

Chủ đề 1: Công thức nghiệm của phương trình $ax+by=c$.

I. Kiến thức cần nhớ

Tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by = c$ luôn có vô số nghiệm. Tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi đường thẳng (d): $ax + by = c$.

- Nếu $a \neq 0$ và $b = 0$ thì phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \frac{c}{a} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$ và đường thẳng (d)

song song với trục tung.

- Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{c}{b} \end{cases}$ và đường thẳng (d)

song song với trục hoành.

- Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì phương trình có nghiệm $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \end{cases}$ và đường

thẳng (d) có đồ thị là hàm số $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$.

B, Bài tập

Bài 1. Cho phương trình $3x - 2y = 1$.

- a) Viết công thức nghiệm tổng quát và biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm nghiệm của phương trình.

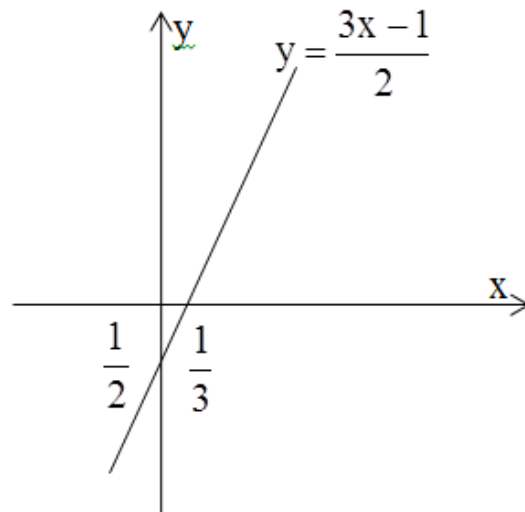
Giải

a) Ta có $3x - 2y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{3x - 1}{2}$

hoặc $x = \frac{2y + 1}{3}$

Công thức nghiệm của phương trình là:

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{3x - 1}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{2y + 1}{3} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$



b) Ta có

$$3x - 2y = 1 \Leftrightarrow y = \frac{3x - 1}{2} = x + \frac{x - 1}{3}$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x - 1}{2} (t \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = x + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$$

Vậy nghiệm nguyên của phương trình là $(x = 1 + 2t; y = 1 + 3t)$ với $t \in \mathbb{Z}$.

Bài 2. Xác định phương trình bậc nhất hai ẩn có các nghiệm là $(1; -3)$ và $(-2; 0)$. Viết công thức nghiệm tổng quát của phương trình đó.

Giải

Xét phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng tổng quát $ax + by = c$ ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$).

+ Thay $x = 1; y = -3$ và phương trình ta có: $a - 3b = c$ (1)

+ Thay $x = -2; y = 0$ vào phương trình ta có: $-2a = c$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được $a - 3b = -2a \Leftrightarrow 3a = 3b \Rightarrow a = b$. Khi đó phương trình có dạng $ax + ay = -2a \Leftrightarrow x + y = -2$ (do $a \neq 0$).

Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = -x - 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -y - 2 \\ y \in \mathbb{R}. \end{cases}$

Bài 3: Viết công thức nghiệm của các phương trình sau và biểu diễn tập nghiệm trên mặt phẳng tọa độ.

a) $3x - y = \frac{1}{2}$

b) $x + 5y = 0$

c) $\sqrt{2}x = 2$

d) $\frac{-3}{4}y = \frac{-3}{2}$

Giải:

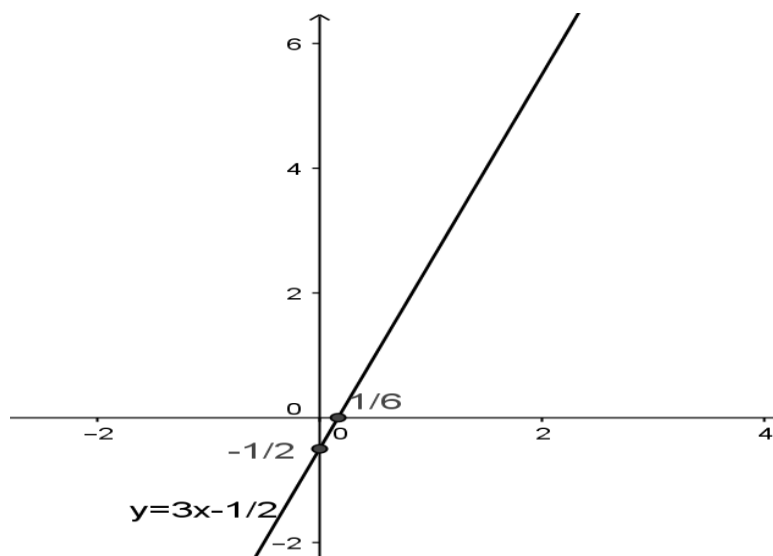
a, $3x - y = \frac{1}{2}$

Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 3x - \frac{1}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{y}{3} + \frac{1}{6} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Biểu diễn hình học:

x	0	1/6
y	-1/2	0



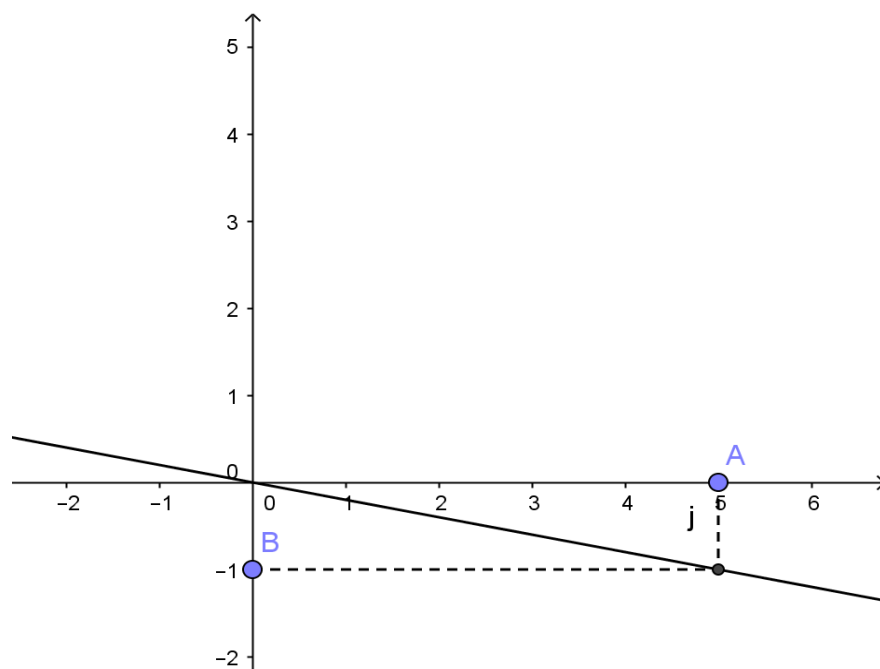
b, $x + 5y = 0$

Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{-x}{5} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -5y \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Biểu diễn hình học

x	0	5
y	0	-1



c, $\sqrt{2}x = 2$

Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} x = \frac{2}{-\sqrt{2}} = -\sqrt{2} \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Biểu diễn hình học

x	$-\sqrt{2}$	$-\sqrt{2}$
y	0	1

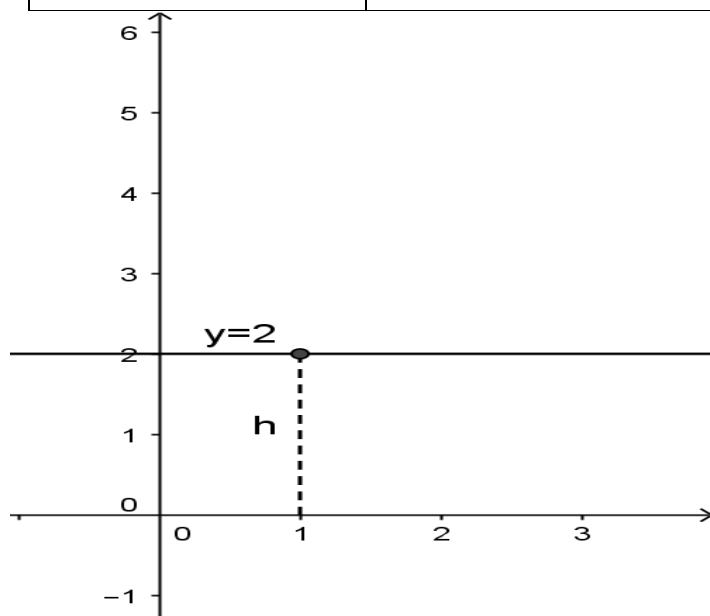
d, $\frac{-3}{4}y = \frac{-3}{2}$

Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{-3}{2} \cdot \frac{-4}{3} = 2 \end{cases}$$

Biểu diễn hình học:

x	0	1
y	2	2



Bài 4. Tìm nghiệm nguyên của các phương trình sau:

a) $x+3y=1$

b) $4x-5y=24$

Giải:

$$a, x + 3y = 2 \Leftrightarrow y = \frac{2-x}{3}$$

Để phương trình có nghiệm nguyên thì $x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow (2-x):3 \Leftrightarrow (2-x) \in B(\pm 3)$$

$$\Leftrightarrow (2-x) \in \{0; \pm 3; \pm 6; \pm 9; \dots\}$$

$$2-x=0 \Rightarrow x=2-0=2$$

$$2-x=3 \Rightarrow x=2-3=-1$$

$$2-x=6 \Rightarrow x=2-6=-4\dots$$

$$\text{Hay } 2-x = B(\pm 3) \Rightarrow x = 2 - B(\pm 3)$$

Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} x = 2 - B(\pm 3) \\ y = \frac{2-x}{3} \end{cases}$$

$$b, 4x - 5y = 24 \Leftrightarrow y = \frac{4x-24}{5} = \frac{4(x-6)}{5}$$

$$\text{Để phương trình có nghiệm nguyên } \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x-6):5 \Leftrightarrow (x-6) \in B(\pm 5)$$

$$\Leftrightarrow (x-6) \in \{0; \pm 5; \pm 10; \pm 15; \pm 20; \dots\}$$

$$x-6=0 \Leftrightarrow x=0+6=6$$

$$x-6=5 \Leftrightarrow x=5+6=11$$

$$x-6=10 \Leftrightarrow x=10+6=16$$

$$\text{Hay } x-6=B(\pm 5) \Leftrightarrow x=B(\pm 5)+6$$

Công thức nghiệm tổng quát của phương trình là:

$$\begin{cases} x = B(\pm 5) + 6 \\ y = \frac{4(x-6)}{5} \end{cases}$$