết cho 6 ?

LỜI GIẢI

Số có hai chữ số chia hết cho 6 có dạng $\overline{ab}$ với $b=2,4,6$.

Nếu $b=2$ thì $a \in \{1;4\}$ $\Rightarrow$ có 2 số với tận cùng là 2.

Nếu $b=4$ thì $a \in \{2;5\}$ $\Rightarrow$ có 2 số với tận cùng là 4 ;

Nếu $b=6$ thì $a \in \{3\}$ $\Rightarrow$ có 1 số với tận cùng là 6.

Vậy có $2+2+1=5$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Cho các số E = {0, 1, 2, 3, 4, 5}. Hỏi có thể thành lập được bao nhiêu số có 3 chữ số không chia hết cho 3 mà các chữ số trong mỗi số là khác nhau đôi một.

LỜI GIẢI

Gọi $n=\overline{a_1a_2a_3}$ là số cần lập. $N=\overline{a_1a_2a_3}$ là số có 3 chữ số bất kì

$N'=\overline{a_1a_2a_3}$ là số có 3 chữ số chia hết cho 3. Thì $n=N-N'$

$*$ Tính các số N:có 5 cách chọn số cho a_1 (bỏ chữ số 0). Chọn 2 chữ số trong 5 chữ số còn lại (bỏ 1 chữ số a_1 đã chọn) xếp vào 2 vị trí a_2a_3, có A_5^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $5.A_5^2 = 100$ số N.

$*$ Tính các số N' : Các tập hợp con của E có ba phần tử mà tổng ba phần tử chia hết cho 3 là :

$E_1 = \{0;1;2\}, E_2 = \{0;1;5\}, E_3 = \{0;2;4\}, E_4 = \{0;4;5\}$

$E_5 = \{1;2;3\}, E_6 = \{1;3;5\}, E_7 = \{2;3;4\}, E_8 = \{3;4;5\}$

Từ các tập E_1, E_2, E_3, E_4, mỗi tập ta lập được $2.2!$ số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

Từ các tập E_5, E_6, E_7, E_8, mỗi tập ta lập được $3!$ số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

Vậy tất cả ta lập được $4.2.2! + 4.3! = 40$ số.

Kết luận có 100 – 40 = 60 số thỏa yêu cầu.

Xét những số gồm 9 chữ số, trong đó có 5 chữ số 1 và bốn chữ số còn lại là 2, 3, 4, 5. Hỏi có bao nhiêu số như thế , nếu:

a).5 chữ số 1 được xếp kề nhau.

b).Các chữ số được xếp tùy ý.

LỜI GIẢI

a. $n = \overline{a_1a_2a_3...a_9}$

Dán 5 chữ số 1 lại với nhau thành số X.

Xếp X và 4 chữ số {2, 3, 4, 5}, có $P_5 = 5!$ cách.

b.Ta xét hộc có 9 ô trống

Bước 1: Chọn 5 vị trí trong 9 vị trí để xếp 5 chữ số 1, có C_9^5 cách chon.

Bước 2: Xếp 4 số {2, 3, 4, 5} vào 4 vị trí còn lại, có 4! Cách xếp.

Vậy ta có $C_9^4 \times 4! = 3024$ số thỏa yêu cầu.

Trong các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số trong đó chữ số 4 có mặt đúng 3 lần, còn các chữ số khác có mặt đúng 1 lần.

Giải

Gọi số cần tìm $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}\,(a_1 \neq 0)$

Bước 1: Xếp chữ số 0 vào 1 trong 6 vị trí từ a_2 đến a_7 , có 6 cách xếp.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 6 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 4, có C_6^3 cách.

Bước 3: Xếp ba chữ số {1, 2, 3} vào ba vị trí còn lại, có 3! Cách.

Theo quy tắc nhân có $6.C_6^3.3! = 720$ số thỏa điều kiện.

Từ 3 chữ số 2, 3, 4 có thể tao ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, trong đó có đủ mặt 3 chữ số nói trên.

Giải

Các tập hợp các chữ số sử dụng:

$$s_1 = \{2,3,4,2,2\}; s_2 = \{2,3,4,2,3\}; s_3 = \{2,3,4,2,4\}$$
$$s_4 = \{2,3,4,3,3\}; s_5 = \{2,3,4,3,4\}; s_6 = \{2,3,4,4,4\}$$

$*$ xét tập s_1 :xét hộc có 5 ô trống

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí xếp chữ số 2, có C_5^3 cách. Bước 2: 2 vị trí còn lại xếp hai chữ số 3 và 4, có 2! Cách.

Vậy ta có $C_5^3.2! = 20$ số

Tương tự cho s_4, s_6 mỗi trường hợp ta có 20 số n

$*$ $s_2 = \{2,3,4,2,3\}$ xét hộc 5 ô trống:

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 5 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_5^2 cách.
Bước 2: Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 3, có C_3^2 cách. Vị trí còn lại xếp chữ số 4.

Vậy ta có $C_5^2.C_3^2.1 = 30$ số

Tương tự cho s_3, s_5 mỗi trường hợp ta có 30 số .

Theo quy tắc cộng ta có $3.20 + 3.30 = 150$ số.

Cách 2:

Trường hợp 1: Số có 5 chữ số, trong đó có 1 chữ số có mặt đúng ba lần, 2 chữ số còn lại mỗi chữ có mặt đúng một lần. (Ví dụ $\overline{aaabc}$ chữ số a có mặt 3 lần, 2 chữ số b và c có mặt đúng 1 lần).

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để xếp chữ số a, có C_5^3 cách. Bước 2: Xếp 2 chữ số còn lại vào 2 vị trí còn lại có 2! Cách. Vậy có $C_5^3.2! = 20$ số chữ số a có mặt đúng 3 lần.

Tương tự cho chữ số b có mặt đúng 3 lần, và chữ số c có mặt đúng 3 lần.

Các khả năng xảy ra của trường hợp 1: $20.3 = 60$ số.

Trường hợp 2: Số có 5 chữ số, trong đó có 2 chữ số có mặt đúng 2 lần, chữ số còn lại có mặt đúng một lần. (ví dụ $\overline{aabbc}$)

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 5 vị trí để xếp chữ số a, có C_5^2 cách. Bước 2: Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại để xếp 2 chữ số b, có C_3^2 cách. Vị trí còn lại xếp chữ số c, có 1 cách. Vậy có $C_5^2.C_3^2 = 30$ số trong đó có 2 chữ số a, 2 chữ số b và 1 chữ số c.

Hoàn toàn tương tự cho trường hợp : có 2 chữ số a và 2 chữ số c. Có 2 chữ số b và 2 chữ số c.

Các khả năng xảy ra của trường hợp 2: $30.3 = 90$ số.

Kết luận có: $60 + 90 = 150$ số thỏa yêu cầu.

Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 sao cho hai chữ số chẵn không đứng liền nhau.

Giải

-Dùng 7 chữ số đã cho, ta lập được 7! số có 7 chữ số.

-Trong các số trên có những số có 2 số chẵn liền nhau là $\{2,4\}$

Các trường hợp hai chữ số 2, 4 đứng kề nhau:

Dán hai chữ số 2 và 4 thành chữ số X.

Bước 1: Sắp xếp X và 5 chữ số còn lại có 6! cách.

Bước 2: Ứng với mỗi cách xếp ở bước 1, có 2! cách xếp 2 phần tử trong X.

Vậy có $6!.2! = 1440$ số mà 2 chữ số 2 và 4 đứng kề nhau.

Kết luận có $7! - 1440 = 3600$ số thỏa yêu cầu.

Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số:

a) Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

b) Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 2 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

LỜI GIẢI

a)

Xếp số vào 8 ô trống thỏa yêu cầu đề bài.

Bước 1: Chọn 3 ô trong 8 ô để xếp 3 chữ số 1, có C_8^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 ô trong 5 ô còn lại để xếp 2 chữ số 4, có C_5^2 cách.

Bước 3: Xếp 3 chữ số số còn lại vào 3 ô còn lại, có $3!$ cách.

Vậy có $C_8^3.C_5^2.3!$ số thỏa yêu cầu, nhưng có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Trường hợp số 0 ở ô thứ nhất.

Bước 1: Chọn 3 ô trong 7 ô còn lại, xếp 3 chữ số 1, có C_7^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 ô trong 4 ô còn lại, xếp 2 chữ số 4, có C_4^2 cách.

Bước 3: Xếp hai chữ số còn lại vào 2 ô còn lại, có $2!$ cách.

Vậy có: $C_7^3.C_4^2.2!$ số mà chữ số 0 ở vị trí đầu tiên.

Kết luận có: $C_8^3.C_5^2.3! - C_7^3.C_4^2.2! = 2940$ số thỏa yêu cầu.

b)

Xếp số vào 9 ô trống thỏa yêu cầu đề bài:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 8 ô (bỏ ô đầu tiên) để xếp hai chữ số 0, có C_8^2 cách chọn.

Bước 2: Chọn 3 ô trong 7 ô còn lại để xếp ba chữ số 2, có C_7^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 ô trống trong 4 ô còn lại để xếp 2 chữ số 3, có C_4^2 cách chọn.

Bước 4: Hai ô còn lại xếp 2 chữ số còn lại, có 2! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có:

$C_8^2.C_7^3.C_4^2.2! = 11760$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt đúng 2 lần; chữ số 6 có mặt đúng 4 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

LỜI GIẢI

Xếp số vào 12 ô trống thỏa yêu cầu bài toán:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 12 ô để xếp hai chữ số 5, có C_{12}^2 cách.

Bước 2: Chọn 4 ô trong 10 ô còn lại để xếp 4 chữ số 6, có C_{10}^{4} cách.

Bước 3: 6 ô còn lại được xếp bởi 6 chữ số còn lại, có 6! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có: $C_{12}^{2}.C_{10}^{4}.6! = 9979200$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

LỜI GIẢI

Xếp số vào 8 ô trống thỏa yêu cầu đề:

Bước 1: Chọn 3 ô trong 8 ô để xếp ba chữ số 5, có C_{8}^{3} cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_{7}^{3}.4!$ số.

Vậy có: $C_{8}^{3}.5! - C_{7}^{3}.4! = 5880$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số trong đó chữ số 4 có mặt đúng 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần và các số này không bắt đầu bằng số 12.

LỜI GIẢI

Xếp số vào 7 ô thỏa yêu cầu đề:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 7 ô để xếp 2 chữ số 4, có C_{7}^{2} cách.

Bước 2: Xếp 5 chữ số còn lại vào 5 ô còn lại có 5! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có : $C_{7}^{2}.5! = 2520$ số cần tìm, nhưng trong những số này có những số bắt đầu bằng 12.

*Những số bắt đầu bằng 12:

1	2					

Bước 1: Chọn 2 ô trong 5 ô còn lại để xếp 2 chữ số 4, có C_{5}^{2} cách.

Bước 2: Xếp 3 chữ số còn lại gồm $\{3,5,6\}$ vào 3 vị trí còn lại, có 3! Cách.

Vậy có: $C_{5}^{2}.3!$ số bắt đầu bởi 12.

Kết luận: có $C_{7}^{2}.5! - C_{5}^{2}.3! = 2460$ thỏa yêu cầu đề bài.

Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số:

a). Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

b). Có 10 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 1 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

LỜI GIẢI

a). Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$.

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 8 vị trí để xếp ba chữ số 1, có C_8^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 vị trí trong 5 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 4, có C_5^2 cách.

Bước 3: Chọn 3 chữ số trong 7 chữ số $\{2,3,5,6,7,8,9\}$ để xếp vào 3 vị trí còn lại, có A_7^3 cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_8^3.C_5^2.A_7^3 = 117600$ số thỏa yêu cầu đề.

b). Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}}$.

Bước 1: Chọn 1 vị trí trong 10 vị trí để xếp chữ số 1, có 10 cách chọn.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 9 vị trí còn lại để xếp 3 chữ số 2, có C_9^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 3, có C_6^2 cách.

Bước 4: Chọn 4 chữ số trong 6 chữ số $\{4,5,6,7,8,9\}$ để xếp vào 4 vị trí còn lại, có A_6^4 cách.

Theo quy tắc nhân có: $10.C_9^3.C_6^2.A_6^4 = 4536000$ số thỏa yêu cầu đề.

Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số gồm 6 chữ số phân biệt mà :

a. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

b. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau và các chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

LỜI GIẢI

a . Đặt $a = 024$; $b = 042$; $c = 204$; $d = 240$; $e = 420$; $f = 402$.

Từ $\{a;1;3;5\}$ ta lập được $3.3! = 18$ số ;

Từ $\{b;1;3;5\}$ ta lập được $3.3! = 18$ số ;

Từ $\{c;1;3;5\}$ ta lập được $4! = 24$ số ;

Từ $\{d;1;3;5\}$ ta lập được $4! = 24$ số ;

Từ $\{e;1;3;5\}$ ta lập được $4!=24$ số ;

Từ $\{f;1;3;5\}$ ta lập được $4!=24$ số .

Vậy ta có tất cả là $2.18+4.4!=132$ số có 6 chữ số phân biệt mà các chữ số chẵn ở cạnh nhau.

b. Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Ta có các trường hợp sau :

TH1 : $a_1;a_2;a_3$ là số chẵn, ba số sau là các số lẻ :

* a_1 có 2 cách chọn ;

* $\overline{a_2a_3}$ có $2!$ cách chọn ;

* $\overline{a_4a_5a_6}$ có $3!$ cách chọn.

$\Rightarrow$ ta được $2.2!.3!=24$ số.

TH2 : $a_1;a_2;a_3$ là số lẻ, ba số sau là các số chẵn :

* $\overline{a_1a_2a_3}$ có $3!$ cách chọn ;

* $\overline{a_4a_5a_6}$ có $3!$ cách chọn.

$\Rightarrow$ ta được $3!.3!=36$ số.

Vậy ta có tất cả $24+36=60$ số thỏa bài toán.

TÌM TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN THỎA ĐIỀU KIỆN BÀI TOÁN VÀ TÍNH TỔNG TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN VỪA TÌM ĐƯỢC

Tính tổng tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được lập từ 6 chữ số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

LỜI GIẢI

Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một lập từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8.

Xét $x=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}\in X$.

Nếu chọn $a_5=1$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ ứng với một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử 3, 4, 5, 7, 8 $\Rightarrow$ có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 1.

Tương tự có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 3, có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 4, ...

Suy ra tổng tất cả chữ số hàng đơn vị của các phần tử $x\in X$ là: $(1+3+4+5+7+8).A_5^4=3360$

Lập luận tương tự, tổng tất cả chữ số hàng chục của các phần tử $x \in X$ là: 3360.10,...

Vậy tổng tất cả các phần tử của X là :

$S = 3360 + 3360.10 + 3360.100 + 3360.1000 + 3360.10000 = 3360.11111 = 3732960$.

Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt, các chữ số đều lớn hơn 4. Tính tổng các số tự nhiên đó.

LỜI GIẢI

Mỗi số thỏa bài toán là một hoán vị của 5 chữ số 5, 6, 7, 8, 9 $\Rightarrow$ có $5! = 120$ số thỏa bài toán.

Gọi E là tập gồm 120 số lập được. Ta có: $x = \overline{abcde} \in E$ thì $y = \overline{a'b'c'd'e'}$ cũng thuộc E, trong đó $a' = 14 - a; b' = 14 - b; ...; e' = 14 - e$. Vậy trong E có tất cả 60 cặp $(x; y)$ thỏa :

$$x + y = 155554 .$$

$\Rightarrow$ tổng các số thuộc E là $S = 155554.60 = 9333240$.

Tính tổng của tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được thành lập từ các số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

LỜI GIẢI

Từ 6 chữ số trên ta lập được $A_6^5 = 720$ số có 5 chữ số khác nhau. Ta có :

– Số có dạng $\overline{abcd1}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd3}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd4}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd5}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd7}$: có A_5^4 số ;

– Số có dạng $\overline{abcd8}$: có A_5^4 số ;

$\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng đơn vị của 720 số trên là : $(1+3+4+5+7+8)A_5^4 = 3360$

Tương tự ta cũng có :

– Tổng các chữ số hàng chục của 720 số trên là : $(1+3+4+5+7+8)A_5^4 = 3360$

– Tổng các chữ số hàng trăm của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4 = 3360$

– Tổng các chữ số hàng ngàn của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4 = 3360$

– Tổng các chữ số hàng chục ngàn của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4 = 3360$

Vậy tổng của 720 số lập được là $S = 3360(1+10+10^2+10^3+10^4) = 37332960$

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt ? Tính tổng các số này.

LỜI GIẢI

Số các số có 5 chữ số phân biệt lập được là $5! = 120$ số. Gọi E là tập hợp 120 số trên.

Ta có : nếu $x = \overline{abcde} \in E$ thì $y = \overline{(6-a)(6-b)(6-c)(6-d)(6-e)} \in E$. Do đó trong E có 60 cặp $(x;y)$ thỏa $x+y = 66666$. Vậy tổng 120 số trong E là $66666.60 = 3999960$.

Tính tổng của các số có 4 chữ số phân biệt.

LỜI GIẢI

Gọi A là tập các số lập được. Trong đó :

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{abc0}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{abc1}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{abc9}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng đơn vị trong các số thuộc A là

$$S_0 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (đơn vị)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{ab0d}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{ab1d}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{ab9d}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng chục trong các số thuộc A là

$$S_1 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (chục)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{a0cd}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{a1cd}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{a9cd}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng trăm trong các số thuộc A là

$$S_2 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (trăm)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{1bcd}$, … … , A_9^3 số có dạng $\overline{9bcd}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng ngàn trong các số thuộc A là

$$S_3 = A_9^3(1+2+...+8+9) = 22680 \text{ (ngàn)}$$

Vậy tổng cần tìm là $22680.10^3 + 20160.(10^2+10+1) = 24917760$.

Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau? Tính tổng của tất cả các số đó.

LỜI GIẢI

• Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên phải tìm $\Rightarrow a \neq 0$

Do $\overline{ab}$ chẵn nên $b \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$

Có 2 trường hợp:

* Nếu $b = 0$ thì $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow$ có 9 cách chọn a.

$\Rightarrow$ có 9 số $\overline{a0}$

* Nếu $b \neq 0$ thì $b \in \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn b. Khi đó có 8 cách chọn a.

$\Rightarrow$ có $4.8 = 32$ số $\overline{ab}$

Vậy tất cả có: $9 + 32 = 41$ số cần tìm.

• Đặt S là tổng của 41 số đó.

$S = (10 + 12 + 14 + \ldots + 96 + 98) - (22 + 44 + 66 + 88)$

$= 45.\dfrac{10+98}{2} - 10.22 = 45.54 - 220 = 2210.$

TÌM ƯỚC SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN

a. Tìm số các ước số dương của số $A = 2^3.3^4.5^7.7^6$.

b. Tìm số các ước số dương của số 490000.

LỜI GIẢI

a . Mỗi ước số dương của A có dạng $U = 2^m.3^n.5^p.7^q$ trong đó m, n, p, q $\in Z$, $0 \le m \le 3, 0 \le n \le 4, 0 \le p \le 7, 0 \le q \le 6$. Do đó : m có 4 cách chọn, n có 5 cách chọn, p có 8 cách chọn, q có 7 cách chọn. Suy ra có $4.5.8.7 = 1120$ ước số dương của A.

b. Vì $B = 490000 = 7^2.10^4 = 2^4.5^4.7^2$. Vì các ước số dương của B có dạng $U = 2^m.5^n.7^p$ trong đó $m, n, p \in Z, 0 \le m \le 4, 0 \le n \le 4, 0 \le p \le 2$. Tương tự câu a, ta suy ra có $5.5.3 = 75$ ước số dương của B.

Số 35280 có bao nhiêu ước số?

LỜI GIẢI

Ta có: $35280 = 2^4.3^2.7^2.5^1$

Do đó các ước số của 35280 phải có dạng $2^x.3^y.7^z.5^t$

Nên:

5 cách chọn số thứ nhất 2^x(vì $x \in \{0,1,2,3,4\}$)

3 cách chọn số thứ hai 3^y (vì $y \in \{0,1,2\}$)

3 cách chọn số thứ ba 7^z (vì $z \in \{0,1,2\}$)

2 cách chọn số thứ tư 5^t (vì $t \in \{0,1\}$)

Vậy ta có: $5 \times 3 \times 3 \times 2 = 90$ ước số của 35280.

Công thức tổng quát tìm ước số dương của một số X

Phân tích X về thừa số nguyên tố giả sử: $X = A^a B^b C^c D^d E^e$ *(A, B, C, D, E là các số nguyên tố). Tổng tất cả các ước số của X là* $(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)(e+1)$

Số A = 1078000 có bao nhiêu ước số?

LỜI GIẢI

Ta có: $1078000 = 11.7^2.2^4.5^3$

Mỗi ước số dương của A có dạng $U = 11^x.7^y.2^z.5^t$ trong đó x, y, z, t $\in Z$ và $0 \le x \le 1, 0 \le y \le 2, 0 \le z \le 4, 0 \le t \le 3$. Do đó :

x có 2 cách chọn, y có 3 cách chọn, z có 5 cách chọn, t có 4 cách chọn. Suy ra có $2.3.5.4 = 120$ ước số dương của A.

Có bao nhiêu số tự nhiên X có 5 chữ số khác nhau và nhất thiết phải có chữ số 1 và X chia hết cho 2.

LỜI GIẢI

Gọi số cần tìm $\overline{abcde}, (a \neq 0)$

Trường hợp 1: $e = 0$

Bước 1: Chọn 1 trong 4 vị trí $\overline{abcd}$ để xếp chữ số 1, có 4 cách.

Bước 2: Chọn 3 chữ số trong các chữ số {2,3,4,5,6,7,8,9} để xếp vào 3 vị trí còn lại, có A_8^3 cách.

Vậy có 4. A_8^3 số.

Trường hợp 2: $e \in \{2,4,6,8\}$ vậy e có 4 cách chọn.

- Xét $a = 1$: Chọn 3 chữ số trong 8 chữ số còn lại (bỏ 1 số e chọn và chữ số 1), để xếp vào 3 vị trí b,c,d có A_8^3. Vậy có $4.A_8^3$ số.

- Xét $a \neq 1$: Vậy a có 7 cách chọn (bỏ chữ số 1, 0 và 1 số e đã chọn). Chọn 1 trong 3 vị trí b,c,d để xếp chữ số 1, có 3 cách chọn. sau đó chọn 2 chữ số trong 7 chữ số còn lại (bỏ 1 chữ số a đã chọn, và chữ số 1 và một chữ số e đã chọn) để xếp vào 2 vị trí còn lại, có A_7^2 cách. Vậy có $4.7.3.A_7^2$ cách.

Kết luận có $4.A_8^4 + 4.A_8^3 + 4.7.3.A_7^2 = 11592$ số cần tìm.

Cho tập hợp $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$.

a). Tìm số tập hợp con của A chứa 0 và không chứa 1.

b). Tìm các số tự nhiên chẵn có chứa 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ A.

c). Tìm các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lấy từ A và chia hết cho 3.

LỜI GIẢI

a). Gọi $B = A \setminus \{0;1\} = \{2;3;4;5;6\}$.

Số tập hợp con của B không có phần tử nào là: $C_5^0 = 1$; Số tập hợp con của B có 1 phần tử là: $C_5^1 = 5$

Số tập hợp con của B có 2 phần tử là: $C_5^2 = 10$; Số tập hợp con của B có 3 phần tử là: $C_5^3 = 10$

Số tập hợp con của B có 4 phần tử là : $C_5^4 = 5$; Số tập hợp con của B có 5 phần tử là: $C_5^5 = 1$

Mỗi tập hợp con của B ta thêm phần tử 0 thì được tập hợp con của A chứa 0 và không chứa 1.

Vậy: Số tập hợp con của A chứa 0 và không chứa 1 là: $1+5+10+10+5+1=32$.

b). Gọi số tự nhiên chẵn có 4 chữ số lấy từ A là: $x = \overline{abcd}.(a,b,c,d \in A)$. Vì x chẵn nên $d \in \{0;2;4;6\}$

. Trường hợp I: d=0: có 1 cách chọn;

Có A_6^3 cách chọn $a,b,c,d \in \{1;2;3;4;5;6\}$ theo thứ tự $\Rightarrow$ số các số chẵn trong TH này là: $1.A_6^3 = 120$ số

.Trường hợp II: $d \neq 0 : d \in \{2;4;6\}$ có 3 cách chọn. Có 5 cách chọn a (vì $a \neq 0$ và $a \neq d$)

Có A_5^2 cách chọn b,c $\in A \setminus \{a;d\}$ theo thứ tự $\Rightarrow$ số các số chẵn trong TH này là: 3.5. $A_5^2 = 300$

Vậy: số các số chẵn có 4 chữ số khác nhau lấy từ A là: 120+300=420 số.

c). Gọi số có 3 chữ số lấy từ A là: x=$\overline{abc}(a,b,c \in A)$. Số có 3 chữ số chia hết cho 3 có tổng 3 chữ số chia hết cho 3. Các tập con 3 phần tử của A có tổng chia hết cho 3 là: $\{0;1;2\};\{0;1;5\};\{0;2;4\};\{0;3;6\};\{0;4;5\};$

$\{1;2;3\};\{1;2;6\};\{1;3;5\};\{1;5;6\};\{2;3;4\};\{2;4;6\};\{3;4;5\};\{4;5;6\}$

. Xét các tập có chữ số 0: có 5 tập hợp. Số cách chọn a là 2(vì $a \neq 0$) . Số cách chọn b,c là 2!=2 (còn 2 chữ số $\neq 0$)

$\Rightarrow$ số các số có 3 chữ số lấy từ mỗi tập 3 chữ số có chữ số 0 là $2 \times 2 = 4$

$\Rightarrow$ số các số chia hết cho 3 trong TH này là: $5 \times 4 = 20$

. Xét các tập không có chữ số o: có 8 tập hợp. Số các số có 3 chữ số lấy từ tập 3 chữ số không có chữ số 0 là 3!=6

$\Rightarrow$ số các số chia hết cho 3 trong TH này là: $8 \times 6 = 48$

Vậy: số các số có 3 chữ số khác nhau lấy từ A và chia hết cho 3 là: 20+48=68

b.Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên x, biết rằng x khác 0; x chia hết cho 6 và $x < 3.10^7$ (một số tự nhiên không bắt đầu bằng chữ số 0).

LỜI GIẢI

Ta có $x < 3.10^7$ =30.000.000 nên x có tối đa 8 chữ số. Để dễ đếm, nếu x có chữ số nhỏ hơn 8, ta thêm các chữ số 0 vào bên trái của x cho đủ 8 chữ số, như thế ta xem x là 1 số có 8 chữ số lấy từ 0;1;2;3;4;5.

X chia hết cho 6 nên x là số chẵn và chia hết cho 3.

$x = \overline{a_1a_2a_3...a_7a_8}$. Trước hết ta đếm từ a_1 đến a_6 và a_8 là chữ số chẵn; chừa lại a_7 sẽ đếm sau

Có 3 cách chọn $a_1\left(a_1 < 3\right)$; có 3 cách chọn $a_8\left(a_8 \in \{0;2;4\}\right)$; có 6 cách chọn a_2 .....; có 6 cách chọn a_6

Xét tổng: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$, ta có 3 trường hợp:

Trường hợp 1: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$ chia hết cho 3: chọn a_7 là 0 hay 3: có 2 cách chọn;

Trường hợp 2: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$ chia hết cho 3 dư 1: chọn a_7 là 2 hay 5: có 2 cách chọn;

Trường hợp 3: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$ chia hết cho 3 dư 2: chọn a_7 là 1 hay 4: có 2 cách chọn;

Như vậy a_7 luôn luôn có 2 cách chọn.

Vậy: số các số x chia hết cho 6 và $x < 3.10^7$ là: $3.3.6^5.2 = 139968$ số

Mà: $x \neq 0$ nên số các số x cần tìm là: 139968 -1= 139967 số.