BÀI 6 : KHÁI NIỆM BIẾN NGẪU NHIÊN RỜI RẠC

1 . Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc

Đại lượng X được gọi là một biến ngẫu nhiên rời rạc nếu nó nhận giá trị bằng số thuộc một tập hữu hạn nào đó và giá trị ấy là ngẫu nhiên, không dự đoán trước được.

2 . Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc

Giả sử X là một biến ngẫu nhiên rời rạc nhận các giá trị $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Để hiểu rõ hơn về X, ta thường quan tâm tới xác suất để X nhận giá trị x_k tức là các số $P(X = x_k) = p_k$ với $k = 1, 2, ..., n$.

Các thông tin về X như vậy được trình bày dưới dạng bảng sau đây :

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

Bảng 1

Bảng 1 được gọi là bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X. Người ta chứng minh được rằng trong bảng 1, tổng các số ở dòng thứ hai bằng $p_1 + p_2 + ... + p_n = 1$.

3 . Kì vọng

Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Kì vọng của X, kí hiệu là $E(X)$, là một số được tính theo công thức

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + ... + x_np_n = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i$$

ở đó $p_i = P(X = x_i),\ (i = 1, 2, ..., n)$.

Ý nghĩa : E(X) là một số cho ta một ý niệm về độ lớn trung bình của X. Vì thế kì vọng E(X) còn được gọi là giá trị trung bình của X.

Nhận xét : Kì vọng của X không nhất thiết thuộc tập các giá trị của X.

4 . Phương sai và độ lệch chuẩn

a . Phương sai

Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Phương sai của X, kí hiệu là V(X), là một số được tính theo công thức

$$V(X) = (x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + ... + (x_n - \mu)^2 p_n$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 p_i$$

Ở đó $p_i = P(X = x_i)\ (i = 1, 2, ..., n)$ và $\mu = E(X)$.

Ý nghĩa: Phương sai là một số không âm. Nó cho ta một ý niệm về mức độ phân tán các giá trị của X xung quanh giá trị trung bình. Phương sai càng lớn thì độ phân tán này càng lớn.

b . Độ lệch chuẩn

Căn bậc hai của phương sai, kí hiệu là $\sigma(X)$, được gọi là độ lệch chuẩn của X, nghĩa là

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$.

BÀI TẬP

Một thùng phiếu có 30 phiếu trong đó có 3 phiếu trúng thưởng. Một người bốc ngẫu nhiên 3 phiếu. Gọi X là số phiếu trúng thưởng mà người đó bốc được. Hãy lập bảng phân bố xác suất cho biến ngẫu nhiên X.

LỜI GIẢI

Gọi X là số phiếu trúng thưởng $\Rightarrow X = \{0,1,2,3\}$

Biến cố $X=0$ có nghĩa là trong 3 cả 3 vé đều không trúng. Vậy $P(X=0)=\dfrac{C_{27}^3}{C_{30}^3}=\dfrac{585}{812}$.

Biến cố $X=1$ có nghĩa là trong 3 vé có 1 vé trúng và 2 vé không trúng. Vậy $P(X=1)=\dfrac{C_3^1C_{27}^2}{C_{30}^3}=\dfrac{1053}{4060}$.

Biến cố $X=2$ có nghĩa là trong 3 vé có 2 vé trúng và 1 vé không trúng. Vậy $P(X=2)=\dfrac{C_3^2C_{27}^1}{C_{30}^3}=\dfrac{81}{4060}$.

Biến cố $X=3$ có nghĩa là trong cả 3 vé đều được giải. Vậy $P(X=3)=\dfrac{C_3^3}{C_{30}^3}=\dfrac{1}{4060}$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{585}{812}$	$\dfrac{1053}{4060}$	$\dfrac{81}{4060}$	$\dfrac{1}{4060}$

1. Một bình đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ, chọn 5 bi. Gọi X là số bi đỏ:

a). Lập bảng phân phối xác suất của X.

b). Số bi đỏ trung bình sau 1 lần lấy.

LỜI GIẢI

Gọi X là số bi đỏ X = {0, 1, 2, 3, 4}.

Biến cố (X = 0) có nghĩa là cả 5 viên bi được chọn không có bi đỏ.

Vậy $P(X=0)=\dfrac{C_6^5}{C_{10}^5}=\dfrac{1}{42}$

Biến cố (X= 1) có nghĩa là chọn được 1 bi đỏ và 4 bi xanh.

Vậy $P(X=1)=\dfrac{C_4^1C_6^4}{C_{10}^5}=\dfrac{5}{21}$

Biến cố (X = 2) có nghĩa là chọn được 2 bi đỏ và 3 bi xanh.

Vậy $P(X=2)=\dfrac{C_4^2C_6^3}{C_{10}^5}=\dfrac{10}{21}$.

Lý luận tương tự ta có : $P(X=3)=\dfrac{C_4^3C_6^2}{C_{10}^5}=\dfrac{5}{21}$, $P(X=4)=\dfrac{C_4^4C_6^1}{C_{10}^5}=\dfrac{1}{42}$

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3	4

P	$\frac{1}{42}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{1}{42}$

Một nhóm có 7 người, trong đó gồm có 4 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người. Gọi X là số nữ được chọn.
a). Hãy lập bảng phân bố xác suất của X.
b). Tính kỳ vọng $E(X)$ và phương sai $V(X)$.

LỜI GIẢI

Gọi X là số nữ được chọn $\Rightarrow X=\{0,1,2,3\}$

Biến cố $X=0$ có nghĩa là, 3 người được chọn đều nam. Vậy $P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_7^3}=\frac{4}{35}$.

Biến cố $X=1$ có nghĩa là: chọn được 1 nữ và 2 nam. Vậy $P(X=1)=\frac{C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\frac{18}{35}$.

Biến cố $X=2$ có nghĩa là: chọn được 2 nữ và 1 nam. Vậy $P(X=2)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_7^3}=\frac{12}{35}$.

Biến cố $X=3$ có nghĩa là chọn được 3 bạn đều nữ. Vậy $P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_7^3}=\frac{1}{35}$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

Kì vọng: $E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0.\frac{4}{35}+1.\frac{18}{35}+2.\frac{12}{35}+3.\frac{1}{35}=\frac{9}{7}$

Phương sai: $V(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-\left(E(X)\right)^2=0^2.\frac{4}{35}+1^2.\frac{18}{35}+2^2.\frac{12}{35}+3^2.\frac{1}{35}-\left(\frac{9}{7}\right)^2=\frac{24}{49}$

4. Một tổ gồm 6 nam và 4 nữ. Chọn 4 em đi lao động. Gọi X là số nữ:
a). Lập bảng phân phối của X.
b). Tính E(X).

LỜI GIẢI

a). Không gian mẫu chọn 4 bạn bất kỳ trong 10 bạn có $n(\Omega)=C_{10}^4$ cách chọn.

Tập các giá trị của X là {0, 1, 2, 3, 4} và giá trị của X là ngẫu nhiên không đoán trước được nên X là một biến ngẫu nhiên rời rạc.

Để lập bảng phân phối xác suất của X, ta lần lượt tính các xác suất $P(X=0)$, $P(X=1)$, $P(X=2)$, $P(X=3)$, $P(X=4)$.

$P(X=0)$ là xác suất trong 4 bạn được chọn không có bạn nào là nữ, tức 4 bạn được chọn đều là nam: $P(X=0)=\frac{C_6^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{14}$

$P(X=1)$ là xác suất trong 4 bạn được chọn có 1 bạn nữ và 3 bạn nam: $P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^3}{C_{10}^4}=\frac{8}{21}$.

Tương tự: $P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{7}$, $P(X=3)=\frac{C_4^3C_6^1}{C_{10}^4}=\frac{4}{35}$, $P(X=4)=\frac{C_4^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{210}$.

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{210}$

b). Tính Kì vọng:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0\cdot\frac{1}{14}+1\cdot\frac{8}{21}+2.\frac{3}{7}+3.\frac{4}{35}+4.\frac{1}{210}=\frac{8}{5}$$

Bài 3: Một nhóm trẻ gồm 6 bé trai và 4 bé gái. Chọn ngẫu nhiên 3 bé. Gọi X là số bé gái trong 3 bé được chọn.
a). Lập bảng phân phối xác suất của biến X.
b). Tính kỳ vọng $E(X)$ và phương sai $V(X)$.

LỜI GIẢI

Gọi X là số bé gái $\Rightarrow X=\{0,1,2,3\}$

Biến cố $X=0$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn không có bé gái nào (chọn được cả 3 bé đều là bé trai).

Vậy $P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$.

Biến cố $X=1$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn, có 1 bé gái và 2 bé trai. Vậy $P(X=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$.

Biến cố $X=2$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn, có 2 bé gái và 1 bé trai. Vậy $P(X=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$.

Biến cố $X=3$ có nghĩa là trong 3 bé được chọn đều là bé gái. Vậy $P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

Kì vọng: $E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0.\frac{1}{6}+1.\frac{1}{2}+2.\frac{3}{10}+3.\frac{1}{30}=\frac{6}{5}$

Phương sai: $V(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-(E(X))^2=0^2.\frac{1}{6}+1^2.\frac{1}{2}+2^2.\frac{3}{10}+3^2.\frac{1}{30}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{14}{25}$

5. Một xạ thủ có xác suất bắn trúng hồng tâm là 0,3. Xạ thủ đó bắn 4 lần. Gọi X là số lần bắn trúng hồng tâm. Lập bảng phân phối xác suất của X. Tính E(X), V(X).

LỜI GIẢI

Gọi A_i là biến cố "Xạ thủ bắn trúng hồng tâm lần thứ i". Theo đề bài ta có $P(A_i)=0,3 \Rightarrow P(\overline{A_i})=0,7$

.

$P(X=0)$ có nghĩa trong 4 lần bắn xạ thủ không bắn trúng hồng tâm lần nào.

$P(X=0)=P(\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}).P(\overline{A_4})=(0,7)^4=0,2401$

$P(X=1)$ có nghĩa trong 4 lần bắn có 1 lần bắn trúng hồng tâm còn 3 lần kia không trúng.

$P(X=1)=P(A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}\cup\overline{A_1}\cap A_2\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}\cup\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap A_3\cap\overline{A_4}\cup\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap A_4)$

$=P(A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4})+P(\overline{A_1}\cap A_2\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4})+P(\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap A_3\cap\overline{A_4})+P(\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap A_4)$

$=P(A_1).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}).P(\overline{A_4})+P(\overline{A_1}).P(A_2).P(\overline{A_3}).P(\overline{A_4})+P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(A_3).P(\overline{A_4})+$

$+P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3}).P(A_4)=4.(0,7)^3.0,3=0,4116$.

Tương tự ta tính được :

$P(X=2)=P(A_1\cap A_2\cap\overline{A_3}\cap\overline{A_4}\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap A_3\cap\overline{A_4}\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cap A_4\cup\overline{A_1}\cap A_2\cap A_3\cap\overline{A_4}\cup$

$\overline{A_1}\cap A_2\cap\overline{A_3}\cap A_4\cup\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap A_3\cap A_4)$.

$P(X=2)=6.(0,3)^2.(0,7)^2=0,2646$.

$P(X=3)=4.(0,3)^3.0,7=0,0756$

$P(X=4)=(0,3)^4=0,0081$

Bảng phân phối xác suất của X:

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3	4
P	0,2401	0,4116	0,2646	0,0756	0,0081

$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_ip_i=0.0,2401+1.0,4116+2.0,2646+3.0,0756+4.0,0081=1,2$.

$V(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-(E(X))^2=0^2.0,2401+1^2.0,4116+2^2.0,2646+3^2.0,0756+4^2.0,0081-1,2^2=0,84$

6. Ba xạ thủ độc lập cùng bắn vào một cái bia. Xác suất bắn trúng bia của người 1, 2, 3 lần lượt là 0.6, 0.7, 0.8. Ký hiệu X là số viên đạn trúng bia.

a). Lập bảng phân phối xác suất của X.

b). Tính E(X), V(X).

LỜI GIẢI

a). X là số viên đạn trúng bia $\Rightarrow X=\{0,1,2,3\}$

Gọi A là biến cố "Người thứ nhất bắn trúng bia", theo đề có

$P(A)=0,6\Rightarrow P(\overline{A})=0,4$.

Gọi B là biến cố "Người thứ hai bắn trúng bia", theo đề có

$P(B)=0,7 \Rightarrow P(\overline{B})=0,3$.

Gọi C là biến cố "Người thứ nhất bắn trúng bia", theo đề có

$P(C)=0,8 \Rightarrow P(\overline{C})=0,2$.

$P(X=0)=P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C})=P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(\overline{C})=0,4.0,3.0,2=0,024$.

$$P(X=1)=P(A\cap\overline{B}\cap\overline{C}\cup\overline{A}\cap B\cap\overline{C}\cup A\cap B\cap\overline{C})=P(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)$$

$$=P(A)P(\overline{B})P(\overline{C})+P(\overline{A})P(B)P(\overline{C})+P(\overline{A})P(\overline{B})P(C)$$

$$=0,6.0,3.0,2+0,4.0,7.0,2+0,4.0,3.0,8=0,188.$$

$$P(X=2)=P(A\cap B\cap\overline{C}\cup A\cap\overline{B}\cap C\cup\overline{A}\cap B\cap C)=P(A\cap B\cap\overline{C})+P(A\cap\overline{B}\cap C)+P(\overline{A}\cap B\cap C)$$

$$=P(A).P(B).P(\overline{C})+P(A).P(\overline{B}).P(C)+P(\overline{A}).P(B).P(C)$$

$$=0,6.0,7.0,2+0,6.0,3.0,8+0,4.0,7.0,8=0,452$$

$P(X=3)=P(A\cap B\cap C)=P(A).P(B).P(C)=0,6.0,7.0,8=0,336$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	0,024	0,188	0,452	0,336

b). Ta có :

Kì vọng:

$$E(X)=\sum_{i=0}^{3}x_ip_i=x_0p_0+x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3=0.0,024+1.0,188+2.0,452+3.0,336=2,1$$

Phương sai:

$$V(X)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-(E(X))^2=o^2.0,024+1^2.0,188+2^2.0,452+3^2.0,336-(2,1)^2=0,61$$

7. Một người đi từ nhà đến cơ quan phải đi qua ngã tư A, B, C có điều khiển giao thông. Xác suất để gặp đèn đỏ theo thứ tự ở các ngã tư A, B, C lần lượt là 0.2, 0.4, 0.5. Gọi X là số lần gặp đèn đỏ ở các ngã tư A, B, C.

a). Lập bảng phân phối xác suất của X.

b). Biết thời gian chờ đèn đỏ mỗi ngã tư là 1 phút. Hỏi trung bình mỗi lần đi từ nhà đến cơ quan người đó phải chờ đèn đỏ mất bao nhiêu phút?

LỜI GIẢI

Gọi X là số lần gặp đèn đỏ ở các ngã tư A, B, C $\Rightarrow X=\{0,1,2,3\}$.

Gọi A "Gặp đèn đỏ ở ngã tư A" $\Rightarrow P(A)=0,2 \Rightarrow P(\overline{A})=0,8$.

Gọi B "Gặp đèn đỏ ở ngã tư B" $\Rightarrow P(B)=0,4 \Rightarrow P(\overline{B})=0,6$.

Gọi C "Gặp đèn đỏ ở ngã tư C" $\Rightarrow P(C)=0,5 \Rightarrow P(\overline{C})=0,5$.

$P(X=0)=P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C})=P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(\overline{C})=0,8.0,6.0,5=0,24$.

$P(X=1)=P(A\cap\overline{B}\cap\overline{C}\cup\overline{A}\cap B\cap\overline{C}\cup\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)=P(A\cap\overline{B}\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})+P(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)$

$=P(A).P(\overline{B}).P(\overline{C})+P(\overline{A}).P(B).P(\overline{C})+P(\overline{A}).P(\overline{B}).P(C)$

$=0,2.0,6.0,5+0,8.0,4.0,5+0,8.0,6.0,5=0,46$.

$P(X=2)=P(A\cap B\cap\overline{C}\cup A\cap\overline{B}\cap C\cup\overline{A}\cap B\cap C)=P(A\cap B\cap\overline{C})+P(A\cap\overline{B}\cap C)+P(\overline{A}\cap B\cap C)$

$=P(A).P(B).P(\overline{C})+P(A).P(\overline{B}).P(C)+P(\overline{A}).P(B).P(C)$

$=0,2.0,4.0,5+0,2.0,6.0,5+0,8.0,4.0,5=0,26$.

$P(X=3)=P(A\cap B\cap C)=P(A).P(B).P(C)=0,2.0,4.0,5=0,04$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	0,24	0,46	0,26	0,04

b). Bước đầu tiên ta phải tính Kì vọng của X:

$E(X)=0.0,24+1.0,46+2.0,26+3.0,04=1,1$

Vậy thời gian người đó phải chờ đèn đỏ trung bình khi đi từ nhà đến cơ quan là 1,1.1 = 1,1 phút.

9. Một cổ bài tú lơ khơ rút ra 3 lá.

a). Tính xác suất để được một con ách.

b). Tính xác suất để được một con hình(con tây).

c). Gọi X là số con tây được lấy ra. Lập bảng phân phối xác suất của X.

d). Gọi Y là số con đỏ rút ra (gồm Rô và Cơ). Lập bảng phân phối xác suất của Y.

LỜI GIẢI

Một cổ bài tú lơ khơ có 52 lá bài, tổng các trường hợp rút 3 lá trong 52 lá: $n(\Omega)=C_{52}^{3}$.

a). Gọi A là biến cố "Rút chỉ được một con ách". Có nghĩa là rút chỉ được 1 con ách trong 4 con ách và 2 con còn lại trong 48 con còn lại. Số trường hợp xảy ra thuận lợi cho A là: $n(A)=C_{4}^{1}.C_{48}^{2}$.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{4}^{1}.C_{48}^{2}}{C_{52}^{3}}=\dfrac{1128}{5525}\approx 0,204$.

b). Gọi B là biến cố "Rút chỉ được một con hình". Có nghĩa là rút chỉ được 1 con hình trong 12 con hình và 2 con còn lại trong 40 con còn lại. Số trường hợp xảy ra thuận lợi cho B là: $n(B)=C_{12}^{1}.C_{40}^{2}$.

Vậy $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{12}^{1}.C_{40}^{2}}{C_{52}^{3}}=\dfrac{36}{85}\approx 0,4235$.

c). Gọi X là số con tây được lấy ra thì X = {0, 1, 2, 3}.

Trong bộ Tú lơ khơ có 12 con tây (J, Q, K) và 40 con còn lại không phải con tây.

Cả 3 con bài lấy ra đều không phải là tây: $P(X=0)=\dfrac{C_{40}^3}{C_{52}^3}=\dfrac{38}{85}$

Có 1 con tây và 2 con kia không phải là tây: $P(X=1)=\dfrac{C_{12}^1.C_{40}^2}{C_{52}^3}=\dfrac{36}{85}$

Có 2 con tây và 1 con kia không phải là tây: $P(X=2)=\dfrac{C_{12}^2.C_{40}^1}{C_{52}^3}=\dfrac{132}{1105}$.

Cả 3 con đều là tây: $P(X=3)=\dfrac{C_{12}^3}{C_{52}^3}=\dfrac{11}{1105}$.

Lập bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{38}{85}$	$\dfrac{36}{85}$	$\dfrac{132}{1105}$	$\dfrac{11}{1105}$

d). Gọi Y là số con đỏ rút ra thì Y = {0, 1, 2, 3}.

Trong bộ Tú lơ khơ có 26 con đỏ (gồm Rô và Cơ) và 26 con còn lại đen (gồm Chuồn và Pich).

Cả 3 con đều là con đen: $P(Y=0)=\dfrac{C_{26}^3}{C_{52}^3}=\dfrac{2}{17}$

Có 1 con đỏ và 2 con đen: $P(Y=1)=\dfrac{C_{26}^1.C_{26}^2}{C_{52}^3}=\dfrac{13}{34}$

Có 2 con đỏ và 1 con đen: $P(Y=2)=\dfrac{C_{26}^2.C_{26}^1}{C_{52}^3}=\dfrac{13}{34}$.

Cả 3 con đều đỏ: $P(Y=3)=\dfrac{C_{26}^3}{C_{52}^3}=\dfrac{2}{17}$.

Bảng phân phối xác suất của Y:

Y	0	1	2	3
P	$\dfrac{2}{17}$	$\dfrac{13}{34}$	$\dfrac{13}{34}$	$\dfrac{2}{17}$

11. Xác suất của một người bắn trúng hồng tâm là 0,3

a). Người này bắn 3 lần độc lập liên tiếp. Gọi X là số lần bắn trúng hồng tâm. Lập bảng phân phối xác suất của X. Tính kỳ vọng của X.

b). Trong câu này giả sử người này bắn n lần độc lập liên tiếp. Tính n biết rằng xác suất để bắn trúng ít nhất 1 lần trong n lần này là 0,7599.

LỜI GIẢI

a). Gọi A_i là biến cố "Xạ thủ bắn trúng hồng tâm lần thứ i" với $1 \le i \le 3, i \in ¥$.

Theo đề bài ta có $P(A_i)=0,3 \Rightarrow P(\overline{A_i})=0,7$.

$P(X=0)$ có nghĩa trong 4 lần bắn xạ thủ không bắn trúng hồng tâm lần nào.

$P(X=0)=P(\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})=0,7^3=0,343$.

$P(X=1)$ có nghĩa trong 3 lần bắn có 1 lần bắn trúng hồng tâm còn 2 lần kia không trúng.

$P(X=1)=P(A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}\cup\overline{A_1}\cap A_2\cap\overline{A_3}\cup\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap A_3)$

$=P(A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3})+P(\overline{A_1}\cap A_2\cap\overline{A_3})+P(\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap A_3)$

$=P(A_1).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})+P(\overline{A_1}).P(A_2).P(\overline{A_3})+P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(A_3)$ $=3.(0,7)^2.0,3=0,441$.

Tương tự ta tính được :

$P(X=2)=P(A_1\cap A_2\cap\overline{A_3}\cup A_1\cap\overline{A_2}\cap A_3\cup\overline{A_1}\cap A_2\cap A_3)=3.(0,3)^2.0,7=0,189$

$P(X=3)=P(A_1\cap A_2\cap A_3)=(0,3)^3=0,027$.

Bảng phân phối xác suất của X:

X	0	1	2	3
P	0,343	0,441	0,189	0,027

Kì vọng của X:

$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_ip_i=0.0,343+1.0,441+2.0,189+3.0,027=0,9$.

b). Gọi A là biến cố trong n lần bắn độc lập có ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm. Biến cố đối $\overline{A}$ trong n lần bắn độc lập không có lần nào bắn trúng hồng tâm.

Theo đề bài ta có $P(A)=0,7599\Rightarrow P(\overline{A})=1-0,7599=0,2401$

Ngoài ra có $P(\overline{A})=0,7^n$.

Từ đó suy ra $0,7^n=0,2401\Leftrightarrow 0,7^n=0,7^4\Leftrightarrow n=4$.