BÀI 4 : BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

1. Biến cố

Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà :

– Kết quả của nó không đoán trước được ;

– Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Phép thử thường được kí hiệu bởi chữ T.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử và được kí hiệu bởi chữ Ω (đọc là ô-mê-ga)

Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T.

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A. Khi đó người ta nói biến cố A được mô tả bởi tập $\Omega_{A.}$.

2. Xác suất của biến cố

Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là một tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số, kí hiệu là P(A), được xác định bởi công thức :

$$P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Từ định nghĩa trên ta suy ra

– $0\le P(A)\le 1$;

– $P(\Omega)=1, P(\varnothing)=0$.

BÀI 5 : CÁC QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT

1. Quy tắc công xác suất

a. Biến cố hợp

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A\cup B$, được gọi là hợp của hai biến cố A và B.

Tổng quát :

Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$. Biến cố "Có ít nhất một trong các biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ xảy ra", kí hiệu là $A_1\cup A_2\cup ...\cup A_k$, được gọi là hợp của k biến cố đó.

b. Biến cố xung khắc

Cho hai biến cố A và B. Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

Hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc nếu và chỉ nếu $\Omega_A\cap\Omega_B=\varnothing$.

c. Quy tắc cộng xác suất

Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đôi một xung khắc. Khi đó

$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k)$

d. Biến cố đối

Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố "Không xảy ra A", kí hiệu là $\overline{A}$, được gọi là biến cố đối của A.

Cho biến cố A. Xác suất của biến cố đối $\overline{A}$ là $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

2. Quy tắc nhân xác suất

a. Biến cố giao

Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu là AB, được gọi là giao của hai biến cố A và B.

Tổng quát :

Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$. Biến cố "Tất cả k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đều xảy ra", kí hiệu là $A_1A_2...A_k$, được gọi là giao của k biến cố đó.

b. Biến cố độc lập

Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Tổng quát :

Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$; k biến cố này được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của mỗi biến cố không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.

c. Quy tắc nhân xác suất

Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì

$P(AB) = P(A).P(B)$

Quy tắc nhân xác suất cho nhiều biến cố được phát biểu như sau:

$P(A_1A_2...A_k) = P(A_1)P(A_2)...P(A_k)$

BÀI TẬP

1. Gieo một đồng tiền cân đối ba lần và quan sát sự xuất hiện mặt sấp (S), mặt ngửa (N).

a). Xây dựng không gian mẫu.

b). Xác định các biến cố:

A: "Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt sấp".

B: "Ba lần xuất hiện các mặt như nhau".

C: "Đúng hai lần xuất hiện mặt sấp".

D: "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp".

LỜI GIẢI

a). Không gian mẫu : $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$.

b). Biến cố A: "Lần gieo đầu tiên xuất hiện mặt sấp".

$A = \{SSS,\ SSN,\ SNS,\ SNN\}$

Biến cố B: "Ba lần xuất hiện các mặt như nhau". $B = \{SSS,\ NNN\}$

Biến cố C: "Đúng hai lần xuất hiện mặt sấp". $B = \{SSN,\ SNS,\ NSS\}$

Biến cố D: "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp".

$D = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS\} = \Omega \setminus \{NNN\}$

2. Gieo một đồng tiền liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp (S), hoặc cả bốn lần ngửa (N) thì dừng lại.
a). Mô tả không gian mẫu.
b). Xác định các biến cố:
A: "Số lần gieo không vượt quá ba". B: "Số lần gieo là bốn".

LỜI GIẢI

a). Mô tả không gian mẫu. $\Omega = \{S,\ NS,\ NNS,\ NNNS,\ NNNN\}$

b). Biến cố A: "Số lần gieo không vượt quá ba". $A = \{S,\ NS,\ NNS\}$

Biến cố B: "Số lần gieo là bốn". $B = \{NNNS,\ NNNN\}$

5. Gieo hai đồng xu cân đối một cách độc lập. Tính xác suất để :
a. Cả hai đồng xu đều sấp. b. Có ít nhất một đồng xu sấp.
c. Có đúng một đồng xu ngửa.

LỜI GIẢI

Ta có không gian mẫu là : $\Omega = \{(S;S);(S;N);(N;S);(N;N)\}$.

Đặt A, B, C là các biến cố được mô tả theo thứ tự ở các câu a, b, c. Ta có :

$A = \{(S;S)\}$

$B = \{(S;S);(S;N);N;S)\}$

$C = \{(N;S);(S;N)\}$

Vậy ta tính được các xác suất sau :

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{4}$; $P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{3}{4}$; $P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

6. Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để :
a). Khi gieo 2 đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.
b). Khi gieo 2 lần thì 2 lần cả hai đồng xu đều lật ngửa.

LỜI GIẢI

a). Gọi X là biến cố " Đồng xu A xuất hiện mặt ngửa ".

Gọi Y là biến cố " Đồng xu B xuất hiện mặt ngửa ".

Vì đồng xu A chế tạo cân đối nên $P(X) = \frac{1}{2}$.

Theo giả thuyết thì xác suất xuất hiện mặt sấp của đồng xu B gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa do đó $P(Y) = \frac{1}{4}$.

Biến cố cần tính cả hai đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là XY. Vì X, Y là hai biến cố độc lập nên $P(XY) = P(X).P(Y) = \frac{1}{2}.\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

b). Xác suất để trong một lần gieo cả hai đồng xu đều ngửa là $\frac{1}{8}$. Suy ra xác suất khi gieo hai lần thì cả hai lần hai đồng xu đều ngửa là $\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$.

10. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất sao cho:
a). Tổng số chấm trong 2 lần gieo là số chẵn.
b). Tổng số chấm trong 2 lần gieo bằng 6.
c). Ít nhất một lần gieo xuất hiện mặt 1 chấm.

LỜI GIẢI

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần
1)Mô tả không gian mẫu
2) Tính xác suất các biến cố:
A: " tổng số chầm bằng 7" B: " tổng số chấm nhỏ hơn 6"
C: " tổng số chấm chia hết cho 5" D: " lần đầu là số nguyên tố, lần sau là số chẵn"
E: " có đúng 1 mặt 6 chấm xuất hiện" F: " có ít nhất mặt 6 chấm xuất hiện"

LỜI GIẢI

1) Không gian mẫu $\Omega = \{(a;b): 1 \le a, b \le 6\}$. Trong đó a là số chấm trong lần gieo đầu, b là số chấm trong lần gieo thứ hai. Như vậy không gian mẫu Ω có 36 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 36$.

2) Biến cố A: " Tổng số chấm bằng 7". Số trường hợp thuận lợi cho A:
$\{1,6\},\{2,5\},\{3,4\},\{4,3\},\{5,2\},\{6,1\} \Rightarrow n(A) = 6$.

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Biến cố B: " Tổng số chấm trong 2 lần gieo nhỏ hơn 6"
Số trường hợp thuận lợi cho B:
$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(4,1),(3,1),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2)$.

$\Rightarrow n(B) = 10$. Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Biến cố C: " Tổng số chấm trong hai lần gieo không vượt quá 6". Số trường hợp thuận lợi cho C:
$(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(5,1),(4,1),(3,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(4,2),(3,2),(3,3)$. $\Rightarrow n(C) = 15$.

Vậy $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Biến cố D: " Tổng số chấm chia hết cho 5". Số trường hợp thuận lợi cho D:
$(2,3),(3,2),(1,4),(4,1),(5,5),(6,4),(4,6) \Rightarrow n(D) = 7$.

Vậy $P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{7}{36}$.

Biến cố E: " Lần đầu là số nguyên tố, lần sau xuất hiện mặt chấm chẵn". Số trường hợp thuận lợi cho E:
$(2,2),(2,4),(2,6),(3,2),(3,4),(3,6),(5,2),(5,4),(5,6) \Rightarrow n(E) = 9$.

Vậy $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$.

Biến cố F: " Có đúng một mặt 6 chấm xuất hiện". Số trường hợp thuận lợi cho F là:
$(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,5),(6,4),(6,3),(6,2),(6,1)\Rightarrow n(F)=10.$

Vậy $P(F)=\dfrac{n(F)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}$.

Biến cố H: " Có ít nhất một mặt 6 chấm xuất hiện". Số trường hợp thuận lợi cho H :
$(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,6),(6,5),(6,4),(6,3),(6,2),(6,1)\Rightarrow n(H)=\dfrac{11}{36}$.

a). Đặt A là biến cố "Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt có chấm chẵn".

B là biến cố "Lần gieo thứ 2 xuất hiện mặt có chấm chẵn"

Suy ra biến cố $\overline{A}$ "Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt có chấm lẻ". Biến cố $\overline{B}$ "Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt có chấm lẻ".

C là biến cố "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Dễ dàng thấy $C=(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})$. Ta thấy $(A\cap B)$ và $(\overline{A}\cap\overline{B})$ là hai biến cố xung khắc nên

$P(C)=P\left[(A\cap B)\cup(\overline{A}\cap\overline{B})\right]=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})$.

Vì A, B là hai biến cố độc lập và $\overline{A}$, $\overline{B}$ cũng là hai biến cố độc lập nên:

$P(A\cap B)=P(A).P(B)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$; $P(\overline{A\cap B})=P(\overline{A}).P(\overline{B})=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Kết luận $P(C)=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$.

Cách 2: Ta có :

Không gian mẫu $\Omega=\{(m,n):1\le i,j\le 6\}\Rightarrow n(\Omega)=36$.

Gọi C là biến cố "Tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn".

Ta có $C=\{(m,n):1\le m,n\le 6 \text{ và} (m+n) \text{ chan}\}\Rightarrow n(C)=18$.

Do đó $P(C)=\dfrac{n(C)}{n(\Omega)}=\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$.

b). Gọi D là biến cố "Tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 6". Các trường hợp xảy ra thuận lợi cho D là $\{(1,5);(5,1);(2,4);(4,2);(3,3)\}\Rightarrow n(D)=5$.

Kết luận $P(D)=\dfrac{n(D)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{36}$.

c). Gọi E là biến cố "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt 1 chấm". Các trường hợp thuận lợi của E là
$\{(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);(2,1);(3,1);(4,1);(5,1);(6,1)\}\Rightarrow n(E)=11$.

Kết luận $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{11}{36}$.

Cách 2: Gọi A_1 là biến cố "Lần gieo đầu xuất hiện mặt 1 chấm".

Gọi B_1 là biến cố "Lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 1 chấm".

Gọi E là biến cố "Có ít nhất một lần xuất hiện mặt 1 chấm".

Ta có $E = A_1 \cup B_1$, và A_1, B_1 độc lập. Nên có :

$$P(E) = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1 \cap B_1) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{36}.$$

11. Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất, một con màu đỏ và một con màu xanh. Tính xác suất của các biến cố sau:

a). Biến cố A "Con đỏ xuất hiện mặt 6 chấm".

b). Biến cố B "Con xanh xuất hiện mặt 6 chấm".

c). Biến cố C "Ít nhất một con suất hiện mặt 6 chấm".

d). Biến cố D "Không có con nào xuất hiện mặt 6 chấm".

e). Biến cố E "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con bằng 8".

f). Biến cố F " Số chấm suất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2".

LỜI GIẢI

Không gian mẫu $\Omega = \{(a;b) : 1 \le a, b \le 6\}$. Trong đó a là số chấm trên con đỏ, b là số chấm trên con xanh. Như vậy không gian mẫu Ω có 36 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 36$.

a). Ta có $A = \{(6,b) : 1 \le b \le 6\} \Rightarrow n(A) = 6$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b). Hoàn toàn tương tự câu a) có $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c). Ta có $A \cap B = \{6,6\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$.

Do đó $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}$.

d). Dễ thấy D chính là biến cố đối của C nên $P(D) = 1 - P(C) = 1 - \frac{11}{36} = \frac{25}{36}$.

e). Các trường hợp thuận lợi của biến cố E :

$\{(2,6),(6,2),(3,5),(5,3),(4,4)\} \Rightarrow n(E) = 5$. Vậy $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}$.

f). Ta có

$$F = \{(a,b) : 1 \le a, b \le 6, |a-b| = 2\} = \{(1,3),(2,4),(3,5),(4,6),(6,4),(5,3),(4,2),(3,1)\}$$

Vậy $n(F) = 8 \Rightarrow P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

12. Gieo đồng thời 3 con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất :

a). Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của 3 con súc sắc bằng 9.

b). Được mặt 6 chấm.

c). Số chấm xuất hiện trên các mặt bằng nhau.

d). Tổng số chấm xuất hiện của ba con súc sắc không nhỏ hơn 16.
e). Số chấm trong lần gieo thứ nhất bằng tổng các số chấm của lần gieo thứ 2 và thứ 3.

LỜI GIẢI

Không gian mẫu $\Omega = \{(a,b,c): 1 \le a,b,c \le 6\}$. Trong đó a là số chấm trên con thứ nhất, b là số chấm trên con thứ hai, c số chấm trên con thứ ba. Như vậy không gian mẫu Ω có 6^3 phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 6^3 = 216$.

a). Gọi biến cố A "Tổng số chấm xuất hiện trên mặt của ba con súc sắc bằng 9". Các trường hợp thuận lợi cho A là {(1,2,6), (1,3,5), (1,4,4), (1,5,3), (1,6,2), (2,1,6), (2,2,5), (2,3,4), (2,5,2), (3,1,5), (3,2,4), (3,3,3), (3,4,2), (3,5,1), (4,1,4), (4,2,3), (4,3,2), (4,4,1), (5,1,3), (5,2,2), (5,3,1), (6,1,2), (6,2,1),(2,6,1), (2,4,3). $\Rightarrow n(A) = 25$

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{25}{216}$.

d). Gọi A là biến cố "Tổng số chấm trên ba con súc sắc không nhỏ hơn 16". Ta xét các biến cố sau:

A_1: Tổng số chấm bằng 16, gồm các kết quả thuận lợi sau:
$\{(5,5,6),(5,6,5),(6,5,5),(6,6,4),(6,4,6),(4,6,6)\}$

A_2: Tổng số chấm bằng 17, gồm các kết quả thuận lợi sau:
$\{(6,6,5),(6,5,6),(5,6,6)\}$

A_3: Tổng số chấm bằng 18, có một kết quả thuận lợi (6, 6, 6).

Ta có $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$, các biến cố A_1, A_2, A_3 xung khắc nhau từng đôi một. Do đó có:
$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \dfrac{6}{216} + \dfrac{3}{216} + \dfrac{1}{216} \approx 0,0463$.

e). Gọi E là biến cố " Số chấm trong lần gieo thứ nhất bằng tổng các số chấm của lần gieo thứ 2 và thứ 3".

Các trường hợp thuận lợi cho E là: E = {(2, 1, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1), (4, 1, 3), (4, 3, 1), (4, 2, 2), (5, 1, 4), (5, 4, 1), (5, 2, 3), (5, 3, 2), (6, 1, 5), (6, 5, 1), (6, 2, 4), (6, 4, 2), (6, 3, 3)}.

Vậy $n(E) = 15$. Xác suất cần tìm là $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(\Omega)} = \dfrac{15}{216} = \dfrac{5}{72}$.

Bài 4: Gieo đồng thời ba con súc sắc cân đối đồng chất. Gọi X là tổng số chấm xuất hiện trên ba mặt con súc sắc sau khi gieo. Tính xác suất để X không nhỏ hơn 6.

LỜI GIẢI

$\Omega = \{(m,n,p): 1 \le m,n,p \le 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6^3 = 216$ (trong đó m, n, p lần lượt là số chấm trên ba con xúc sắc).

Gọi biến cố A "X không nhỏ hơn 6", với $X = m + n + p \ge 6$

Gọi biến cố B "tổng số chấm xuất hiện trên ba mặt con súc sắc sau khi gieo nhỏ hơn 6". Các trường hợp thuận lợi cho B là $\{1,1,1\};\{1,1,2\};\{1,2,1\};\{2,1,1\};\{1,2,2\};\{2,1,2\};\{2,2,1\}$ $\Rightarrow n(B) = 7$.

Dễ dàng thấy A và B là hai biến cố đối, do đó $P(A) = 1 - P(B) = 1 - \dfrac{7}{216} = \dfrac{209}{216}$.

14. Gieo một con súc sắc được chế tạo cân đối đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi A là biến cố: " Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của con súc sắc trong ba lần gieo bằng 9".

a. Mô tả không gian mẫu.

b.Mô tả tập Ω_A các kết quả thuận lợi cho A.

c. Tính $P(A)$.

LỜI GIẢI

a) Nếu kí hiệu a,b,c theo thứ tự là số chấm xuất hiện trên mặt con súc sắc ở lần gieo thứ nhất, thứ hai và thứ ba thì mỗi kết quả của phép thử T (gieo một con súc sắc được chế tạo cân đối đồng chất ba lần liên tiếp) là một bộ ba số (a,b,c) trong đó a,b,c là các số nguyên dương không lớn hơn 6.

Vậy $\Omega = \{(a,b,c) | 1 \le a,b,c \le 6\}$ (a,b,c nguyên dương).

b) $\Omega_A = \{(a,b,c) | 1 \le a,b,c \le 6, a+b+c=9\}$ (a,b,c nguyên dương).

c) Theo quy tắc nhân, ta có số kết quả có thể là $|\Omega| = 6.6.6 = 216$.

Ta cần đếm số kết quả thuận lợi cho A. Ta cần liệt kê các bộ ba (a;b;c) với a,b,c nguyên dương không lớn hơn 6 và có tổng bằng 9. Đó là

+ Bộ (1,2,6) và các hoán vị của nó. Có 6 bộ như vậy.
+ Bộ (1,3,5) và các hoán vị của nó. Có 6 bộ như vậy.
+ Bộ (1,4,4) và các hoán vị của nó. Có 3 bộ như vậy.
+ Bộ (2,2,5) và các hoán vị của nó. Có 3 bộ như vậy.
+ Bộ (2,3,4) và các hoán vị của nó. Có 6 bộ như vậy.
+ Bộ (3,3,3). Có 1 bộ

Vậy số kết quả thuận lợi cho A là $6+6+3+3+6+1=25$.

Do đó $P(A) = \dfrac{25}{216}$.

Gieo một con súc sắc 3 lần. Gọi A là biến cố số chấm trong lần gieo thứ 2 lớn hơn 4 và lớn hơn tổng số chấm trong lần gieo thứ nhất và thứ ba.

a). Mô tả biến cố A.

b). Tính xác suất của biến cố A.

LỜI GIẢI

a). Các trường hợp thuận lợi cho A là: $\{(1;5;1),(1;5;2),(2;5;1),(1;5;3),(3;5;1)$ $,(1;6;1),(1;6;2),(2;6;1)$ $,(1;6;3),(3;6;1),(1;6;4),(4;6;1)\}$.

b). Không gian mẫu $\Omega = \{(a;b;c) : 1 \le a,b,c \le 6\}$. Trong đó a là số chấm gieo lần một, b là số chấm gieo lần hai, c số chấm gieo lần ba. Như vậy không gian mẫu có $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$ phần tử.

Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A) = 12$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{12}{216} = \dfrac{1}{18}$.

Bài 4: Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để:

a). Số chấm xuất hiện trên các mặt bằng nhau.

b). Được ít nhất một mặt 6 chấm.

LỜI GIẢI

$\Omega = \{(m,n,p): 1 \le m,n,p \le 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6^3 = 216$ (trong đó m,n,p lần lượt là số chấm trên ba con xúc sắc).

a). Gọi biến cố A "Số chấm xuất hiện trên các mặt bằng nhau". Có $A = \{(a,a,a): 1 \le a \le 6\} \Rightarrow n(A) = 6$. Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}$.

a). Gọi biến cố B "Được ít nhất một mặt 6 chấm". Số trường hợp thuận lợi cho B là:

Trường hợp 1: Chỉ 1 con suất hiện mặt 6 chấm (hai con còn lại xuất hiện mặt từ 1 đến 5 chấm), có $C_3^1.C_5^1.C_5^1 = 75$ cách.

Trường hợp 2: Hai con xuất hiện mặt 6 chấm, có $C_3^2.C_5^1 = 15$ cách.

Trường hợp 3: Cả ba con xuất hiện mặt 6 chấm, có 1 cách.

Số thuận lợi cho B là $n(B) = 75 + 15 + 1 = 91$ cách.

Xác suất cần tìm $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{91}{216}$.

18. Một bình đựng 6 viên bi khác về màu có 2 xanh, 2 vàng, 2 đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để được:

a). 2 viên bi xanh. b). 2 viên bi khác màu.

LỜI GIẢI

Tập hợp tất cả các trường hợp xảy ra khi lấy ra 2 viên bi trong 6 viên bi là C_6^2. Vậy $n(\Omega) = C_6^2$

a). Gọi A là biến cố "Lấy được 2 viên bi xanh". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A) = C_2^2$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{15}$.

b). Gọi B là biến cố "Lấy 2 viên bi khác màu". Có các trường hợp xảy ra :

Trường hợp 1: Lấy được 1 bi xanh và 1 bi vàng. Trường hợp 2: Lấy được 1 bi xanh và 1 bi đỏ. Trường hợp 3: Lấy được 1 bi vàng và 1 bi đỏ.

$\Rightarrow n(B) = 3.C_2^1.C_2^1 = 3.2.2 = 12$. Vậy $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{12}{C_6^2} = \frac{4}{5}$.

19. Một chiếc hộp đựng 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả đen.

LỜI GIẢI

Số kết quả có thể là $C_{12}^6 = 924$.

Việc chọn 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen gồm 3 công đoạn:

Chọn 3 quả cầu trắng từ 6 quả cầu trắng(có C_6^3 cách chọn) ; chọn 2 quả cầu đỏ từ 4 quả cầu đỏ (có C_4^2 cách chọn); rồi chọn 1 quả cầu đen từ 2 quả cầu đen (có C_2^1 cách chọn). Theo quy tắc nhân, số kết quả thuận lợi là $C_6^3.C_4^2.C_2^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\frac{240}{924}=\frac{20}{77}$.

20. Cho một hộp đựng 12 viên bi,trong đó có 7 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi lần 3 viên bi. Tính xác suất trong 2 trường hợp sau:
a). Lấy được 3 viên bi màu đỏ.
b). Lấy được ít nhất 2 viên bi màu đỏ.

LỜI GIẢI

Gọi Ω là tập hợp tất cả các cách lấy ra 3 viên bi trong số 12 viên bi.

Ta có $|\Omega|=C_{12}^3=220$.

a). Gọi A là biến cố "lấy được 3 viên bi màu đỏ". Số cách lấy ra 3 viên bi màu đỏ trong 7 viên bi màu đỏ là $|\Omega_A|=C_7^3=35$.

Vậy xác suất $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{35}{220}=\frac{7}{44}$.

b). Gọi B là biến cố "lấy được ít nhất 2 viên bi màu đỏ". Để tính các khả năng thuận lợi của biến cố B (tức là tính $|\Omega_B|$) ta lưu ý rằng:

Để lấy ra được ít nhất hai viên bi màu đỏ ta có 2 cách:

Hoặc là lấy ra 3 viên bi màu đỏ:Theo trên số cách lấy ra là 35.

Hoặc là lấy ra 2 viên bi màu đỏ,1 viên bi màu xanh.Theo quy tắc nhân số cách lấy ra là $C_7^2.C_5^2=21.5=105$.

Theo quy tắc cộng ta có: $|\Omega_B|=35+105=140$.

Từ đó theo định nghĩa cổ điển của xác suất,thì xác suất $P(B)$ lấy ra được ít nhất 2 viên bi màu đỏ là: $P(B)=\frac{140}{220}=\frac{7}{11}$.

Bài 2 : Một hộp chứa các quả cầu kích thước khác nhau gồm 3 quả cầu đỏ , 6 quả cầu xanh và 9 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất để 2 quả cầu được chọn khác màu.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu trong 18 quả, có C_{18}^2 cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega)=C_{18}^2$ cách.

Gọi biến cố A "2 quả cầu được chọn khác màu". Có các trường hợp sau thuận lợi cho A:

Trường hợp 1: Chọn được 1 quả đỏ và 1 quả xanh, có $C_3^1.C_6^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 1 quả đỏ và 1 quả vàng, có $C_3^1.C_9^1$ cách.

Trường hợp 1: Chọn được 1 quả vàng và 1 quả xanh, có $C_9^1.C_6^1$ cách.

Số thuận lợi cho A là $n(A)=C_3^1.C_6^1+C_3^1.C_9^1+C_9^1.C_6^1=99$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{99}{C_{18}^2}=\frac{11}{765}$

22. Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 quả cầu đen, lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc ra 4 quả. Tính xác suất sao cho :

a. Bốn quả lấy ra cùng màu.
b. Có ít nhất một quả màu trắng.

LỜI GIẢI

Gọi Ω là không gian mẫu, A và B là các biến cố tương ứng với câu a, b ta có:

$|\Omega| = C_{10}^4$; $|A| = C_6^4 + C_4^4$; $|B| = C_{10}^4 - C_4^4$

Suy ra : $P(A) = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_6^4 + C_4^4}{C_{10}^4} = \dfrac{15+1}{210} = \dfrac{8}{105}$

$P(B) = \dfrac{|B|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{10}^4 - C_4^4}{C_{10}^4} = \dfrac{209}{210}$

23. Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong 15 viên bi, số cách chọn $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố " trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ". Các trường hợp thuận lợi cho biến cố A:

Trường hợp 1: Lấy được 1 bi đỏ và 2 bi xanh, số cách lấy $C_8^1 C_7^2$

Trường hợp 2: Lấy được 2 bi đỏ và 1 bi xanh, số cách lấy $C_8^2 C_7^1$

Trường hợp 3: Lấy được 3 bi đều đỏ, số cách lấy C_8^3

Số trường hợp thuận lợi cho A, $n(A) = C_8^1 C_7^2 + C_8^2 C_7^1 + C_8^3 = 420$

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{420}{455} = \dfrac{12}{13}$.

Cách 2: Gọi biến cố $\overline{A}$ "Cả 3 bi lấy ra đều không có đỏ", nghĩa là ba bi lấy ra đều bi xanh

$n(\overline{A}) = C_7^3 = 35$. Suy ra $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{35}{455} = \dfrac{12}{13}$

24. Một hộp chứa 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 20 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp. Tính xác suất sao cho quả cầu được chọn :

a). Ghi số chẵn.
b). Màu đỏ.
c). Màu đỏ và ghi số chẵn.
d). Màu xanh và ghi số lẻ.

LỜI GIẢI

Theo đề bài tổng cộng trong hộp có 30 quả cầu. Không gian mẫu : tổng tất cả các trường hợp xảy ra khi lấy 1 quả cầu trong 30 quả cầu $n(\Omega) = C_{30}^1 = 30$.

a). Gọi A là biến cố "lấy được quả cầu ghi số chẵn" $\Rightarrow n(A) = 15$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

b). Gọi B là biến cố "lấy được quả cầu màu đỏ " $\Rightarrow n(B)=C_{10}^{1}=10$.

Vậy $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$.

c). Gọi C là biến cố "lấy được quả cầu màu đỏ và ghi số chẵn "

$\Rightarrow n(C)=C_{5}^{1}=5$. Vậy $P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$.

d). Gọi D là biến cố "lấy được quả cầu màu xanh và ghi số lẻ"

$\Rightarrow n(D)=C_{10}^{1}=10$. Vậy $P(D)=\frac{n(D)}{n(\Omega)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$

25. Một chiếc hộp đựng 6 bút màu xanh, 6 bút màu đen, 5 bút màu tím và 3 bút màu đỏ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ra 4 bút. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bút cùng màu.

LỜI GIẢI

Số cách lấy 4 bút bất kì từ 20 bút đã cho là $n(\Omega)=C_{20}^{4}=4845$.

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất hai bút cùng màu

Số cách lấy được 4 bút trong đó không có hai cái nào cùng màu là :

$n(\overline{A})=C_{6}^{1}.C_{6}^{1}.C_{5}^{1}.C_{3}^{1}=540$

Số cách lấy được 4 bút mà có ít nhất hai bút cùng màu là :

$n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=4305$

Xác xuất lấy được 4 bút trong đó có ít nhất hai bút cùng màu là :

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4305}{4845}=\frac{287}{323}$.

26. Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 viên bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 bi được rút ra với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là số lẻ.

LỜI GIẢI

Gọi H là biến cố "kết quả thu được là số lẻ". H xảy ra khi một trong các biến cố sau xảy ra :

Biến cố A: "1 viên bi mang thứ tự số lẻ và 5 bi mang thứ tự số chẵn ".

Biến cố B: "3 viên bi mang thứ tự số lẻ và 3 bi mang thứ tự số chẵn ".

Biến cố C: "5 viên bi mang thứ tự số lẻ và 1 bi mang thứ tự số chẵn ".

Trong 11 viên bi có 6 viên bi mang thứ tự số lẻ {1,3,5,7,9,11}, và 5 viên bi có số thứ tự chẵn {2,4,6,8,10}.

Từ đó suy ra $P(A)=\frac{C_{6}^{1}.C_{5}^{5}}{C_{11}^{6}}=\frac{6}{462}, P(B)=\frac{C_{6}^{3}.C_{5}^{3}}{C_{11}^{6}}=\frac{200}{462}, P(C)=\frac{C_{6}^{5}.C_{5}^{1}}{C_{11}^{6}}=\frac{30}{462}$

Vì A, B, C là các biến cố xung khắc nên :

$$P(H)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{6}{462}+\frac{200}{462}+\frac{30}{462}=\frac{118}{231}$$

Từ 1 hộp chứa 4 bi xanh, 3 bi đỏ, 2 bi vàng, lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất các biến cố.
a) A: " hai bi cùng màu xanh". b) B: " hai bi cùng màu đỏ".
c) C: " hai bi cùng màu". d) D: " hai bi khác màu".

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi trong 9 viên bi có C_9^2 cách chọn. Vậy $n(\Omega)=C_9^2$.

Biến cố A: " Hai viên bi được chọn cùng màu xanh". Số trường hợp thuận lợi cho A là: $n(A)=C_4^2$. Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_4^2}{C_9^2}=\frac{1}{6}$.

Biến cố B: " Hai viên bi được chọn cùng màu đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho B là: $n(B)=C_3^2$. Vậy $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{C_3^2}{C_9^2}=\frac{1}{2}$.

Biến cố C: " Hai viên bi được chọn cùng màu". Số trường hợp thuận lợi cho C:
Trường hợp 1: Hai viên bi đều màu xanh, có C_4^2 cách.
Trường hợp 2: Hai bi đều màu đỏ, có C_3^2 cách.
Trường hợp 3: Hai bi đều màu vàng, có C_2^2 cách.
Ta có ba trường hợp này xung khắc với nhau từng đôi một nên:
$n(C)=C_4^2+C_3^2+C_2^2=10$ cách. $\Rightarrow P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{10}{C_9^2}=\frac{5}{18}$.

Biến cố D: " Hai viên bi được chọn khác màu". Số trường hợp thuận lợi cho D:
Trường hợp 1: Chọn được 1 bi xanh và một bi đỏ, có $C_4^1.C_3^1$ cách.
Trường hợp 2: Chọn được 1 bi xanh và 2 bi vàng, có $C_3^1.C_2^1$ cách.
Trường hợp 3: Chọn được 1 bi đỏ và 1 bi vàng, có $C_4^1.C_2^1$ cách.
Ta có 3 trường hợp này xung khắc với nhau từng đôi một nên:
$n(D)=C_4^1.C_3^1+C_3^1.C_2^1+C_4^1.C_2^1$. Vậy $P(D)=\frac{n(D)}{n(\Omega)}=\frac{26}{C_9^2}=\frac{13}{18}$.

Một hộp có 6 bi đỏ; 5 bi xanh; 4 bi vàng
1). Có bao nhiêu cách chọn 4 bi sao cho:
A: Luôn luôn có bi vàng. B: ít nhất 3 bi xanh.
C: Nhiều nhất 1 bi đỏ. D: Không đủ 3 màu.
2) Chọn ngẫu nhiên 5 bi; tính xác suất biến cố:
A: Số bi xanh bằng số bi đỏ và đủ 3 màu.
B: Có đúng 2 bi xanh và ít nhất 2 bi vàng.
C: Có ít nhất một bi đỏ.

LỜI GIẢI

1)
a) Chọn 4 bi trong 15 viên bi, có C_{15}^4 cách chọn.
Chọn 4 bi trong 11 viên bi (6 bi đỏ và 5 bi xanh), có C_{11}^4 cách chọn.
Vậy có $C_{15}^4-C_{11}^4=1035$ cách chọn 4 viên bi luôn có màu vàng.

b) Có các trường hợp sau xảy ra thỏa yêu cầu:
Trường hợp 1: Chọn 3 viên bi xanh, 1 viên bi còn lại trong 10 viên bi (gồm 6 đỏ và 4 vàng), có $C_5^3.C_{10}^1$ cách.
Trường hợp 2: Chọn cả 4 viên bi đều màu xanh, có C_5^4 cách.
Vậy có: $C_5^3.C_{10}^1 + C_5^4 = 105$ cách chọn thỏa yêu cầu đề.
c) Các trường hợp sau xảy ra:
Trường hợp 1: Không có bi đỏ, nghĩa là chọn 4 bi trong 9 bi (gồm 5 xanh và 4 vàng), có C_9^4 cách.
Trường hợp 2: 1 viên bi đỏ, 3 viên bi còn lại chọn trong 9 viên bi (gồm 5 xanh và 4 vàng), có $C_6^1.C_9^3$ cách.
Vậy có: $C_9^4 + C_6^1.C_9^3 = 630$ cách thỏa yêu cầu đề.
d) Chọn 4 viên bi bất kỳ trong 15 viên bi, có C_{15}^4 cách.
Các trường hợp chọn 4 viên bi có đủ cả ba màu:
Trường hợp 1: 2 đỏ, 1 xanh, 1 vàng, có $C_6^2.C_5^1.C_4^1$ cách.
Trường hợp 2: 1 đỏ, 2 xanh, 1 vàng , có $C_6^1.C_5^2.C_4^1$ cách.
Trường hợp 3: 1 đỏ, 1 xanh, 2 vàng, có $C_6^1.C_5^1.C_4^2$ cách.
Vậy có: $C_{15}^4 - \left(C_6^2.C_5^1.C_4^1 + C_6^1.C_5^2.C_4^1 + C_6^1.C_5^1.C_4^2\right) = 645$
2)
Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong 15 viên bi, số cách chọn C_{15}^5 . Vậy không gian mẫu : $n(\Omega) = C_{15}^5$
a: Gọi biến cố A: " số bi xanh bằng số bi đỏ và có đủ 3 màu". Các trường hợp sau xảy ra thuận lợi cho A.
Trường hợp 1: Chọn được 1 xanh, 1 đỏ và 3 vàng, có $C_5^1.C_6^1.C_4^3$ cách.
Trường hợp 2: Chọn được 2 xanh, 2 đỏ và 1 vàng, có $C_5^2.C_6^2.C_4^1$ cách.
Vậy $n(A) = C_5^1.C_6^1.C_4^3 + C_5^2.C_6^2.C_4^1 = 720$ cách.
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{720}{C_{15}^5} = \frac{240}{1001}.$$
b) Gọi biến cố B: " Có đúng 2 bi xanh và ít nhất 2 bi vàng". Các trường hợp sau xảy ra thuận lợi cho A.
Trường hợp 1: Chọn được 2 bi xanh, 2 bi vàng và 1 bi đỏ, có $C_5^2.C_4^2.C_6^1$ cách.
Trường hợp 2: Chọn được 2 bi xanh và 3 bi vàng, có $C_5^2.C_4^3$ cách.
Ta có trường hợp 1 và trường hợp 2 xung khắc, nên
$\Rightarrow n(B) = C_5^2.C_4^2.C_6^1 + C_5^2.C_4^3 = 400$
Vậy $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{400}{C_{15}^5} = \dfrac{400}{3003}.$
c) Gọi biến cố C: " Chọn ít nhất được 1 bi màu đỏ".
$\Rightarrow$ Biến cố $\overline{C}$: " Chọn được 5 viên bi đều không có bi đỏ". Số trường hợp thuận lợi cho $\overline{C}$, C_9^5 cách. Vậy
$$P(C) = 1 - P\left(\overline{C}\right) = 1 - \frac{C_9^5}{C_{15}^5} = \frac{137}{143}.$$

Có 2 hộp: hộp 1 chứa 5 bi đỏ, 4 bi trắng; hộp 2 chứa 3 bi đỏ, 6 bi trắng.
1)Mỗi hộp chọn 1 bi; tính xác suất biến cố:
A: 2 bi màu đỏ B: 2 bi cùng màu C: 2 bi khác màu
2) Mỗi hộp chọn 2 bi, tính xác suất biến cố:
A: 3 bi trắng, 1 trắng C: 2 bi trắng, 2 bi trắng C: ít nhất 1 bi đỏ

3) Chọn 1 hộp rồi lấy 1 bi, tính xác suất biến cố
a: Lấy được 1 bi đỏ b: Lấy được 1 bi trắng
4) Chọn 1 hộp rồi lấy 2 bi; tính xác suất biến cố
a: Chọn 2 bi khác màu b: Chọn 2 bi màu trắng

LỜI GIẢI

1)

a: Gọi X là biến cố: " Lấy mỗi hộp 1 viên bi đều màu đỏ".

Gọi X_1 là biến cố : " Lấy được 1 bi màu đỏ ở hộp thứ nhất". Vậy $P(X_1)=\frac{C_5^1}{C_9^1}$

Gọi X_2 là biến cố: " Lấy được 1 bi màu đỏ ở hộp thứ 2". Vậy $P(X_2)=\frac{C_3^1}{C_9^1}$

Ta có biến cố X_1 và X_2 độc lập, nên: $P(X)=P(X_1)P(X_2)=\frac{C_5^1}{C_9^1}.\frac{C_3^1}{C_9^1}=\frac{5}{27}$.

b) Gọi Y là biến cố: " Lấy mỗi hộp được 1 viên bi màu trắng".

Gọi Y_1 là biến cố: " Lấy được 1 viên bi màu trắng ở hộp thứ nhất". Vậy $P(Y_1)=\frac{C_4^1}{C_9^1}$.

Gọi Y_2 là biến cố: " Lấy được 1 bi màu trắng ở hộp thứ 2". Vậy $P(Y_2)=\frac{C_6^1}{C_9^1}$.

Ta có biến cố Y_1 và Y_2 độc lập với nhau nên $P(Y)=P(Y_1).P(Y_2)=\frac{C_4^1}{C_9^1}.\frac{C_6^1}{C_9^1}=\frac{8}{27}$.

Gọi biến cố A: " Lấy được 2 viên bi cùng màu".

$\Rightarrow P(A)=P(X)+P(Y)=\frac{5}{27}+\frac{8}{27}=\frac{13}{27}$.

c) Gọi biến cố Z: " Mỗi hộp chọn 1 viên bi và hai bi lấy ra khác màu".
Có 2 trường hợp sau xảy ra thuận lợi cho biến cố Z.

Z_1 : " Hộp thứ nhất lấy được 1 viên bi đỏ và hộp thứ 2 lấy được 1 viên bi màu trắng".

$P(Z_1)=\frac{C_5^1}{C_9^1}.\frac{C_6^1}{C_9^1}=\frac{10}{27}$.

Biến cố Z_2 : " Hộp thứ nhất lấy được 1 viên bi trắng và hộp thứ hai lấy được 1 viên bi màu đỏ".

$\Rightarrow P(Z_2)=\frac{C_4^1}{C_9^1}.\frac{C_3^1}{C_9^1}=\frac{4}{27}$.

Vậy $P(Z)=P(Z_1)+P(Z_2)=\frac{10}{27}+\frac{4}{27}=\frac{14}{27}$.

2)

a: Gọi biến cố A: " Chọn được 3 bi trắng".

Gọi biến cố A_1 : " Chọn 2 bi trắng hộp 1 và 1 bi trắng ở hộp thứ hai".

Ta có: $P(A_1)=\frac{C_4^2}{C_9^2}.\frac{C_6^1.C_3^1}{C_9^2}=\frac{1}{12}$.

Gọi biến cố A_2 : " Chọn được 1 bi trắng ở hộp 1 và 2 bi trắng ở hộp thứ hai".

Vậy $P(A_2)=\frac{C_4^1.C_5^1}{C_9^2}.\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{25}{108}$.

Vì A_1 và A_2 là 2 biến cố xung khắc nên: $P(A)=P(A_1)+P(A_2)=\frac{1}{12}+\frac{25}{108}=\frac{17}{54}$.

b) Gọi biến cố B: " Chọn được 2 bi trắng".

Gọi biến cố B_1 : " ở hộp 1 chọn được 2 bi trắng, hộp thứ hai chọn được 2 bi đỏ".

$\Rightarrow P(B_1)=\frac{C_4^2}{C_9^2}.\frac{C_3^2}{C_9^2}=\frac{1}{72}$.

Gọi biến cố B_2 : " ở hộp thứ nhất chọn được 2 bi màu đỏ, hộp thứ hai chọn được 2 bi màu trắng".

$\Rightarrow P(B_2)=\frac{C_5^2}{C_9^2}.\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{25}{216}$.

Gọi biến cố B_3 : " ở hộp thứ nhất chọn được 1 bi trắng và hộp thứ 2 chọn được 1 bi trắng".

$\Rightarrow P(B)=P(B_1)+P(B_2)+P(B_3)=\frac{11}{27}$.

c) Gọi biến cố C: " Có ít nhất 1 viên bi màu đỏ".

Gọi biến cố D: " Cả bốn viên bi được chọn đều màu trắng". $P(D)=\frac{C_4^2}{C_9^2}.\frac{C_6^2}{C_9^2}=\frac{5}{72}$.

Dễ dàng thấy D là biến cố đối của C. Nên $P(C)=1-P(D)=1-\frac{5}{72}=\frac{67}{72}$.

3) Xác suất chọn hộp : $P=\frac{1}{2}$.

Xác suất chọn được 1 bi đỏ ở hộp 1: $P_1=\frac{C_5^1}{C_9^1}=\frac{5}{9}$.

Xác suất chọn được 1 bi đỏ ở hộp thứ 2: $P_2=\frac{C_3^1}{C_9^1}=\frac{3}{9}$.

Xác suất chọn được 1 bi trắng ở hộp thứ 1: $P_3=\frac{C_4^1}{C_9^1}=\frac{4}{9}$.

Xác suất chọn được 1 bi trắng ở hộp 2: $P_4=\frac{C_6^1}{C_9^1}=\frac{6}{9}$.

Gọi X là biến cố " Chọn 1 hộp sau đó lấy ra 1 bi, và được bi đỏ". $P(X)=\frac{1}{2}.\frac{5}{9}+\frac{1}{2}.\frac{3}{9}=\frac{4}{9}$.

Gọi Y là biến cố: " Chọn một hộp sau đó lấy ra, 1 bi từ hộp đã chọn và bi được lấy ra có màu trắng".

$P(Y)=\frac{1}{2}.\frac{4}{9}+\frac{1}{2}.\frac{6}{9}=\frac{5}{9}$.

4)

a: Xác suất chọn 2 bi ở hộp thứ nhất và 2 bi được chọn phải khác màu:

$P_1=\frac{C_5^1.C_4^1}{C_9^2}=\frac{5}{9}$.

Xác suất chọn 2 bi ở hộp thứ 2 và 2 bi được chọn phải khác màu:

$P_2=\frac{C_3^1.C_6^1}{C_9^2}=\frac{1}{2}$.

Gọi A là biến cố: " Chọn một hộp và từ hộp đó lấy ra được hai viên bi khác màu"

$P(A)=\frac{1}{2}.\frac{5}{9}+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{19}{36}$.

b) Xác suất chọn 2 viên bi ở hộp thứ nhất và hai viên bi được chọn đều màu trắng:

$P_1 = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}$.

Xác suất chọn 2 viên bi ở hộp thứ hai và hai viên bi được chọn đều màu trắng:

$P_2 = \frac{C_6^2}{C_9^2} = \frac{5}{12}$.

Gọi B là biến cố : " Chọn một hộp và từ hộp đó lấy ra được hai viên bi màu trắng".

$P(B) = \frac{1}{2}.\frac{1}{6} + \frac{1}{2}.\frac{5}{12} = \frac{7}{24}$.

Bài 4: Một hộp chứa các quả cầu kích thước khác nhau gồm 4 quả cầu đỏ, 15 quả cầu xanh, 11 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu được chọn có ít nhất 2 quả cầu khác màu.

LỜI GIẢI

Chọn 4 quả cầu trong 30 quả cầu, có C_{30}^4 cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^4$.

Gọi biến cố A " trong 4 quả cầu được chọn có ít nhất 2 quả cầu khác màu". Số trường hợp thuận lợi cho A là:

Trường hợp 1: Chọn được 2 quả cầu khác màu:

Chọn được 2 quả đỏ và 2 quả xanh, có $C_4^2C_{15}^2$ cách.

Chọn được 2 quả đỏ và 2 quả vàng, có $C_4^2C_{11}^2$ cách.

Chọn được 2 quả vàng và 2 quả xanh, có $C_{11}^2C_{15}^2$ cách.

Trường hợp 1 có $C_4^2C_{15}^2 + C_4^2C_{11}^2 + C_{11}^2C_{15}^2 = 6735$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 quả cầu khác màu:

Chọn được 2 quả cầu đỏ, 1 xanh và 1 quả vàng có $C_4^2C_{15}^1C_{11}^1$ cách.

Chọn được 2 quả cầu xanh, 1 quả đỏ và 1 quả vàng, có $C_{15}^2C_4^1C_{11}^1$ cách.

Chọn được 2 quả cầu vàng, 1 xanh và 1 quả đỏ có $C_{11}^2C_{15}^1C_4^1$ cách.

Trường hợp 2 có $C_4^2C_{15}^1C_{11}^1 + C_{15}^2C_4^1C_{11}^1 + C_{11}^2C_{15}^1C_4^1 = 8910$ cách.

Số thuận lợi cho A là $6735 + 9810 = 15645$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15645}{C_{30}^4} = \frac{149}{261}$

Bài 3: Một bình chứa 7 bi xanh, 5 bi đỏ, 2 bi vàng. Bốc ngẫu nhiên 6 viên. Tính xác suất để:
a). 6 viên bốc được có đúng một màu.
b). 6 viên bốc được có đúng hai màu đỏ và vàng.
c). 6 viên bốc được có đủ ba màu.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi trong 14 viên bi, có C_{14}^6 cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega) = C_{14}^6$

a). Gọi biến cố A "6 viên bốc được có đúng một màu". Số thuận lợi cho A là $n(A) = C_7^6$ cách. Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_7^6}{C_{14}^6} = \frac{1}{429}$.

b). Gọi biến cố B "6 viên bốc được có đúng hai màu đỏ và vàng". Số trường hợp thuận lợi cho là:

Trường hợp 1: Chọn được 1 vàng và 5 đỏ, có $C_2^1.C_5^5 = 2$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 2 vàng và 4 đỏ, có $C_2^2.C_5^4 = 5$ cách.

Số thuận lợi cho B là $n(B) = 2 + 5 = 7$ cách.

Xác suất cần tìm $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{7}{C_{14}^6} = \frac{1}{429}$.

c).

Trường hợp 1: Chọn được 1 vàng, 1 đỏ, 4 xanh, có $C_2^1C_5^1C_7^4$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 1 vàng, 2 đỏ, 3 xanh, có $C_2^1C_5^2C_7^3$ cách.

Trường hợp 3: Chọn được 1 vàng, 3 đỏ, 2 xanh, có $C_2^1C_5^3C_7^2$ cách.

Trường hợp 4: Chọn được 1 vàng, 4 đỏ, 1 xanh, có $C_2^1C_5^4C_7^1$ cách.

Trường hợp 5: Chọn được 2 vàng, 1 đỏ, 3 xanh, có $C_2^2C_5^1C_7^3$ cách.

Trường hợp 6: Chọn được 2 vàng, 2 đỏ, 2 xanh, có $C_2^2C_5^2C_7^2$ cách.

Trường hợp 7: Chọn được 2 vàng, 3 đỏ, 1 xanh, có $C_2^2C_5^3C_7^1$ cách.

Số thuận lợi cho C là $n(C) = C_2^1C_5^1C_7^4 + C_2^1C_5^2C_7^3 + C_2^1C_5^3C_7^2 + C_2^1C_5^4C_7^1 + C_2^2C_5^1C_7^3 + C_2^2C_5^2C_7^2 + C_2^2C_5^3C_7^1 = 1995$ cách. Xác suất cần tìm $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{1995}{C_{14}^6} = \frac{95}{143}$

Một hộp bút có 10 bút xanh và 7 bút đỏ. Lấy ngẫu nhiên 5 bút. Tính xác suất sao cho trong 5 bút lấy ra không cùng một màu.

LỜI GIẢI

Chọn 5 bút trong 17 bút có C_{17}^5 cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega) = C_{17}^5$.

Số trường hợp lấy ra cả 5 bút đều màu xanh có C_{10}^5 cách.

Số trường hợp lấy ra cả 5 bút đều màu đỏ có C_7^5 cách.

Số trường hợp lấy ra 5 bút không cùng một màu là $C_{17}^5 - \left(C_{10}^5 + C_7^5\right) = 5915$ cách.

Gọi biến cố A "Chọn được 5 bút không cùng một màu". Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A) = 5915$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5915}{C_{17}^5} = \frac{65}{68}$

Từ một hộp có 13 bóng đèn, trong đó có 6 bóng hỏng, lấy ngẫu nhiên 5 bóng ra khỏi hộp. Tính xác suất sao cho:
a). Có nhiều nhất 2 bóng hỏng. b). Có ít nhất 1 bóng tốt.

LỜI GIẢI

Chọn 5 bòng đèn trong 13 bóng có C_{13}^5 cách. Vậy không gian mẫu $n(\Omega) = C_{13}^5$.

a). Gọi biến cố A "Chọn được 5 bóng và nhiều nhất 2 bóng hỏng". Có các trường hợp thuận lợi cho A là:

Trường hợp 1: Chọn được 2 bóng hỏng và 3 bóng tốt có $C_6^2.C_7^3$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 1 bóng hỏng và 4 bóng tốt có $C_6^1.C_7^4$ cách.

Trường hợp 3: Chọn được 5 bóng đều tốt có C_7^5 cách.

Số cách thuận lợi cho A là $n(A) = C_6^2.C_7^3 + C_6^1C_7^4 + C_7^5 = 756$ cách.

Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{756}{C_{13}^5}=\dfrac{84}{143}$.

b). Gọi biến cố B "Chọn được 5 bóng và có ít nhất một bóng tốt". Gọi biến cố $\overline{B}$ "Chọn được 5 bóng đều không tốt" có nghĩa cả 5 bóng đều hỏng, số cách thuận lợi cho $\overline{B}$ là $n(\overline{B})=C_6^5$. Dễ thấy B và $\overline{B}$ là hai biến cố đối nên xác suất cần tìm là:

$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\dfrac{C_6^5}{C_{13}^5}=\dfrac{427}{429}$.

Gọi A là tập hợp các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau mà mỗi chữ số đều lớn hơn 4. Hãy xác định số phần tử của tập A. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập A, tính xác suất để số được chọn có ba chữ số lẻ đứng kề nhau.

LỜI GIẢI

Vì số tự nhiên cần tìm có 5 chữ số khác nhau mà mỗi chữ số đều lớn hơn 4, có nghĩa số tự nhiên cần tìm được thành lập từ các chữ số {5, 6, 7, 8, 9}.
Vậy số phần tử của tập hợp A là $5!=120$ số.
Gọi $n=\overline{abcde}$ là một số được chọn từ tập A thỏa có ba chữ số lẻ đứng kề nhau.
Vì ba chữ số lẻ đứng gần nhau nên gom chúng thành chữ số X.
Bước 1: Xếp X và hai chữ số chẵn còn lại có 3! Cách xếp.
Bước 2: Ứng với mỗi cách ở bước 1, có 3! Cách xếp các phần tử trong X.
Vậy có $3!.3!=36$ số n cần tìm. Kết luận xác suất cần tìm: $P=\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$.

Cho tập hợp $E=\{1,2,3,4,5,6\}$. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có nhiều nhất ba chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ tập E. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập hợp M. Tính xác suất lấy được một số thuộc tập M, sao cho tổng các chữ số của số đó bằng 10.

LỜI GIẢI

Các số có một chữ số được thành lập từ tập E là 6 số.
Các số có hai chữ số khác nhau được thành lập từ tập E là $A_6^2=30$ số.
Các số có ba chữ số khác nhau được thành lập từ tập E là $A_6^3=120$ số.
Suy ra số phần tử thuộc tập hợp M là $6+30+120=156$.
Gọi A là biến cố "Chọn được một số từ tập M sao cho số được chọn có tổng các chữ số bằng 10".
Các tập con của E có nhiều nhất ba phần tử, có tổng các phần tử bằng 10 là:
$\{4,6\};\{1,3,6\};\{1,4,5\};\{2,3,5\}$. Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:
$n(A)=2!+3.3!=20$. Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{20}{156}=\dfrac{5}{59}$.

Cho đa giác đều gồm 2n đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số 2n đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $0,2$. Tìm n, biết n là số nguyên dương và $n\ge 2$.

LỜI GIẢI

Số cách chọn 3 đỉnh trong 2n đỉnh của đa giác là C_{2n}^3.
Ba đỉnh được chọn tạo thành tam giác vuông khi và chỉ khi có hai đỉnh trong ba đỉnh là hai đầu mút của một đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác, và đỉnh còn lại là một trong số 2n – 2 đỉnh còn lại của đa giác.

Số cách chọn một đường kính (mà hai đầu mút là hai đỉnh trong số 2n đỉnh của đa giác) là n. Suy ra số cách chọn 3 đỉnh trong số 2n đỉnh của đa giác để chúng tạo thành một tam giác vuông là $n(2n-2)$.

Vì xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là 0,2 nên

$$\frac{n(2n-2)}{C_{2n}^3}=0,2 \Leftrightarrow \frac{6n(2n-2)}{2n(2n-1)(2n-2)}=\frac{1}{5} \Leftrightarrow n=8.$$

Có 10 học sinh lớp A, 9 học sinh lớp B và 8 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ các học sinh nói trên. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất hai học sinh lớp A.

LỜI GIẢI

Chọn 5 học sinh bất kỳ trong 27 học sinh có C_{27}^5 cách. Vậy số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{27}^5$.

Gọi biến cố X: ''5 học sinh được chọn lớp nào cũng có và học sinh lớp A ít nhất là hai ''. Có các trường hợp thuận lợi cho X sau :

Trường hợp 1 : 5 học sinh được chọn có 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C. Số cách chọn là $C_{10}^2.C_9^2.C_8^1$.

Trường hợp 2 : 5 học sinh được chọn có 2 học sinh lớp A, 1 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C. Số cách chọn là $C_{10}^2.C_9^1.C_8^2$.

Trường hợp 3 : 5 học sinh được chọn có 3 học sinh lớp A, 1 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C. Số cách chọn là $C_{10}^3.C_9^1.C_8^1$.

Số trường hợp thuận lợi cho A là : $n(A)=C_{10}^2.C_9^2.C_8^1+C_{10}^2.C_9^1.C_8^2+C_{10}^3.C_9^1.C_8^1=32940$ cách. Xác suất cần tìm $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{32940}{C_{27}^5}=\frac{122}{299}$

Bài 6: Tổ I có 5 học sinh nam, 6 nữ. Tổ II có 7 nữ, 4 nam. Chọn ngẫu nhiên mỗi tổ 2 học sinh để được 4 học sinh. Tính xác suất của các biến cố sau:

a). 4 học sinh được chọn gồm 2 nam, 2 nữ.

b). Trong 4 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nữ.

LỜI GIẢI

Chọn 2 học sinh trong 11 học sinh ở tổ I có C_{11}^2 cách. Chọn 2 học sinh trong 11 học sinh ở tổ II có C_{11}^2 cách. Không gian mẫu $n(\Omega)=C_{11}^2.C_{11}^2=3025$ cách.

a). Gọi biến cố A "4 học sinh được chọn gồm 2 nam, 2 nữ". Số trường hợp thuận lợi cho A là:

Trường hợp 1: Tổ I chọn được 2 nam và tổ II chọn được 2 nữ, có $C_5^2.C_7^2$ cách.

Trường hợp 2: Tổ I chọn được 2 nữ và tổ II chọn được 2 nam, có $C_6^2.C_4^2$ cách.

Trường hợp 3: Mỗi tổ đều chọn được 1 nam và 1 nữ, có $C_5^1.C_6^1.C_7^1.C_4^1$ cách.

Số thuận lợi cho A là $n(A)=C_5^2.C_7^2+C_6^2.C_4^2+C_5^1.C_6^1.C_7^1.C_4^1=1140$ cách.

Xác suất cần tìm: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1140}{3025}=\frac{228}{605}$.

b). Gọi biến cố B "4 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nữ". Số trường hợp thuận lợi cho B là:

Trường hợp 1: Tổ I chọn được 2 nam và tổ II chọn được 1 nam và 1 nữ, có $C_5^2.C_4^1.C_7^1$ cách.

Trường hợp 2: Tổ I chọn được 1 nam và 1 nữ và tổ II chọn được 2 nam, có $C_5^1C_6^1.C_4^2$ cách.

Số thuận lợi cho B là $n(B)=C_5^2.C_4^1.C_7^1+C_5^1C_6^1.C_4^2=460$ cách.

Xác suất cần tìm: $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{460}{3025}=\dfrac{92}{605}$.

Gọi A là tập hợp các số có ba chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập hợp A, tính xác suất để trong ba số được chọn có đúng một số có mặt chữ số 4.

LỜI GIẢI

Số phần tử của A là $A_5^3=60$ số.

Các phần tử thuộc tập A mà không có mặt chữ số 4 là $A_4^3=24$ số.

Các phần tử thuộc tập A mà có mặt chữ số 4 là : $60-24=36$.

Số cách chọn ba phần tử khác nhau thuộc tập A là $n(\Omega)=C_{60}^3$.

Số cách chọn ba phần tử khác nhau thuộc tập A trong đó có đúng một phần tử có mặt chữ số 4 là $C_{36}^1.C_{24}^2$. Kết luận xác suất cần tìm là $P=\dfrac{C_{36}^1.C_{24}^2}{C_{60}^3}=\dfrac{2484}{8555}$.

Một lớp học có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. giáo viên chủ nhiệm chọn 5 em học sinh để lập một tốp ca hát chào mừng ngày khai giảng. Tính xác suất sao cho trong đó có ít nhất một học sinh nữ.

LỜI GIẢI

Chọn ngẫu nhiên 5 em học sinh trong 35 em của lớp có C_{35}^5 cách chọn. Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{35}^5$.

Gọi biến cố A là ''Chọn được 5 học sinh trong đó có ít nhất một em nữ''. Suy ra $\overline{A}$ là biến cố '' Chọn được 5 học sinh trong đó không có học sinh nữ'' có nghĩa 5 em được chọn đều là nam. Số kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là $n(\overline{A})=C_{20}^5$.

Vì A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nhau nên $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{C_{20}^5}{C_{35}^5}=\dfrac{2273}{2387}$.