Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập A. Tìm xác suất để phần tử đó là một số không chia hết cho 5.

LỜI GIẢI

Gọi $n=\overline{abcde},(a\neq 0)$ là số có 5 chữ số khác nhau. a có 6 cách chọn, mỗi cách sắp xếp b,c,d,e là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử (giải thích : bỏ một chữ số a đã chọn). Vậy có $6.A_6^4=2160$ số có 5 chữ số khác nhau. Suy ra số phần tử của A là 2160.

Gọi $n_1=\overline{abcde},(a\neq 0)$ là phần tử thuộc tập A và chia hết cho 5. Có hai trừng hợp xảy ra :

Trường hợp 1 : $e=0$, mỗi cách sắp xếp a,b,c,d là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Vậy có A_6^4 số tận cùng bằng 0.

Trường hợp 2 : $e=5$, a có 5 cách chọn (bỏ hai chữ số 0 và 5). Mỗi cách sắp xếp b,c,d là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Vậy có $5.A_5^3$ số tận cùng bằng 5.

Suy ra có $A_6^4+5.A_5^3=660$ số thuộc tập A mà chia hết cho 5. Vậy có $2160-660=1500$ số không chia hết cho 5.

Gọi X là biến cố ''Chọn một số thuộc tập A và không chia hết cho 5''. Số trường hợp thuận lợi cho X là $n(X)=C_{1500}^1$.

Xác suất cần tìm : $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{1500}^1}{C_{2160}^1}=\dfrac{25}{36}$.

Một nhóm học sinh gồm 9 em trong đó có 3 nữ, được chia thành 3 tổ đều nhau. Tính xác suất để mỗi tổ có 1 nữ.

LỜI GIẢI

Chia đều 9 học sinh thành ba tổ. Đầu tiên chọn 3 em trong 9 em để vào tổ thứ nhất, có C_9^3 cách. Tiếp đến chọn 3 em trong 6 em còn lại vào tổ thứ hai, có C_6^3 cách. Cối cùng 3 em còn lại vào tổ thứ ba có 1 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_9^3.C_6^3.1=1680$ cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega)=1680$.

Gọi biến cố A ''Chia ba tổ đều nhau và mỗi tổ có 1 nữ''. Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2=540$.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{540}{1680}=\dfrac{9}{28}$.

Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50, chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Tính xác suất để tổng ba số trên ba viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

LỜI GIẢI

Chọn 3 viên bi trong 50 viên bi có C_{50}^3 cách. Vậy không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{50}^3$

Gọi A là biến cố '' Tổng ba số trên ba viên bi được chọn là một số chia hết cho 3''.

Trong 50 viên bi được chia thành ba loại : Gồm 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2.

Để tìm số cách chọn 3 viên bi có tổng số là một số chia hết cho 3, ta xét hai trường hợp :

Trường hợp 1: 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)$ cách.

Trường hợp 2: 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra $n(A)=\left(C_{16}^3+C_{17}^3+C_{17}^3\right)+C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1=6544$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{6544}{C_{50}^{3}}=\dfrac{409}{1225}$

Có 40 tấm thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

LỜI GIẢI

Chọn 10 tấm thẻ trong 40 tấm thẻ có C_{40}^{10} cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega)=C_{40}^{10}$

Từ 1 đến 40 có tất cả 20 số chẵn và 20 số lẻ. Số cách chọn 5 tấm thẻ mang số lẻ là C_{20}^{5} cách.

Trong 20 số chẵn trên có đúng 6 số chia hết cho 6 là {6, 12, 18, 24, 30, 36}, nên chọn 1 tấm thẻ chia hết cho 6 có C_6^1 cách (hiển nhiên tấm thẻ này mang số chẵn), sau đó chọn 4 thẻ mang số chẵn trong 14 tấm thẻ còn lại có C_{14}^4 cách.

Gọi biến cố A ʻʻ Chọn được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6ʼʼ. Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=C_{20}^{5}.C_6^1.C_{14}^4$. Xác suất cần tìm

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{20}^{5}.C_6^1.C_{14}^4}{C_{40}^{10}}=\frac{126}{1147}$$

Một hộp đựng 5 bi đỏ, 6 bi xanh và 7 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp đó.
a). Tính xác suất để được 6 bi cùng màu.
b). Tính xác suất để được 6 bi có cả ba màu đồng thời hiệu của số bi xanh và bi đỏ, hiệu của số bi trắng và số bi xanh, hiệu của số bi đỏ và số bi trắng theo thứ tự là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi trong 18 viên bi có C_{18}^6 cách. Không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{18}^6$ phần tử.

a). Gọi biến cố A ʻʻChọn được 6 viên bi cùng màu ʼʼ. Các trường hợp thuận lợi cho A là :

Trường hợp 1 : Chọn được 6 bi màu xanh có C_6^6 cách.

Trường hợp 2 : Chọn được 6 bi màu trắng có C_7^6 cách.

Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=C_6^6+C_7^6=8$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{8}{C_{18}^6}=\dfrac{2}{4641}$.

b). Gọi x, y, z lần lượt là số bi xanh, bi đỏ và bi trắng được lấy. Theo đề bài có

$$x-y=z-x=y-z\Leftrightarrow\frac{x-y}{1}=\frac{z-x}{1}=\frac{y-z}{1}=\frac{x-y+z-x+y-z}{3}=0\Rightarrow x=y=z.$$

Suy ra biến cố B ʻʻChọn được 6 viên bi có cả ba màu và số bi mỗi màu bằng nhauʼʼ. Số trường hợp thuận lợi cho B là $n(B)=C_5^2.C_6^2.C_7^2$

Xác suất cần tìm $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_5^2.C_6^2.C_7^2}{C_{18}^6}=\dfrac{75}{442}$

Có 12 số tự nhiên khác nhau trong đó có 5 số chẵn và 7 số lẻ, chọn ngẫu nhiên 3 số. Tính xác suất để tổng 3 số được chọn là số chẵn.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 12 số tự nhiên có C_{12}^3 cách. Vậy $n(\Omega)=C_{12}^3$

Gọi biến cố A "Chọn được 3 số tự nhiên thỏa tổng của chúng là một số chẵn". Có các trường hợp sau thuận lợi cho A:

Trường hợp 1: Chọn được cả ba số tự nhiên chẵn có C_5^3 cách.

Trường hợp 2: Chọn được hai số tự nhiên lẻ và một số tự nhiên chẵn có $C_7^2.C_5^1$ cách.

Số thuận lợi cho A là $n(A) = C_5^3 + C_7^2.C_5^1 = 115$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{115}{C_{12}^3} = \dfrac{23}{44}$.

Trên giá sách có 5 quyển sách toán học, 4 quyển Vật lý và 3 quyển Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 4 quyển. Tính xác suất sao cho: a). 4 quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển toán học. b). 4 quyển lấy ra có đúng 2 quyển vật lý.

LỜI GIẢI

Chọn 4 quyển sách bất kỳ trong 12 quyển sách có C_{12}^4 cách.

a). Biến cố A "4 quyển sách được chọn phải có ít nhất một quyển toán". Suy ra biến cố $\overline{A}$ "4 quyển sách được chọn không có sách toán" có nghĩa 4 quyển sách được chọn chỉ có Vật lý và Hóa học có C_7^4 cách. Số trường hợp thuận lợi cho $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = C_7^4$. Vì A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nên:

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{C_7^4}{C_{12}^4} = \dfrac{92}{99}$.

b). Biến cố B "4 quyển được lấy ra có đúng 2 quyển vật lý" có nghĩa lấy được 2 quyển Vật lý và 2 quyển còn lại thuộc hai môn còn lại. Số trường hợp thuận lợi cho B là $n(B) = C_4^2.C_8^2$. Xác suất cần tìm là

$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_4^2.C_8^2}{C_{12}^4} = \dfrac{56}{165}$.

Trên một giá sách có các quyển sách về ba môn học là Toán, Vật lý và Hoá học, gồm 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Vật lý và 3 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên ra 3 quyển sách. Tính xác suất để: a). Trong 3 quyển sách lấy ra, có ít nhất một quyển sách Toán. b). Trong 3 quyển sách lấy ra, chỉ có hai loại sách về hai môn học.

LỜI GIẢI

a). A là biến cố "Trong 3 quyển sách lấy ra, có ít nhất một quyển sách Toán".

$\overline{A}$ là biến cố "Trong 3 quyển sách lấy ra, không có quyển sách Toán nào". Số trường hợp thuận lợi cho $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = C_8^4$ cách. Dễ thấy A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nên $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{C_8^3}{C_{12}^3} = 1 - \dfrac{14}{55} = \dfrac{41}{55}$.

b). Gọi B là biến cố "Trong 3 quyển sách lấy ra, có đúng hai loại sách về hai môn học". Số trường hợp thuận lợi cho B là :

$n(B) = C_4^1C_5^2 + C_4^2C_5^1 + C_4^1C_3^2 + C_4^2C_3^1 + C_5^2C_3^1 + C_5^1C_3^2 = 145$

Xác suất cần tìm: $P(B) = \dfrac{145}{C_{12}^3} = \dfrac{29}{44}$.

Trên một kệ sách có 12 quyển sách khác nhau, gồm 4 quyển tiểu thuyết, 6 quyển truyện tranh và 2 quyển truyện cổ tích. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển từ kệ sách. a). Tính xác suất để lấy được 3 quyển đôi một khác loại. b). Tính xác suất để lấy được 3 quyển trong đó có đúng 2 quyển cùng một loại.

LỜI GIẢI

a). Chọn 3 quyển sách trong 12 quyển sách bất kì có $C_{12}^3 = 220$ cách. Vậy không gian mẫu là $n(\Omega) = 220$.

Gọi A là biến cố "Lấy được 3 quyển sách đôi một khác loại"

Số cách chọn 3 quyển sách đôi một khác loại: $C_4^1.C_6^1.C_2^1 = 48 \Rightarrow n(A) = 48$.

$\Rightarrow$ Xác suất của biến cố A: $P(A) = \frac{48}{220} = \frac{12}{55}$.

b) Gọi B là biến cố "Lấy được 3 quyển sách, trong đó có đúng 2 quyển cùng loại"

+ Số cách chọn có đúng 2 quyển tiểu thuyết: $C_4^2.C_8^1 = 48$

+ Số cách chọn có đúng 2 quyển truyện tranh: $C_6^2.C_6^1 = 90$

+ Số cách chọn có đúng 2 quyển cổ tích: $C_2^2.C_{10}^1 = 10$

$\Rightarrow$ Số cách chọn có đúng 2 quyển cùng loại: $48 + 90 + 10 = 148 \Rightarrow n(B) = 148$

$\Rightarrow$ Xác suất của biến cố B: $P(B) = \frac{148}{220} = \frac{37}{55}$.

Một lớp có 35 học sinh trong đó có 3 bạn là cán bộ lớp. Chọn ngẫu nhiên biết kỳ 3 học sinh tham dự đại hội trường. Tính xác suất sao cho trong 3 bạn được chọn nhất thiết phải có cán bộ lớp.

LỜI GIẢI

Chọn 3 học sinh trong 35 học sinh có C_{35}^3 cách. Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{35}^3$.

Gọi biến cố A “3 học sinh được chọn nhất thiết phải có cán bộ lớp”. Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

Trường hợp 1: Chọn được 1 cán bộ lớp và 2 học sinh bình thường có $C_3^1.C_{32}^2$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 2 cán bộ lớp và 1 học sinh bình thường có $C_3^2.C_{32}^1$ cách.

Trường hợp 3: Chọn được cả ba cán bộ lớp có C_3^3 cách.

Số thuận lợi cho A là $n(A) = C_3^1.C_{32}^2 + C_3^2.C_{32}^1 + C_3^3 = 1585$ cách

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1585}{C_{35}^3} = \frac{317}{1309}$.

Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất liên tiếp 5 lần độc lập. Tính xác suất để trong 5 lần gieo có đúng hai lần xuất hiện mặt 1 chấm.

LỜI GIẢI

Chọn 2 trong 5 lần gieo xuất hiện mặt một chấm có C_5^2 cách.

Xác suất của một lần gieo xuất hiện mặt 1 chấm là $\frac{1}{6}$. Suy ra xác suất của một lần gieo không xuất hiện mặt 1 chấm là $\frac{5}{6}$.

Do đó xác suất cần tìm là $P = C_5^2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{1250}{7776}$.

Bài 4: Trong một hộp có 10 cây viết khác nhau và có 4 cây bị hư. Lấy ngẫu nhiên 3 cây từ trong hộp này. Tính xác suất để ít nhất có 2 cây đều tốt.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 3 cây viết từ 10 cây viết có C_{10}^3 cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^3$

Gọi biến cố A “Chọn được 3 cây trong đó có ít nhất 2 cây đều tốt”. Số trường hợp thuận lợi cho A là:

Trường hợp 1: Chọn được 2 cây tốt và 1 cây bị hư, có $C_6^2.C_4^1 = 60$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được cả 3 cây đều tốt, có $C_6^3 = 20$ cách.

Số thuận lợi cho A là $n(A)=60+20=80$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{80}{C_{10}^3}=\dfrac{2}{3}$.

Một đơn vị vận tải có 10 xe ô tô trong đó có 6 xe tốt. Họ điều động một cách ngẫu nhiên 3 xe đi công tác. Tính xác suất sao cho 3 xe điều động đi phải có ít nhất một xe tốt.

LỜI GIẢI

Chọn 3 xe bất kì trong 10 xe có C_{10}^3 cách. Vậy không gian mẫu có $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Gọi biến cố A " 3 xe điều động đi công tác có ít nhất một xe tốt". Suy ra $\overline{A}$ là biến cố 3 xe điều động đi công tác không có xe nào tốt. Số trường hợp thuận lợi cho $\overline{A}$ là C_4^3, dễ thấy A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối

nên $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{C_4^3}{C_{10}^3}=\dfrac{29}{30}$.

Có 5 bông hoa hồng bạch, 7 bông hoa hồng nhung và 4 bông hoa cúc vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 bông hoa. Tính xác suất để 3 bông hoa được chọn không cùng một loại.

LỜI GIẢI

Gọi A, B, C tương ứng là 3 biến cố "Chọn được ba bông hoa hồng bạch" "Chọn được ba bông hoa hồng nhung" và "Chọn được ba bông hoa cúc vàng"
H là biến cố "Chọn được ba bông hoa cùng loại". Có A, B, C đôi một xung khắc và $H=A\cup B\cup C$

$\Rightarrow P(H)=P(A)+P(B)+P(C)$ với $P(A)=\dfrac{C_5^3}{C_{16}^3}=\dfrac{1}{56}$, $P(B)=\dfrac{C_7^3}{C_{16}^3}=\dfrac{35}{560}$, $P(C)=\dfrac{C_4^3}{C_{16}^3}=\dfrac{4}{560}$. Vậy

$P(H)=\dfrac{7}{80}$.

Biến cố chọn ba bông hoa không cùng loại là $\overline{H}$.

Vậy $P(\overline{H})=1-P(H)=1-\dfrac{7}{80}=\dfrac{73}{80}$.

Một vé sổ số có 5 chữ số. Khi quay số, nếu vé bạn mua trùng hoàn toàn với kết quả (trúng 5 số) thì bạn trúng giải đặc biệt. Nếu vé bạn mua có 4 chữ số trùng với 4 chữ số của giải đặc biệt (tức là sai một số ở bất kì hàng nào của giải đặc biệt) thì bạn trúng giải an ủi. Bạn Tí mua một tấm vé số. a). Tính xác suất để bạn Tí trúng giải đặc biệt. b). Tính xác suất để bạn Tí trúng giải an ủi.

LỜI GIẢI

a). Số kết quả có thể là $10^5=100000$. Chỉ có 1 kết quả trùng với số của Tí. Do đó xác suất trúng giải đặc biệt của Tí là $\dfrac{1}{100000}=0{,}00001$.

b). giả sử vé của Tí cí số $\overline{abcde}$. Các kết quả trùng với 4 chữ số ở vé của bạn Tí là 5.9 = 45. Do đó xác suất trúng giải an ủi của bạn Tí là $\dfrac{45}{100000}=0{,}00045$

28. Lấy ngẫu nhiên ra 8 con bài từ bộ tú lơ khơ 52 con. Tính xác suất của các biến cố sau : a). Lấy được 5 con màu đỏ. b). Lấy được 1 con cơ, 2 con rô, 3 con pic, 2 con nhép. c). Lấy được một con át, 2 con J, 3 con 9 và 2 con 2. d). Lấy được 3 con chủ bài (3 con cùng một chất đã xác định trước).

LỜI GIẢI

a) Ở đây phép thử là : Lấy cùng lúc ra 8 con bài. Suy ra không gian mẫu $n(\Omega) = C_{52}^{8}$

Gọi A là biến cố "Lấy được 5 con màu đỏ trong 8 con bài lấy ra", có nghĩa "Lấy được 5 con đỏ và 3 con đen".

Để A xảy ra ta thực hiện 2 bước : Lấy ra 5 con đỏ từ 26 con đỏ và lấy ra 3 con đen từ 26 con đen. Số cách tương ứng là : C_{26}^{5} và C_{26}^{3} . Theo quy tắc nhân số trường hợp thuận lợi cho A là:

$n(A) = C_{26}^{5}C_{26}^{3}$. Do đó $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{26}^{5}C_{26}^{3}}{C_{52}^{8}} = 0,227268$.

b). Gọi B biến cố "Lấy được 1 con cơ, 2 con rô, 3 con pic và 2 con nhép". Để tìm số trường hợp thuận lợn cho B ta thực hiện 4 bước:

Lấy 1 con cơ trong 13 con cơ, có C_{13}^{1} cách.

Lấy 2 con rô trong 13 con rô, có C_{13}^{2} cách.

Lấy 3 con pic trong 13 con pic, có C_{13}^{3} cách.

Lấy 2 con nhép trong 13 con nhép, có C_{13}^{2} cách.

Theo quy tắc nhân số kết quả thuận lợi cho B là: $n(B) = C_{13}^{1}C_{13}^{2}C_{13}^{3}C_{13}^{2}$.

Do đó $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_{13}^{1}C_{13}^{2}C_{13}^{3}C_{13}^{2}}{C_{52}^{8}} = 0,03006$.

c). $P(C) = \dfrac{C_{4}^{1}C_{4}^{2}C_{4}^{3}C_{4}^{2}}{C_{52}^{8}}$

d). $P(D) = \dfrac{C_{13}^{3}C_{39}^{5}}{C_{52}^{8}}$

29. Một tàu điện gồm 3 toa tiến vào một sân ga, ở đó đang có 12 hành khách chờ lên tàu. giả sử hành khách lên tàu một cách ngẫu nhiên và độc lập với nhau, mỗi toa còn ít nhất 12 chổ trống. Tìm xác suất xảy ra các tình huống sau :

a). Tất cả cùng lên toa thứ II.

b). Tất cả cùng lên một toa.

c). Toa I có 4 người, toa II có 5 người, còn lại toa III.

d). Toa I có 4 người.

e). Hai hành khách A và B cùng lên một toa.

f). Một toa 4 người, một toa 5 người, một toa 3 người.

LỜI GIẢI

Ở đây bài toán không quan tâm đến chỗ ngồi mà chỉ quan tâm đến toa. Phép thử ở đây là: Mỗi người chọn cho mình một toa, mỗi người có quyền chọn 1 trong 3 toa để lên nên có 3 cách chọn. Theo quy tắc nhân, Suy ra không gian mẫu $n(\Omega) = 3^{12}$.

a). Mỗi người chỉ có một cách chọn là lên toa thứ II. Số trường hợp thuận lợi cho A là $\underbrace{1.1.1...1}_{n=12}=1\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{3^{12}}$.

b). Người đầu tiên lên tàu có 3 cách chọn, vì không có ràng buộc gì, còn tất cả những người lên sau chỉ có 1 cách chọn là phải lên toa mà người đầu tiên đã chọn. Số trường hợp thuận lợi cho B là $C_3^1.\underbrace{1.1.1...1}_{n=11}=3$.

Vậy $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{3}{3^{12}}=\dfrac{1}{3^{11}}$.

c). Gọi C là biến cố "Toa I có 4 người, toa II có 5 người, còn lại toa III". Để thực hiện số trường hợp thuận lợi cho C ta thực hiện 3 bước. Đầu tiên chọn 4 người trong 12 người lên toa I có C_{12}^4 cách, sau đó chọn 5 người trong 8 người còn lại lên toa thứ II có C_8^5, 3 người còn lại bắt buộc vào toa thứ III có 1 cách. Theo quy tắc nhân có $n(C)=C_{12}^4.C_8^5.1=27720$.

Vậy $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{27720}{3^{12}}=\dfrac{3080}{59049}=0,05216$.

d). Gọi D là biến cố "Toa I có 4 người". Đầu tiên chọn 4 người trong 12 người lên toa I có C_{12}^4 cách chọn, 8 người còn lại thích lên 2 toa còn lại toa nào cũng được có 2^8 cách chọn.

Theo quy tắc nhân tổng số kết quả thuận lợi cho D là $n(D)=C_{12}^4.2^8$.

Vậy $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{12}^4.2^8}{3^{12}}=0,238446$.

e). Gọi E là biến cố "Hai hành khách A và B cùng lên một toa". Hành khách A lên toa nào thì hành khách B phải lên toa đó có C_3^1 cách chọn. 10 hành khách còn lại không có điều kiện gì nên mỗi hành khách có 3 lựa chọn. Vậy tổng số kết quả thuận lợi cho biến cố E là : $n(E)=C_3^1.\underbrace{3.3...3}_{n=10}=3^{11}$. Suy ra $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{3^{11}}{3^{12}}=\dfrac{1}{3}$.

f). Gọi F là biến cố "Một toa 4 người, một toa 5 người, một toa 3 người", tương tự câu c) nhưng biến cố F không theo một thứ tự là 4-5-3, mà theo một thứ tự bất kỳ cũng được, tức là ta có 3! Cách đổi chỗ 3 vị trí cho nhau. Suy ra tổng số kết quả thuận lợi của F là $n(F)=C_{12}^4.C_8^5.1.3!$

Vậy $P(F)=\dfrac{n(F)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{12}^4.C_8^5.1.3!}{3^{12}}=\dfrac{6160}{19638}=0,31296$.

Một ngân hàng đề thi gồm 20 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 4 câu được lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc.

LỜI GIẢI

Lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi 4 câu hỏi để lập một đề thi có $C_{20}^4=4845$ đề thi.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 2 câu đã thuộc, có $C_{10}^2.C_{10}^2=2025$ cách.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 3 câu đã thuộc, có $C_{10}^3.C_{10}^1=1200$ cách.

Thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có 4 câu đã thuộc, có $C_{10}^4=210$ cách.

Do đó, thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc, có $2025+1200+210=3435$ cách.

Vậy xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được 1 đề thi có ít nhất 2 câu đã thuộc là $\frac{3435}{4845}=\frac{229}{323}$

Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9 . Rút ngẫu nhiên 5 thẻ . Tính xác suất để: a). Các thẻ ghi số 1 , 2 , 3 được rút . b). Có đúng 1 trong 3 thẻ ghi số 1 , 2 , 3 được rút . c). Không thẻ nào trong 3 thẻ ghi 1 , 2 , 3 được rút . d). Có ít nhất một trong 3 thẻ ghi 1, 2 , 3 được rút .

LỜI GIẢI

Không gian mẫu tổng số cách rút 5 thẻ từ 9 thẻ $C_9^5=126$

a). Các thẻ 1 , 2 , 3 được rút ta phải rút thêm hai thẻ khác nữa : $\Rightarrow n(A)=C_6^2=15$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{15}{126}=\frac{5}{42}$$

b). Biến cố B " rút đúng một thẻ ghi số 1 hoặc 2 hoặc 3 và bốn thẻ còn lại ghi số từ 4 đến 9" thì

$$n(B)=C_3^1C_6^4=45 \quad \Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{45}{126}=\frac{5}{14}.$$

c). Tổng số cách rút ra cả ba thẻ không ghi 1 , 2 , 3 là $C_6^5=6$

$$\Rightarrow P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{6}{126}=\frac{1}{21}$$

d). Cách 1 : Biến cố D " Có ít nhất một trong ba thẻ ghi số 1 , 2 , 3 ". Biến cố đối của biến cố này " Không có thẻ nào ghi số 1,2,3" cũng chính là biến cố đối của biến cố trong câu c) . Suy ra xác suất của biến cố D là : $1-\frac{1}{21}=\frac{20}{21}$.

Cách 2 : Tính xác suất để lần lượt rút được 1 thẻ hoặc 2 thẻ hoặc 3 thẻ ghi số 1 ,2,3

Số kết quả thuận lợi cho biến cố D là : $C_3^1C_6^4+C_3^2C_6^3+C_3^3C_6^2=120$

$$\Rightarrow P(D)=\frac{n(D)}{n(\Omega)}=\frac{120}{126}=\frac{20}{21}$$

2) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh có tên trong danh sách được đánh số thứ tự từ 001 đến 199. Tính xác suất để 5 học sinh này có số thứ tự: a) Từ 001 đến 099 (tính chính xác đến hàng phần nghìn). b) Từ 150 đến 199 (tính chính xác đến hàng phần vạn).

LỜI GIẢI

1). Chọn ngẫu nhiên 5 người trong 20 người, số cách chọn C_{10}^5 . Vậy $n(\Omega)=C_{20}^5$

Gọi biến cố A:“ 5 người được chọn, có số thứ tự không lớn hơn 10”. Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A)=C_{10}^5$.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{10}^5}{C_{20}^5}=\dfrac{21}{1292}$.

2) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong 199 học sinh, số cách chọn C_{199}^5 .

Vậy $n(\Omega)=C_{199}^5$.

Biến cố A: " số học sinh được chọn có số thứ tự từ 001 đến 099". Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A)=C_{99}^5$. Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{99}^5}{C_{199}^5}\approx 0,02893$.

Biến cố B: " 5 học sinh được chọn có số thứ tự từ 150 đến 199". Số trường hợp thuận lợi cho B là $n(B)=C_{50}^5$. Vậy $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{50}^5}{C_{199}^5}$.

39. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp có 15 nam và 10 nữ để tham gia đồng diễn. Tính xác suất sao cho 5 học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong 25 học sinh, số cách chọn $n(\Omega)=C_{25}^5$

Gọi biến cố A "5 học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ và số học sinh nữ ít hơn số học sinh nam". Các trường hợp xảy ra thuận lợi cho A:

Trường hợp 1: Chọn 1 nữ và 4 nam, số cách chọn $C_{10}^1.C_{15}^4$.

Trường hợp 2: Chọn 2 nữ và 3 nam, số cách chọn $C_{10}^2.C_{15}^3$.

Từ đó suy ra $n(A)=C_{10}^1.C_{15}^4+C_{10}^2.C_{15}^3=34125$

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{34125}{C_{25}^5}=\dfrac{325}{506}$

41. Bốn bạn nam và bốn bạn nữ, được xếp ngồi ngẫu nhiên vào 8 ghế xếp thành hai dãy đối diện nhau. Tính xác suất sao cho:

a). Nam nữ ngồi đối diện nhau.

b).Nữ ngồi đối diện nhau.

LỜI GIẢI

Xếp 8 bạn ngồi vào 8 ghế bất kì, có 8! cách xếp. Vậy $n(\Omega)=8!$

a). Xếp một bạn nam vào 1 trong 8 ghế có 8 cách, sau đó chọn 1 bạn nữ trong 4 bạn nữ xếp vào ghế đối diện có 4 cách chọn. Tương tự xếp 1 bạn nam vào 6 ghế còn lại có 6 cách, chọn 1 bạn nữ trong 3 bạn nữ xếp vào ghế đối diện, có 3 cách chọn....

Gọi A là biến cố " Nam nữ ngồi đối diện nhau". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A)=8.4.6.3.4.2.2.1=9216$ cách.

Xác suất cần tìm: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{9216}{8!}=\dfrac{8}{35}$.

b). Xếp một bạn nữ vào 1 trong 8 ghế có 8 cách xếp, sau đó chọn 1 trong 3 bạn nữ còn lại xếp vào ghế đối diện có 3 cách chọn. Tiếp đến xếp một bạn nữ vào 1 trong 6 ghế còn lại có 6 cách chọn ghế, bạn nữ còn lại bắt buộc phải ngồi ghế đối diện có 1 cách. 4 ghế trống còn lại xếp 4 bạn nam vào, có 4! cách.

Gọi B là biến cố: "Nữ ngồi đối diện nhau". Số trường hợp thuận lợi cho B là:

$n(B) = 8.3.6.1.4! = 3456$ cách. Xác suất cần tìm: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3456}{8!} = \frac{3}{35}$.

42. Bốn bạn nam và bốn bạn nữ, được xếp ngồi ngẫu nhiên vào 8 ghế xếp thành hàng ngang, trong 8 bạn có hai bạn tên An và Bình. Tìm xác suất sao cho:

a). Nam nữ ngồi xen kẻ nhau.

b). Bốn bạn nam luôn ngồi cạnh nhau.

c). Đầu ghế và cuối ghế bắt buộc phải là nam.

d). Các bạn nữ không ngồi cạnh nhau.

e). Hai đầu ghế phải khác giới.

f). Các bạn nam luôn ngồi cạnh nhau và các bạn nữ luôn ngồi cạnh nhau.

g). An và Bình luôn ngồi gần nhau.

h). An và bình không ngồi cạnh nhau.

LỜI GIẢI

Xếp 8 bạn vào 8 ghế có 8! cách xếp. Vậy $n(\Omega) = 8!$

a). Để xác định, các ghế được đánh số thứ tự từ 1 đến 8 tính từ trái sang phải.

Nếu các bạn nam ngồi các ghế ghi số lẻ, thì các bạn nữ phải ngồi vào các ghế ghi số chẵn. Có 4! Cách xếp bạn nam, 4! Cách xếp bạn nữ. Tất cả có 4!.4! cách xếp.

Ngược lại các bạn nam ngồi các ghế ghi số chẵn, thì các bạn nữ phải ngồi vào các ghế ghi số lẻ. Vậy cũng có 4!.4! cách xếp.

Gọi A là biến cố " Nam nữ ngồi xen kẻ nhau". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A) = 2.4!.4! = 1152$ cách.

Xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1152}{8!} = \frac{1}{35}$

b). Gọi bốn bạn nam thành nhóm X.

Xếp X và 4 bạn nữ có 5! cách. Ứng với mỗi cách xếp trên có 4! cách xếp các bạn nam trong X. Vậy có 5!.4! cách xếp các bạn nam ngồi gần nhau.

Gọi B là biến cố "Bốn bạn nam luôn ngồi cạnh nhau". Số trường hợp thuận lợi cho B là: $n(B) = 5!.4! = 2880$. Xác suất cần tìm: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2880}{8!} = \frac{1}{14}$.

c). Chọn 2 bạn nam trong 4 bạn nam để xếp vào 2 ghế hai đầu, có A_4^2 cách.

Sau đó xếp 6 bạn còn lại vào 6 ghế còn lại có 6! cách. Vậy có $A_4^2.6!$ cách xếp mà hai bạn nam ngồi ở hai đầu ghế.

Gọi C là biến cố " Hai đầu ghế là nam ngồi". Số trường hợp thuận lợi cho C là:

$n(C) = A_4^2.6! = 8640$. Xác suất cần tìm: $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{8640}{8!} = \frac{3}{14}$.

d). Bước 1: Xếp 4 bạn nam, có 4! cách. Bước 2: Xem các bạn nam là những vách ngăn, giữa 4 bạn nam có 3 vị trí và thêm 2 vị trí ở hai đầu, tổng cộng có 5 vị trí để xếp 4 bạn nữ. Chọn 4 vị trí trong 5 vị trí để xếp nữ có A_5^4 cách. Vậy có $5!.A_5^4$ cach1 xếp mà nữ không ngồi cạnh nhau.

Gọi D là biến cố " Các bạn nữ không ngồi cạnh nhau". Số trường hợp thuận lợi cho D là: $n(D)=5!.A_5^4=14400$. Xác suất cần tìm: $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{14400}{8!}=\dfrac{5}{14}$.

e). Hai đầu ghế phải khác giới.

Chọn 1 bạn nam trong 4 bạn nam, có C_4^1 cách. Chọn 1 bạn nữ trong 4 bạn nữ, có C_4^1 cách.Xếp hai bạn vừa chọn vào hai ghế hai đầu, có 2! cách.

Sau đó 6 bạn còn lại xếp vào 6 ghế còn lại, có 6! cách. Vậy có $C_4^1.C_4^1.2!.6!$ cách xếp hai đầu ghế khác giới.

Gọi E là biến cố " Hai đầu ghế phải khác giới". Số trường hợp thuận lợi cho E là: $n(E)=C_4^1.C_4^1.2!.6!=23040$. Xác suất cần tìm: $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{23040}{8!}=\dfrac{4}{7}$.

f). Gọi nhóm bạn nam là X, nhóm bạn nữ là Y.

Bước 1: Có 2! Cách xếp X và Y. Bước 2: Ứng với mỗi cách xếp ở bước 1, có 4! Cách xếp các bạn nam trong X và có 4! cách xếp các bạn nữ trong Y.

Vậy có $2!.4!.4!$ cách xếp các bạn nữ ngồi gần nhau và các bạn nam ngồi gần nhau.

Gọi F là biến cố " Các bạn nam luôn ngồi cạnh nhau và các bạn nữ luôn ngồi cạnh nhau". Số trường hợp thuận lợi cho F là $n(F)=2!.4!.4!=1152$

Xác suất cần tìm: $P(F)=\dfrac{n(F)}{n(\Omega)}=\dfrac{1152}{8!}=\dfrac{1}{35}$.

g).Vì An và Bình luôn ngồi gần nhau, gom hai bạn này thành nhóm X.

Bước 1: Xếp X và 6 bạn còn lại có 7! Cách.

Bước 2: Ứng với mỗi cách xếp ở bước 1 có 2! Cách xếp hai bạn trong X.

Vậy có 7!.2! cách xếp mà An và Bình luôn ngồi gần nhau.

Gọi G là biến cố " An và Bình luôn ngồi gần nhau". ". Số trường hợp thuận lợi cho C là: $n(G)=7!.2!=10080$. Xác suất cần tìm: $P(G)=\dfrac{n(G)}{n(\Omega)}=\dfrac{10080}{8!}=\dfrac{1}{4}$.

h). Gọi H là biến cố "An và bình không ngồi cạnh nhau". Ta có H là biến cố đối của G nên có $P(H)=1-P(G)=1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$.

44. Xếp ngẫu nhiên 3 người đàn ông, 2 người đàn bà và một đứa bé vào ngồi trên 6 cái ghế xếp thành hàng ngang. Tính xác suất sao cho:

a). Đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà.

b). Đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông.

LỜI GIẢI

Xếp 6 người ngồi vào 6 ghế, số cách xếp 6!. Vậy $n(\Omega)=6!$

a). Gọi A là biến cố " Đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà". Để có số trường hợp thuận lợi cho A ta làm như sau:

bước 1: Gom 2 người đàn bà và em bé thành nhóm X.

Bước 2: Xếp X và 3 người đàn ông, có 4! cách.

Bước 3: Ứng với mỗi cách xếp ở bước 2, có 2! cách xếp hai người đàn bà.

Theo quy tắc nhân có $4!.2! = 48$ cách. Suy ra $n(A) = 48$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{6!} = \frac{1}{15}$.

b). Gọi B là biến cố " Đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông". Để có số trường hợp thuận lợi cho B ta làm như sau:

Bước 1: Chọn 2 người đàn ông trong 3 người, có C_3^2 cách

Bước 2: Gom 2 người đàn ông vừa chọn và em bé thành nhóm X.

Bước 3: Xếp X và 3 người (gồm 2 đàn bà và 1 đàn ông), có 4! cách.

Bước 4: Ứng với mỗi cách xếp ở bước 3, có 2! cách xếp hai người đàn ông.

Theo quy tắc nhân có $C_3^2 4!.2! = 144$ cách. Suy ra $n(B) = 144$

Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{144}{6!} = \frac{1}{5}$.

45. Xếp ngẫu nhiên 3 người đàn ông, 2 người đàn bà và một đứa bé vào ngồi trên 6 cái ghế xếp quanh bàn tròn. Tính xác suất sao cho:
a). Đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà.
b). Đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông.

LỜI GIẢI

Số cách xếp 6 người quanh bàn tròn 5! cách (vì lấy 1 người làm chuẩn). Vậy $n(\Omega) = 5!$

a). Gọi A là biến cố " Đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà".

Bước 1: Lấy em bé làm chuẩn. Xếp 2 người phụ nữ ngồi hai bên em bé, có 2! cách.

Bước 2: Xếp 3 người đàn ông vào 3 vị trí còn lại có 3! cách.

Theo quy tắc nhân có 2!.3! = 12 cách xếp. Vậy $n(A) = 12$

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{5!} = \frac{1}{10}$

b). Gọi B là biến cố " Đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông".

Bước 1: Chọn 2 người đàn ông trong 3 người, có C_3^2 cách.

Bước 2: Lấy em bé làm chuẩn. Xếp 2 người đàn ông vừa chọn ngồi hai bên em bé, có 2! cách.

Bước 3: Xếp 3 người còn lại vào 3 vị trí còn lại có 3! cách.

Theo quy tắc nhân có $C_3^2.2!.3! = 36$ cách xếp. Vậy $n(B) = 36$

Xác suất cần tìm là: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{36}{5!} = \frac{3}{10}$.

46. Có 5 bạn nam và 5 bạn nữ xếp ngồi ngẫu nhiên quanh một bàn tròn. Tính xác suất sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

LỜI GIẢI

Xếp 10 bạn quanh một bàn tròn có 9! cách xếp (lấy 1 bạn làm chuẩn).

Biến cố A "5 bạn nam và 5 bạn nữ xếp ngồi quanh một bàn tròn sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau".

Bước 1: Xếp 5 bạn nam quanh bàn tròn có 4! cách xếp.

Bước 2: giữa 5 bạn nam có 5 khoảng trống để xếp 5 bạn nữ có, 5! cách.

Vậy $n(A) = 4!.5!$ cách. Từ đó suy ra $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4!.5!}{9!} = \dfrac{1}{126}$.

Ba xạ thủ độc lập cùng bắn vào bia. Xác suất bắn trúng mục tiêu của mỗi xạ thủ là 0,6.
a). Tính xác suất để trong 3 xạ thủ bắn có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu.
b). Muốn mục tiêu bị phá hủy hoàn toàn phải có ít nhất hai xạ thủ bắn trúng mục tiêu. Tính xác suất để mục tiêu bị phá hủy hoàn toàn.

LỜI GIẢI

Gọi A_i là biến cố "xạ thủ thứ i bắn trúng mục tiêu"

Theo đề bài có $P(A_i) = 0,6$, A_i độc lập với $i = \overline{1,3}$

a). Gọi A là biến cố "Trong ba xạ thủ bắn có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu" thì

$A = A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3} \cup A_2\overline{A_1}\,\overline{A_3} \cup A_3\overline{A_1}\,\overline{A_2}$ và $A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}; A_2\overline{A_1}\,\overline{A_3}; A_3\overline{A_1}\,\overline{A_2}$ đôi một xung khắc. Do đó

$P(A) = P(A_1\overline{A_2}\,\overline{A_3}) + P(A_2\overline{A_1}\,\overline{A_3}) + P(A_3\overline{A_1}\,\overline{A_2})$

$P(A) = 3.0,6.0,4.0,4 = 0,288$

b).Gọi B là biến cố "Mục tiêu bị phá hủy hoàn toàn" và C là biến cố " Không xạ thủ nào bắn trúng mục tiêu" thì $C = \overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}$ và P(C) = 0.4 x 0.4 x 0.4 = 0.064

Ta có: $\overline{B} = A \cup C$ và A, C là hai biến cố xung khắc nên : $P(\overline{B}) = P(A) + P(C) = 0.288 + 0.064 = 0.352$. Vậy $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 0.648$.

Hai xạ thủ A và B cùng bắn vào tấm bia mỗi người mỗi phát. Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ A là 0.7. Tìm xác suất bắn trúng bia của xạ thủ B. Biết xác suất có ít nhất một người bắn trúng bia là 0,94.

LỜI GIẢI.

Gọi xác suất bắn trúng bia của xạ thủ B là $P(B) = b$ với $0 < b < 1$.

Gọi X là xác suất cả hai xạ thủ bắn trật. Có $X = \overline{A} \cap \overline{B}$ và $\overline{A}$, $\overline{B}$ là hai biến cố độc lập nên

$P(X) = P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A}).P(\overline{B}) = (1-0,7)(1-b)$ (1).

Gọi $\overline{X}$ là biến cố có ít nhất một xạ thủ bắn trúng bia, dễ dàng thấy X và $\overline{X}$ là hai biến cố đối nên

$P(X) = 1 - P(\overline{X}) = 1 - 0,94 = 0,06$ (2).

Từ (1) và (2) được $(1-0,7)(1-b) = 0,06 \Rightarrow b = 0,8$.

Hai người độc lập nhau cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng bia của họ lần lượt là $\dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{1}{5}$. Tính xác suất của các biến cố sau:

a). A: " cả hai đều bắn trúng" b). B: " cả hai đều bắn trượt"
c). C: " ít nhất một người bắn trúng" d). D: " có đúng một người bắn trúng"

LỜI GIẢI

Gọi X là biến cố người thứ nhất bắn trúng bia, theo đề bài ta có:

$P(X)=\frac{1}{3}\Rightarrow$ xác suất người thứ nhất bắn trượt là: $P(\overline{X})=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

Gọi Y là biến cố người thứ hai bắn trúng bia, theo đề bài ta có:

$P(Y)=\frac{1}{5}\Rightarrow$ xác suất người thứ hai bắn trượt là: $P(\overline{Y})=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.

a). A là biến cố " Cả hai người đều bắn trúng"

Ta có: $A=X\cap Y$, vì X và Y là hai biến cố độc lập nên:

$P(A)=P(X\cap Y)=P(X)P(Y)=\frac{1}{3}.\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$.

b) B là biến cố " Cả hai người đều bắn trượt"

Ta có: $B=\overline{X}\cap\overline{Y}\Rightarrow P(B)=P(\overline{X}).P(\overline{Y})=\frac{2}{3}.\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$.

c) C là biến cố " Có ít nhất 1 người bắn trúng"

Dễ dàng thấy B là biến cố đối của C nên:

$P(C)=1-P(B)=1-\frac{8}{15}=\frac{7}{15}$.

d)Gọi D là biến cố " Có đúng một người bắn trúng"

Gọi D_1 là biến cố " Người thứ nhất bắn trúng người thứ hai bắn trượt"

Ta có: $D_1=X\cap\overline{Y}$, vì X và $\overline{Y}$ là hai biến cố độc lập nên:

$P(D_1)=P(X\cap\overline{Y})=P(X).P(\overline{Y})=\frac{1}{3}.\frac{4}{5}=\frac{4}{15}$.

Gọi D_2 là biến cố : " Người thứ nhất bắn trượt, người thứ hai bắn trúng"

Ta có : $D_2=\overline{X}\cap Y$, vì $\overline{X}$ và Y là hai biến cố độc lập nên:

$P(D_2)=P(\overline{X}\cap Y)=P(\overline{X})P(Y)=\frac{2}{3}.\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$.

Ta có: $D=D_1\cup D_2$, vì D_1 và D_2 là hai biến cố xung khắc nên:

$P(D)=P(D_1\cup D_2)=P(D_1)+P(D_2)=\frac{4}{15}+\frac{2}{15}=\frac{2}{5}$.

Có 3 người cùng đi câu cá; xác suất câu được cá của người thứ nhất là 0,5; xác suất câu được cá của người thứ hai là 0,4; xác suất câu được cá của người thứ ba là 0,2. Tính xác suất biến cố:

a). Có đúng 1 người câu được cá.

b). Có đúng 2 người câu được cá.

c). Người thứ 3 luôn luôn câu được cá.

d). Có ít nhất 1 người câu được cá.

LỜI GIẢI

Gọi A, B, C lần lượt là xác suất đi câu cá của người thứ I, người thứ II và người thứ III.

Theo đề bài ta có $P(A)=0,5$, $P(B)=0,4$, $P(C)=0,2$. Từ đó suy ra $P(\overline{A})=1-0,5=0,5$,

$P(\overline{B})=1-0,4=0.6$, $P(\overline{C})=1-0.2=0,8$.

a). Gọi X là biến cố "Có đúng một người câu được cá", sẽ xảy ra những trường hợp:

Biến cố 1: Người I câu được cá, người II và người III không câu được.

Biến cố 2: Người II câu được cá, người I và người III không câu được.

Biến cố 3: Người III câu được cá, người I và người II không câu được.

Ta có 3 biến cố này xung khắc nhau nên có:

$P(X)=P(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)$

$=P(A).P(\overline{B}).P(\overline{C})+P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(C)+P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(C)$

$0,5.0,6.0,8+0,5.0,4.0,8+0,5.0,6.0,2=0,42$.

b). Gọi Y là biến cố "Có đúng 2 người câu được cá ". sẽ xảy ra những trường hợp:
Biến cố 1: Người I và người II câu được cá, người III không câu được.
Biến cố 2: Người II và người III câu được cá, người I không câu được.
Biến cố 3: Người I và người III câu được cá, người II không câu được.
Ta có 3 biến cố này xung khắc nhau nên có:

$P(X)=P(A\cap B\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap B\cap C)+P(A\cap\overline{B}\cap C)$

$=P(A).P(B).P(\overline{C})+P(\overline{A}).P(B).P(C)+P(A).P(\overline{B}).P(C)$

$=0,5.0,4.0,8+0,5.0,4.0,2+0,5.0,6.0,2=0,26$.

c). Gọi Z là biến cố "Người thứ 3 luôn câu được cá" .
Biến cố 1: Cả 3 người câu được cá.
Biến cố 2: Người I câu được cá, người II không câu được cá, người III câu được cá.
Biến cố 3: Người I không câu được cá, người II câu được cá, người III câu được cá.
Biến cố 4: Người I không câu được cá, người II không câu được cá, người III câu được cá.

$P(Z)=P(A\cap B\cap C)+P(A\cap\overline{B}\cap C)+P(\overline{A}\cap B\cap C)+P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)$

$P(Z)=P(A).P(B).P(C)+P(A).P(\overline{B}).P(C)+P(\overline{A}).P(B).P(C)+P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(C)$

$P(Z)=0,5.0,4.0,2+0,5.0,6.0,2+0,5.0,4.0,2+0,5.0,6.0,2=0,2$

d). Gọi E là biến cố "Có ít nhất một người câu được cá" . Suy ra biến cố $\overline{E}$ "Cả bốn người không câu được cá".

Ta có $P(E)=1-P(\overline{E})=1-0,5.0,6.0,8=0,76$.

Một xạ thủ bắn vào bia 4 lần độc lập; xác suất bắn trúng một lần là 0,3. Tính xác suất biến cố: a) Cả 4 lần đều bắn trượt. b) Có đúng 3 lần bắn trúng. c) Lần thứ 1 bắn trúng, lần thứ 2 bắn trượt. d) ít nhất 2 lần bắn trúng.

LỜI GIẢI

Gọi A_i là biến cố " Xạ thủ bắn trúng lần thứ i " với $(i=1,2,3,4)$.

Theo đề bài ta có: $P(A_i)=0,3\Rightarrow P(\overline{A_i})=0,7.$

a)Gọi X là biến cố " Cả 4 lần bắn trượt".
Ta có: $X=\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}$

$\Rightarrow P(X)=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})P(\overline{A_4})=(0,7)^4=0,24101.$

b) Gọi Y là biến cố: " Trong 4 lần bắn, lần thứ nhất bắn trúng, lần thứ 2 bắn trượt"
Ta có: $Y=A_1\cap\overline{A_2}\cap A_3\cap A_4\cup A_1\overline{A_2}\cap A_3\cap\overline{A_4}\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap A_4\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}.$
Áp dụng công thức cộng và công thức nhân xác suất ta có:

$P(Y)=P(A_1).P(\overline{A_2}).P(A_3).P(A_4)+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(A_3).P(\overline{A_4})$

$+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}).P(A_4)+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}).P(\overline{A_4})$

$=0,3^2.0,7+0,3^2.0,7^2+0,3^2.0,7^2+0,3.0,7^3=0,21.$

c) Gọi Z là biến cố : " Trong 4 lần bắn, có đúng 3 lần bắn trúng".

Ta có: $Z = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \overline{A_4} \cup A_1 \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap A_4 \cup A_1 \cap \overline{A_2} \cap A_3 \cap A_4 \cup \overline{A_1} \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$.

Áp dụng công thức cộng và nhân xác suất ta có:

$$P(Z) = P(A_1).P(A_2).P(A_3).P(\overline{A_4}) + P(A_1).P(A_2).P(\overline{A_3}).P(A_4)$$

$$+P(A_1).P(\overline{A_2}).P(A_3).P(A_4) + P(\overline{A_1}).P(A_2).P(A_3).P(A_4) = 4.0,3^3.0,7 = 0,0756.$$

d). Gọi T là biến cố : " Trong 4 lần bắn, có ít nhất 2 lần bắn trúng".

Gọi T_1 là biến cố " Trong 4 lần bắn, có đúng 2 lần bắn trúng".

Tính tương tự câu c) ta được:

$P(T_1) = 4.0,3^2.0,7^2 = 0,1764.$

Gọi T_2 là biến cố " Cả 4 lần đều bắn trúng".

Ta có: $P(T_2) = 0,3^4 = 0,0081.$

Vậy $P(T) = P(T_1) + P(Z) + P(T_2) = 0,1764 + 0,0756 + 0,0081 = 0,2601.$

Có 2 hộp đựng thẻ, mỗi hộp đựng 12 thẻ được đánh số từ 1 đến 12. Từ hộp rút ngẫu nhiên một thẻ. Tính xác suất để trong 2 thẻ rút ra có ít nhất 1 thẻ đánh số 12.

LỜI GIẢI

Xác suất để rút thẻ số 12 ở hộp thứ nhất: $P(X) = \frac{1}{12}$.

$\Rightarrow$ xác suất để rút được không phải thẻ 12 ở hộp thứ nhất là $P(\overline{X}) = \frac{11}{12}$.

Xác suất rút được thẻ số 12 ở hộp thứ 2 là: $P(Y) = \frac{1}{12}$.

$\Rightarrow$ xác suất không rút được thẻ mang số 12 ở hộp thứ 2 là: $P(\overline{Y}) = \frac{1}{12}$.

Gọi biến cố A là " Trong hai thẻ rút ra có ít nhất một thẻ mang số 12".

Ta có: $A = X \cap \overline{Y} \cup \overline{X} \cap Y \cup X \cap Y.$

Áp dụng công thức cộng và nhân xác suất được:

$$P(A) = P(X).P(\overline{Y}) + P(\overline{X}).P(Y) + P(X).P(Y)$$

$$= \frac{1}{12}.\frac{11}{12} + \frac{11}{12}.\frac{1}{12} + \frac{1}{12}.\frac{1}{12} = \frac{23}{144}.$$