

## VẤN ĐỀ 4: PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Phương trình mũ là phương trình có chứa ẩn ở số mũ của lũy thừa.

**Phương trình mũ cơ bản:**  $a^x = m$  với  $0 < a \neq 1$ .

- + Nếu  $m \leq 0$  thì phương trình vô nghiệm.
- + Nếu  $m > 0$  thì  $a^x = m \Leftrightarrow x = \log_a m$ .

**Ví dụ mở đầu:** Giải các phương trình sau:

- a)  $10^x = 1$ .      b)  $2^x = 8$ .      c)  $4^x = -4$ .      d)  $e^x = 5$ .      e)  $3^x = 2$ .
- f)  $3^x = \frac{1}{27}$ .      g)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 9$ .      h)  $5^{x^2-5x+1} = 1$ .      i)  $5^{2^x} = 1$ .

**Lời giải:**

- a)  $10^x = 1 \Leftrightarrow x = \log 1 = 0$ .
- b)  $2^x = 8 \Leftrightarrow x = \log_2 8 = 3$ .
- c)  $4^x = -4$  vô nghiệm, vì  $4^x > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .
- d)  $e^x = 5 \Leftrightarrow x = \ln 5$ .
- e)  $3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$ .
- f)  $3^x = \frac{1}{27} \Leftrightarrow x = \log_3 \left(\frac{1}{27}\right) \Leftrightarrow x = \log_3 3^{-3} = -3$ .
- g)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 9 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{1}{2}} 9 \Leftrightarrow x = -\log_2 9 \Leftrightarrow x = -2\log_2 3$ .
- h)  $5^{x^2-5x+1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = \log_5 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ .
- i)  $5^{2^x} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2^x} = \log_5 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$  vô nghiệm, vì  $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

### **Bài tập trắc nghiệm: PHƯƠNG TRÌNH MŨ CƠ BẢN**

**Câu 1.** Phương trình  $5^{2x-1} = 1$  có nghiệm là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = \frac{1}{2}$ .      C.  $x = \frac{1}{3}$ .      D.  $x = 0$ .

**Câu 2.** Giải phương trình  $3^{x-1} = 4$ . Ta có tập nghiệm bằng

A.  $\{1 - \log_4 3\}$ .      B.  $\{1 - \log_3 4\}$ .      C.  $\{1 + \log_4 3\}$ .      D.  $\{1 + \log_3 4\}$ .

**Câu 3.** Số nghiệm của phương trình  $2^{2x^2-7x+5} = 1$  là

A. 2.      B. 1.      C. 0.      D. 3.

**Câu 4.** Nghiệm của phương trình  $2^{x+1} + 5 \cdot 2^x - 2^{x+2} = 21$  là

A.  $x = \log_2 7$ .      B.  $x = 16$ .      C.  $x = \log_2 3$ .      D.  $x = 3$ .

**Câu 5.** Tích các nghiệm của phương trình  $2^{x^2-5x+6} = 1$  là

A. 2.      B. 0.      C. 4.      D. 6.

**Câu 6.** Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình:  $7^{x^2-5x+9} = 343$ . Tổng  $x_1 + x_2$  bằng

A. 5.      B. 3.      C. 4.      D. 2.

**Câu 7.** Nghiệm của phương trình  $3^{x-2} \cdot 5^{x-1} \cdot 7^x = 245$  là

A.  $x = 2$ .      B.  $x = 4$ .      C.  $x = 5$ .      D.  $x = 3$ .

**Câu 8.** Để phương trình  $3^{-|x|} = m$  có hai nghiệm phân biệt thì  $m$  phải thỏa mãn

A.  $0 < m < 1$ .      B.  $m \neq 0$ .      C.  $m > 1$ .      D.  $m < 0$ .

**Câu 9.** Tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $2^{2x-1} + m^2 - m = 0$  có nghiệm là

A.  $m < 0$ .      B.  $0 < m < 1$ .      C.  $m > 1$ .      D.  $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$ .

**Câu 10.** Xác định  $m$  để phương trình  $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0$  có nghiệm.

A.  $m \in (0; 1)$ .      B.  $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$ .      C.  $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .      D.  $m \in (0; +\infty)$ .

## MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP THƯỜNG GẶP

### DẠNG 1: ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

#### 1. Phương pháp

**Loại 1:** Cơ số  $a$  là hằng số thỏa mãn:  $0 < a \neq 1$

+  $a^{f(x)} = a^b \Leftrightarrow f(x) = b$ .

+  $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ .

**Loại 2:** Cơ số  $a$  có chứa ẩn:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a > 0 \\ (a-1)[f(x) - g(x)] = 0 \end{cases}$$

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $x^{\log 4} + 4^{\log x} = 32$  là

- A.  $x = 100$ .      B.  $x = 10; x = 100$ .      C.  $x = 10$ .      D.  $x = 20; x = 100$ .

**Câu 12.** Nghiệm của phương trình  $3^{x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$  là

- A.  $x = \frac{1}{3}$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = \frac{6}{7}$ .      D.  $x = \frac{7}{6}$ .

**Câu 13.** Nghiệm của phương trình  $5^{|4x-6|} = 25^{3x-4}$  là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = \frac{14}{5}$ .      D.  $x = \frac{7}{5}$ .

**Câu 14.** Tập nghiệm của phương trình  $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^{2x}$  bằng

- A.  $\{1\}$ .      B.  $\{4\}$ .      C.  $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$ .      D.  $\left\{-\frac{1}{8}\right\}$ .

**Câu 15.** Gọi  $x_1, x_2$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình  $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$ . Khi đó  $x_1^2 + x_2^2$  bằng

- A. 3.      B. 4.      C. 5.      D. 6.

**Câu 16.** Nghiệm của phương trình  $5^{x+1} - 5^x = 2 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x$  là

- A.  $x = \log_{\frac{5}{2}} 4$ .      B.  $x = \log_{\frac{5}{2}} \frac{8}{3}$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $x = \log_{\frac{5}{2}} \frac{5}{3}$ .

**Câu 17.** Phương trình  $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$  có nghiệm là

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = -2$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 18.** Phương trình  $7^{\lg x} - 5^{\lg x+1} = 3 \cdot 5^{\lg x-1} - 13 \cdot 7^{\lg x-1}$  có nghiệm là

- A.  $x = 100$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 10$ .      D.  $x = \frac{1}{10}$ .

**Câu 19.** Nghiệm của phương trình  $8^{\frac{2x-1}{x+1}} = 0,25 \cdot (\sqrt{2})^{7x}$  là

- A.  $x = -1; x = \frac{2}{7}$ .      B.  $x = -1, x = -\frac{2}{7}$ .      C.  $x = 1, x = -\frac{2}{7}$ .      D.  $x = 1, x = \frac{2}{7}$ .

**Câu 20.** Nghiệm của phương trình  $0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}$  là

- A.  $x = 4$ .                      B.  $x = 5$ .                      **C.  $x = 6$ .**                      D.  $x = 7$ .

**Câu 21.** Nghiệm của phương trình  $\left(\frac{2}{5}\right)^x \left(\frac{25}{8}\right)^x = \frac{125}{64}$  là

- A.  $x = 2$ .                      **B.  $x = 3$ .**                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = 4$ .

**Câu 22.** Tích hai nghiệm của phương trình  $\sqrt[4]{3} \cdot 243^{\frac{2x+3}{x+8}} = \frac{1}{9} \cdot 9^{\frac{x+8}{x+2}}$  là

- A.  $-\frac{102}{41}$ .                      B.  $-\frac{186}{41}$ .                      **C.  $-\frac{248}{41}$ .**                      D.  $-\frac{62}{41}$ .

**Câu 23.** Cho các phương trình: (I):  $3^{x+2} + 3^{x-2} = 0$ ; (II):  $3^{x^2+1} = \sqrt[3]{6}$ ; (III):  $5^{x-2} = 2^{2-x}$ .

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. (I) và (II) đều vô nghiệm và (III) có nghiệm duy nhất.**  
B. (I) và (III) đều vô nghiệm và (II) có nghiệm duy nhất.  
C. (II) và (III) đều vô nghiệm và (I) có nghiệm duy nhất.  
D. Cả 3 phương trình (I), (II), (III) đều vô nghiệm.

**Câu 24.** Giải phương trình  $(x+2)^{x^2-x-5} = (x+2)^{x+10}$ , ta được tập nghiệm là

- A.  $\{-1; -5; 3\}$ .                      **B.  $\{-1; 5\}$ .**                      C.  $\{-1; 3\}$ .                      D.  $\{-1; -3; 5\}$ .

## **DẠNG 2: PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA**

### **1. Phương pháp**

Với phương trình không cùng cơ số dạng:  $a^{f(x)} = b^{g(x)}$  ( $a, b$  dương, khác 1 và nguyên tố cùng nhau).

Lấy lôgarit cơ số  $a$  (hoặc  $b$ ) cho hai vế, ta được:

$$a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a [a^{f(x)}] = \log_a [b^{g(x)}] \Leftrightarrow f(x) = g(x) \cdot \log_a b$$

**Chú ý:**

- Một số phương trình ta nên rút gọn trước khi lấy lôgarit cả 2 vế.
- Phương trình có cơ số khác nhau nhưng số mũ bằng nhau:

$$m \cdot a^{f(x)} = n \cdot b^{f(x)} \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = \frac{n}{m} \quad (\text{vì } b^{f(x)} > 0) \Leftrightarrow f(x) = \log_{\frac{a}{b}} \frac{n}{m}$$

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 25. Giải phương trình  $3^{4^x} = 4^{3^x}$ , ta có tập nghiệm là

- A.  $\left\{ \log_{\frac{3}{4}}(\log_3 4) \right\}$ . B.  $\left\{ \log_{\frac{2}{3}}(\log_3 2) \right\}$  C.  $\left\{ \log_{\frac{4}{3}}(\log_4 3) \right\}$  D.  $\left\{ \log_{\frac{4}{3}}(\log_3 4) \right\}$ .

Câu 26. Nghiệm của phương trình  $3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2}{x}} = 15$  là

- A.  $x=1$ . B.  $x=2; x=-\log_3 5$ .  
C.  $x=4$ . D.  $x=3; x=\log_3 5$ .

Câu 27. Phương trình  $3^{x-1} \cdot 5^{\frac{2x-2}{x}} = 15$  có một nghiệm dạng  $x = -\log_a b$ , với  $a$  và  $b$  là các số nguyên dương lớn hơn 1 và nhỏ hơn 8. Khi đó  $a+2b$  bằng

- A. 13. B. 8. C. 3. D. 5.

Câu 28. Nghiệm của phương trình  $9 \cdot x^{\log_9 x} = x^2$  là

- A.  $x=12$ . B.  $x=9$ . C.  $x=6$ . D.  $x=3$ .

Câu 29. Nghiệm của  $4^x - 3^{\frac{x-1}{2}} = 3^{\frac{x+1}{2}} - 2^{2x-1}$  cũng là nghiệm của phương trình

- A.  $2x^2 + x - 3 = 0$ . B.  $2x^2 - 5x + 3 = 0$ . C.  $3x^2 - 5x + 2 = 0$ . D.  $3x^2 - 5x - 2 = 0$ .

Câu 30. Giải phương trình  $2^{x^2-2x} = 3$ , ta có tập nghiệm bằng

- A.  $\left\{ 1 + \sqrt{1 + \log_2 3}; 1 - \sqrt{1 + \log_2 3} \right\}$ . B.  $\left\{ -1 + \sqrt{1 + \log_2 3}; -1 - \sqrt{1 + \log_2 3} \right\}$ .  
C.  $\left\{ 1 + \sqrt{1 - \log_2 3}; 1 - \sqrt{1 - \log_2 3} \right\}$ . D.  $\left\{ -1 + \sqrt{1 - \log_2 3}; -1 - \sqrt{1 - \log_2 3} \right\}$ .

Câu 31. Giải phương trình  $2^{x^2-1} = 5^{x+1}$ , ta có tập nghiệm bằng

- A.  $\{1; 1 - \log_2 5\}$ . B.  $\{-1; 1 + \log_2 5\}$ . C.  $\{-1; 1 - \log_2 5\}$ . D.  $\{1; -1 + \log_2 5\}$ .

Câu 32. Cho phương trình  $x^{\log x} = 1000x^2$ . Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

- A. 10. B. 1. C. 100. D. 1000.

**DẠNG 3: PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ**

**Loại 1:** Phương trình dạng  $P(a^{f(x)}) = 0$

1. Phương pháp

- + Đặt  $t = a^{f(x)}$ , điều kiện  $t > 0$ .  
+ Phương trình đã cho trở thành:  $P(t) = 0$ .

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 33.** Phương trình  $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ , ( $x_1 < x_2$ ). Giá trị của  $A = 2x_1 + 3x_2$  bằng

- A. 0.                                      B.  $4\log_2 3$ .                                      **C.  $3\log_3 2$ .**                                      D. 2.

**Câu 34.** Nghiệm của phương trình  $e^{6x} - 3e^{3x} + 2 = 0$  là

- A.  $x = 0; x = \frac{1}{3} \ln 2$ .**                                      B.  $x = -1; x = \frac{1}{3} \ln 2$ .                                      C.  $x = -1; x = 0$ .                                      D. Đáp án khác.

**Câu 35.** Nghiệm của phương trình  $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$  là

- A.  $x = 0$ .                                      B. Phương trình vô nghiệm.  
C.  $x = 3$ .                                      **D.  $x = \pm 1$ .**

**Câu 36.** Giải phương trình  $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3 \cdot (2 - \sqrt{3})^x + 2 = 0$ , ta có tập nghiệm bằng

- A.  $\{-2; 2\}$ .                                      B.  $\{1; 0\}$ .                                      **C.  $\{0\}$ .**                                      D.  $\{1; 2\}$ .

**Câu 37.** Phương trình  $5^{x-1} + 5 \cdot 0,2^{x-2} = 26$  có tổng các nghiệm là

- A. 4.**                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 38.** Phương trình  $3^{1+x} + 3^{1-x} = 10$

- A. có hai nghiệm âm.                                      B. vô nghiệm.  
C. có hai nghiệm dương.                                      **D. có một nghiệm âm và một nghiệm dương.**

**Câu 39.** Phương trình  $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  trong đó  $x_1 < x_2$ , chọn phát biểu đúng.

- A.  $2x_1 + x_2 = 0$ .                                      **B.  $x_1 + 2x_2 = -1$ .**                                      C.  $x_1 + x_2 = -2$ .                                      D.  $x_1 \cdot x_2 = -1$ .

**Câu 40.** Phương trình  $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$  có nghiệm

- A.  $x = 1; x = 2$ .                                      B.  $x = -1; x = 1$ .                                      **C.  $x = 0; x = 1$ .**                                      D.  $x = -1; x = 0$ .

**Câu 41.** Phương trình  $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$  có tổng các nghiệm bằng

- A. 1.**                                      B. 0.                                      C. -1.                                      D. -2.

**Câu 42.** Cho phương trình  $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$ . Tổng  $x_1 + x_2$  bằng

- A.  $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$ .                                      **B. 2.**                                      C. 4.                                      D.  $6 + 4\sqrt{2}$ .

**Câu 43.** Tích hai nghiệm của phương trình  $2^{2x^4+4x^2-6} - 2 \cdot 2^{x^4+2x^2-3} + 1 = 0$  bằng

- A. -9.                                      **B. -1.**                                      C. 1.                                      D. 9.

**Câu 44.** Tập nghiệm của phương trình  $2 \cdot 2^{\sin^2 x} - 2^{\cos^2 x} = 3$  là

- A.  $x = (2k + 1)\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                                      B.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

C.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

D.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 45.** Số nghiệm nguyên của phương trình  $4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} = -8$  là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

**Câu 46.** Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình  $9^x - 3^x + m = 0$  có nghiệm?

A.  $m > \frac{1}{4}$ .

B.  $m > 0$ .

C.  $m \leq \frac{1}{4}$ .

D.  $m < 0$ .

**Câu 47.** Tìm  $m$  để phương trình  $9^x - m \cdot 3^x + 1 = 0$  có 1 nghiệm.

A.  $m = \pm 2$ .

B.  $m = 2$ .

C.  $m = -2$ .

D.  $m > 2$ .

**Câu 48.** Tìm  $m$  để phương trình  $9^x - m \cdot 3^x + 1 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt.

A.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ .

B.  $m > 2$ .

C.  $-2 < m < 2$ .

D.  $m < -2$ .

**Câu 49.** Tìm  $m$  để phương trình  $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$  có đúng 3 nghiệm.

A.  $2 < m < 3$ .

B.  $m > 3$ .

C.  $m = 2$ .

D.  $m = 3$ .

**Câu 50.** Phương trình  $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 = 3$  khi

A.  $m = 4$ .

B.  $m = 2$ .

C.  $m = 1$ .

D.  $m = 3$ .

**Câu 51.** Tìm  $m$  để phương trình  $4^x - 2(m+1) \cdot 2^x + 3m - 8 = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

A.  $-1 < m < 9$ .

B.  $m < \frac{8}{3}$ .

C.  $\frac{8}{3} < m < 9$ .

D.  $m < 9$ .

**Câu 52.** Để phương trình  $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3)4^x + 6m+5 = 0$  có hai nghiệm trái dấu thì  $m$  phải thỏa mãn điều kiện nào?

A.  $-4 < m < -1$ .

B.  $-1 < m < \frac{3}{2}$ .

C.  $-1 < m < \frac{-5}{6}$ .

D. Không tồn tại  $m$ .

**Câu 53.** Cho phương trình:  $2^{3x} - 6 \cdot 2^x - \frac{1}{2^{3(x-1)}} + \frac{12}{2^x} = 1$  (\*). Khi đó, phương trình (\*)

A. có 2 nghiệm. B. có 1 nghiệm. C. có 3 nghiệm. D. Vô nghiệm.

**Câu 54.** Phương trình  $\log_2(4^x + 2k^3) = x$  có 2 nghiệm phân biệt khi

A.  $k < \frac{1}{2}$ .

B.  $k = \frac{1}{2}$ .

C.  $k > 0$ .

D.  $0 < k < \frac{1}{2}$ .

**Câu 55.** Phương trình  $(m-2) \cdot 2^{2(x^2+1)} - (m+1) \cdot 2^{x^2+2} + 2m = 6$  có nghiệm khi

A.  $2 \leq m \leq 9$ .

B.  $2 < m < 9$ .

C.  $2 < m \leq 9$ .

D.  $2 \leq m < 9$ .

**Câu 56.** Cho đường cong  $(C_1): y = 3^x(3^x - m + 2) + m^2 - 3m$  và  $(C_2): y = 3^x + 1$ . Tìm  $m$  để  $(C_1)$  và  $(C_2)$  tiếp xúc nhau?

A.  $\frac{5-\sqrt{40}}{3}$ .

B.  $\frac{5+3\sqrt{2}}{3}$ .

C.  $\frac{5+\sqrt{40}}{3}$ .

D.  $\frac{5-3\sqrt{2}}{3}$ .

Câu 57. Tìm  $m$  để phương trình  $9^x - 2 \cdot 3^x + 2 = m$  có nghiệm  $x \in (-1; 2)$ .

A.  $1 \leq m < 65$ .

B.  $\frac{13}{9} < m < 45$ .

C.  $1 \leq m < 45$ .

D.  $\frac{13}{9} < m < 65$ .

Câu 58. Tìm  $m$  để phương trình  $4^{|x|} - 2^{|x|+1} + 3 = m$  có đúng 2 nghiệm.

A.  $m \geq 2$ .

B.  $m \geq -2$ .

C.  $m > -2$ .

D.  $m > 2$ .

Câu 59. Tìm  $m$  để phương trình  $9^x - 6 \cdot 3^x + 5 = m$  có đúng 1 nghiệm  $x \in [0; +\infty)$ .

A.  $\begin{cases} m > 0 \\ m = 4 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} m \geq 0 \\ m = -4 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} m > 0 \\ m = -4 \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m = -4 \end{cases}$ .

Câu 60. Tìm  $m$  để phương trình  $9^{x^2} - 4 \cdot 3^{x^2} + 8 = m$  có nghiệm  $x \in [-2; 1]$ .

A.  $4 \leq m \leq 6245$ .

B.  $m \geq 5$ .

C.  $m \geq 4$ .

D.  $5 \leq m \leq 6245$ .

Câu 61. Để phương trình  $9^x + \frac{54}{3^x} + 3 = m$  có nghiệm thì

A.  $m \geq 30$ .

B.  $m \geq 27$ .

C.  $m \geq 18$ .

D.  $m \geq 9$ .

Câu 62. Tìm  $m$  để phương trình  $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$  có đúng 2 nghiệm  $x \in (1; 3)$ .

A.  $3 < m < 9$ .

B.  $-13 < m < -9$ .

C.  $-9 < m < 3$ .

D.  $-13 < m < 3$ .

Câu 63. Tìm  $m$  để phương trình  $4^{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} - 14 \cdot 2^{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} + 8 = m$  có nghiệm.

A.  $-41 \leq m \leq 32$ .

B.  $m \geq -41$ .

C.  $-41 \leq m \leq -32$ .

D.  $m \leq -32$ .

Câu 64. Tìm  $m$  để phương trình  $9^{x+\sqrt{1-x^2}} - 8 \cdot 3^{x+\sqrt{1-x^2}} + 4 = m$  có nghiệm.

A.  $-12 \leq m \leq 2$ .

B.  $-12 \leq m \leq \frac{7}{9}$ .

C.  $-12 \leq m \leq 1$ .

D.  $-12 \leq m \leq \frac{13}{9}$ .

**Loại 2:** Phương trình dạng  $m \cdot a^{2 \cdot f(x)} + n \cdot (a \cdot b)^{f(x)} + p \cdot b^{2 \cdot f(x)} = 0$

### 1. Phương pháp

Chia cả 2 vế cho cơ số lớn nhất hoặc nhỏ nhất (thông thường chia cả 2 vế cho cơ số nhỏ nhất).

Ví dụ: Chia cả 2 vế cho  $b^{2 \cdot f(x)}$ , ta được:

$$m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{2 \cdot f(x)} + n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} + p = 0 \Leftrightarrow m \cdot \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}\right]^2 + n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} + p = 0 \quad (*)$$



$$\text{Đặt } t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}, \text{ điều kiện } t > 0.$$

Khi đó, phương trình (\*) trở thành:  $m.t^2 + n.t + p = 0$ .

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 65.** Phương trình  $9^{x+1} - 6^{x+1} = 3.4^x$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 4. B. 3. C. 2. **D. 1.**

**Câu 66.** Phương trình  $64.9^x - 84.12^x + 27.16^x = 0$  có nghiệm là

- A.  $x = 1; x = 2$ . B.  $x = \frac{9}{16}; x = \frac{3}{4}$ . C.  $x = -1; x = -2$ . D. Vô nghiệm.

**Câu 67.** Phương trình  $6.2^{2x} - 13.6^x + 6.3^{2x} = 0$  có tập nghiệm là tập con của tập

- A.  $\left\{-\frac{3}{2}; -1; 4; 5\right\}$ . B.  $\left\{-\frac{2}{3}; -1; \frac{1}{3}; 2\right\}$ . C.  $\{-4; -3; 1; 0\}$ . **D.  $\{-2; -1; 1; 3\}$ .**

**Câu 68.** Phương trình  $4^{\frac{1}{x}} + 6^{\frac{1}{x}} = 9^{\frac{1}{x}}$  có nghiệm là

- A.  $x = \log_{\sqrt{5+1}} \frac{3}{2}$ . B.  $x = \log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ .  
C.  $x = \log_{\sqrt{5+1}} \frac{2}{3}$ . D.  $x = \log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$ .

**Câu 69.** Phương trình  $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $\{1\}$ . B.  $\{-1; 1\}$ . C.  $\{0; 1\}$ . D.  $\emptyset$ .

**Câu 70.** Nghiệm của phương trình:  $4^{\log_2 2^x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{\log_2 4x^2}$  là

- A.  $x = 0; x = \frac{1}{4}$ . B.  $x = \frac{1}{4}$ . C.  $x = -\frac{2}{3}$ . D. Vô nghiệm.

**Loại 3:** Phương trình dạng  $a^{f(x)} + b^{f(x)} = c$  với  $a.b = 1$

### 1. Phương pháp

$$\text{Đặt } t = a^{f(x)}, (t > 0) \Rightarrow b^{f(x)} = \left(\frac{1}{a}\right)^{f(x)} = \frac{1}{a^{f(x)}} = \frac{1}{t}$$

Mở rộng: Khi  $a.b = m^2 \Leftrightarrow \frac{a}{m} \cdot \frac{b}{m} = 1$ .

Khi đó, ta chia cả 2 về phương trình cho  $m^{f(x)}$  để nhận được phương trình:

$$\left(\frac{a}{m}\right)^{f(x)} + \left(\frac{b}{m}\right)^{f(x)} = C \xrightarrow{\text{đặt } t = \left(\frac{a}{m}\right)^{f(x)}} t + \frac{1}{t} = C \rightarrow t \rightarrow x$$
$$\Rightarrow \left(\frac{b}{m}\right)^{f(x)} = \frac{1}{t}$$

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 71.** Phương trình  $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}\right)^x + \left(\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^x = 10$  có nghiệm là

A.  $x = \pm 2$ .

B.  $x = \pm 1$ .

C.  $x = \pm 4$ .

D.  $x = \pm \frac{1}{2}$ .

**Câu 72.** Phương trình  $\left(\sqrt{2}-1\right)^x + \left(\sqrt{2}+1\right)^x - 2\sqrt{2} = 0$  có tích các nghiệm bằng

A.  $-1$ .

B.  $1$ .

C.  $0$ .

D.  $2$ .

**Câu 73.** Phương trình  $\left(3+\sqrt{5}\right)^x + \left(3-\sqrt{5}\right)^x = 7.2^x$  có tập nghiệm là

A.  $\{-1; 1\}$ .

B.  $\left\{\frac{1}{2}; 4\right\}$ .

C.  $\left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$ .

D.  $\{-2; 2\}$ .

**Câu 74.** Phương trình  $\left(2+\sqrt{3}\right)^x + \left(2-\sqrt{3}\right)^x = m$  có nghiệm khi

A.  $m \in (-\infty; 5)$ .

B.  $m \in (-\infty; 5]$ .

C.  $m \in (2; +\infty)$ .

D.  $m \in [2; +\infty)$ .

**Loại 4:** Phương trình dạng  $\alpha.a^{f(x)} + \left[ \begin{array}{l} a^{f(x)}.a^{g(x)} = a^{f(x)+g(x)} \\ \frac{a^{f(x)}}{a^{g(x)}} = a^{f(x)-g(x)} \end{array} \right. + \beta.a^{g(x)} + b = 0$

## 1. Phương pháp

Đặt  $\begin{cases} u = a^{f(x)} \\ v = a^{g(x)} \end{cases}$  (điều kiện  $u > 0, v > 0$ ) đưa phương trình đã cho về phương trình dạng thuần nhất (để đưa về phương trình tích) hoặc hệ.

**Chú ý:** Khi đưa về phương trình thuần nhất thì sau đó ta khéo léo biến đổi đưa phương trình đó về phương trình tích.

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 75.** Phương trình  $4^{2x^2} - 2.4^{x^2+x} + 4^{2x} = 0$  có tích các nghiệm bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

**Câu 76.** Cho phương trình  $4^{x^2+x} + 2^{1-x^2} + 1 = 2^{(x+1)^2}$ . Tổng bình phương các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

**Câu 77.** Giải phương trình  $2^{2\sqrt{x+3}-x} - 5.2^{\sqrt{x+3}+1} + 2^{x+4} = 0$  ta được tập nghiệm bằng

A.  $\{-3; 6\}$ .

B.  $\{1; 6\}$ .

C.  $\{-3; -2\}$ .

D.  $\{-3; -2; 1\}$ .

**Câu 78.** Phương trình  $3^{x^2-2x-3} + 3^{x^2-3x+2} = 3^{2x^2-5x-1} + 1$

A. vô nghiệm.

B. có hai nghiệm thực phân biệt.

C. có ba nghiệm thực phân biệt.

D. có bốn nghiệm thực phân biệt.

**Loại 5: Một số loại đặt ẩn phụ khác**

**Câu 79.** Phương trình  $\sqrt{3^x+6} = 3^x$  có tập nghiệm là

A.  $\{-1; 1\}$ .

B.  $\{1\}$ .

C.  $\{-1; 0\}$ .

D.  $\{0; 1\}$ .

**Câu 80.** Phương trình  $\sqrt{2^x+2} + \sqrt{18-2^x} = 6$  có tập nghiệm là

A.  $\{1; \log_2 12\}$ .

B.  $\{1; \log_2 10\}$ .

C.  $\{1; 4\}$ .

D.  $\{1; \log_2 14\}$ .

**DẠNG 4: PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH VÀ ĐẶT ẨN PHỤ KHÔNG HOÀN TOÀN**

**Câu 81.** Phương trình  $8.3^x + 3.2^x = 24 + 6^x$  có tổng các nghiệm bằng

A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 3.

**Câu 82.** Phương trình  $6^x + 8 = 2^{x+1} + 4.3^x$  có tập nghiệm là

A.  $\{1; \log_3 4\}$ .

B.  $\{2; \log_3 2\}$ .

C.  $\{2; \log_3 3\}$ .

D.  $\{1; 2\}$ .

**Câu 83.** Phương trình  $x^2.2^{x+1} + 2^{|x-3|+2} = x^2.2^{|x-3|+4} + 2^{x-1}$  có nghiệm là

A.  $x = \pm \frac{1}{2}; x \geq 3$ .

B.  $x = \pm 1; x < 3$ .

C.  $x = \pm \frac{1}{4}; x < 3$ .

D. Một kết quả khác.

**Câu 84.** Phương trình  $x^2.2^x + 4x + 8 = 4.x^2 + x.2^x + 2^{x+1}$  có tập nghiệm là

A.  $\{-1; 1\}$ .

B.  $\{-1; 2\}$ .

C.  $\{-2; 1\}$ .

D.  $\{-1; 1; 2\}$ .

**Câu 85.** Phương trình  $8 - x.2^x + 2^{3-x} - x = 0$  có tập nghiệm là

A.  $\{-1; 0\}$ .

B.  $\{0\}$ .

C.  $\{1\}$ .

D.  $\{2\}$ .

**Câu 86.** Phương trình  $4^x + (x-8).2^x + 12 - 2x = 0$  có tập nghiệm là

A.  $\{1; 3\}$ .

B.  $\{-1; 1\}$ .

C.  $\{1; 2\}$ .

D.  $\{2; 3\}$ .

**Câu 87.** Phương trình  $(x+4).9^x - (x+5).3^x + 1 = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $\{-1; 0\}$ .                      B.  $\{0; 2\}$ .                      C.  $\{0; 1\}$ .                      D.  $\{-1; 1\}$ .

**Câu 88.** Phương trình  $4^{x^2} + (x^2 - 7).2^{x^2} + 12 - 4x^2 = 0$  có tập nghiệm là

- A.  $\{1; -1 \pm \sqrt{2}\}$ .                      B.  $\{-1; 0; 2\}$ .                      C.  $\{-1 \pm \sqrt{2}\}$ .                      D.  $\{0; -1 \pm \sqrt{2}\}$ .

**Câu 89.** Khi giải phương trình  $3.9^{x-2} + (3x-10).3^{x-2} + 3 - x = 0$  (\*), một học sinh lí luận qua các giai đoạn sau:

+ (I): đặt  $t = 3^{x-2}$ , điều kiện  $t > 0$ .

Khi đó: (\*) trở thành:  $3t^2 + (3x-10)t + 3 - x = 0$  (\*\*)

Ta có:  $\Delta = 9x^2 - 48x + 64 = (3x-8)^2 \geq 0$ . Suy ra (\*\*)  $\Leftrightarrow \begin{cases} t = -x + 3 & (\text{loại}) \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$

+ (II): Với  $t = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^{x-2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x-2 = -1 \Leftrightarrow x = 1$ .

+ (III): Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $x = 1$ .

Trong lí luận trên, giai đoạn nào sai?

- A. (I) và (II).                      B. (I) và (III).  
C. (II) và (III).                      D. (I), (II) và (III).

## **DẠNG 5: SỬ DỤNG TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ**

### **1. Phương pháp**

**Hướng 1:** Thực hiện các bước sau:

- + **Bước 1:** Chuyển phương trình về dạng:  $f(x) = k$  ( $k$  là hằng số).
- + **Bước 2:** Chứng minh hàm số  $y = f(x)$  đơn điệu  $\Rightarrow$  phương trình  $f(x) = k$  có nghiệm duy nhất
- + **Bước 3:** Nhẩm nghiệm  $x_0$  sao cho  $f(x_0) = k$ .
- + **Bước 4:** Kết luận  $x = x_0$  là nghiệm duy nhất của phương trình.

**Hướng 2:** Thực hiện các bước sau:

- + **Bước 1:** Chuyển phương trình về dạng:  $f(x) = g(x)$ .
- + **Bước 2:** Chứng minh hàm số  $y = f(x)$  đồng biến và hàm số  $y = g(x)$  là hàm nghịch biến

$\Rightarrow$  phương trình  $f(x) = g(x)$  có nghiệm duy nhất

+ **Bước 3:** Nhắm nghiệm  $x_0$  sao cho  $f(x_0) = g(x_0)$ .

+ **Bước 4:** Kết luận  $x = x_0$  là nghiệm duy nhất của phương trình.

**Hướng 3 [Phương pháp hàm đặc trưng]:** Thực hiện các bước sau:

+ **Bước 1:** Chuyển phương trình về dạng:  $f(u) = g(v)$  với  $\begin{cases} u = u(x) \\ v = v(x) \end{cases}$ .

+ **Bước 2:** Chứng minh hàm số  $y = f(x)$  đơn điệu. Khi đó:  $f(u) = g(v) \Leftrightarrow u = v$

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 90.** Phương trình  $3^{x+1} = 10 - x$  có tập nghiệm là

- A.  $\{1; 2\}$ .                      B.  $\{-1; 1\}$ .                      C.  $\{1\}$ .                      D.  $\{2\}$ .

**Câu 91.** Cho phương trình  $4^x = 3x + 1$ .

- A. Phương trình đã cho có nghiệm  $x = 0$ .  
B. Phương trình có đúng 2 nghiệm  $x = 0; x = 1$ .  
C. Phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 1$ .  
D. Phương trình có nhiều hơn 2 nghiệm.

**Câu 92.** Phương trình  $3^{-x} = \frac{1}{3}x + 1$  có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2 nghiệm.                      B. Vô nghiệm.                      C. 1 nghiệm.                      D. Vô số nghiệm.

**Câu 93.** Giải phương trình  $3^x + 6^x = 2^x$ . Ta có tập nghiệm là

- A.  $\{1\}$ .                      B.  $\{2\}$ .                      C.  $\emptyset$ .                      D.  $\{-1\}$ .

**Câu 94.** Số nghiệm của phương trình  $4^x + 6^x = 25x + 2$  là

- A. 3.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 2.

**Câu 95.** Cho phương trình  $3^x + 5^x = 6x + 2$ .

- A. Phương trình có đúng 2 nghiệm  $x = 0; x = 1$ .  
B. Phương trình có đúng 3 nghiệm.  
C. Phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 1$ .  
D. Phương trình vô nghiệm.

**Câu 96.** Cho phương trình  $2^{x^2-x} - 2^{x+8} + x^2 = 8 + 2x$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Tính  $x_1^3 + x_2^3$ .

- A. 28.                      B. 65.                      C. 9.                      D. 72.

**Câu 97.** Phương trình  $2^{x^2} + x^2 - 6 = 0$

- A. vô nghiệm.                      B. có hai nghiệm thực dương.  
C. có hai nghiệm thực trái dấu.                      D. có một nghiệm thực duy nhất.

**DẠNG 6: MỘT SỐ DẠNG PHƯƠNG TRÌNH KHÁC**

- Câu 98.** Tất cả các giá trị của  $x$  thỏa mãn  $x + 1 = 3^{\log_3(x+1)}$  là  
A.  $x \neq -1$ .      B.  $x \in \mathbb{R}$ .      C.  $x > -1$ .      D.  $x = 0$ .
- Câu 99.** Số nghiệm của phương trình  $2^{x+\sqrt{2x+5}} - 2^{1+\sqrt{2x+5}} + 2^{6-x} - 32 = 0$  là  
A. 4.      B. 2.      C. 1.      D. 3.
- Câu 100.** Nghiệm của phương trình  $(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x = 3x^2$  là  
A.  $x = 2; x = -3$ .      B.  $x = 0; x = -1$ .      C.  $x = -1; x = 1$ .      D. Đáp án khác.
- Câu 101.** Tích các nghiệm của phương trình  $6^x - 5^x + 2^x = 3^x$  bằng  
A. 4.      B. 3.      C. 0.      D. 1.
- Câu 102.** Số nghiệm của phương trình  $(\cos 36^\circ)^x + (\cos 72^\circ)^x = 3 \cdot 2^{-x}$  là  
A. 3.      B. 2.      C. 1.      D. 4.
- Câu 103.** Giả sử phương trình  $9^x - 2^{\frac{x+1}{2}} = 2^{\frac{x+3}{2}} - 3^{2x-1}$  có nghiệm là  $a$ . Khi đó giá trị biểu thức  $a + \frac{1}{2} \log_9 2$  bằng  
A.  $1 - \frac{1}{2} \log_9 2$ .      B. 1.      C.  $1 - \log_9 2$ .      D.  $\frac{1}{2} \log_9 2$ .
- Câu 104.** Phương trình  $4^{x^2+mx+m+1} - 4^{2x^2+(m+2)x+2m} = x^2 + 2x + m - 1$   
A. vô nghiệm với  $\forall m \in \mathbb{R}$ .  
B. có ít nhất 1 nghiệm thực với  $\forall m \in \mathbb{R}$ .  
C. có ít nhất một nghiệm thực với  $m \leq 2$ .  
D. có thể có nhiều hơn hai nghiệm thực.
- Câu 105.** Cho phương trình  $5^{x^2+2mx+2} - 5^{2x^2+4mx+2} - x^2 - 2mx - m = 0$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình vô nghiệm?  
A.  $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$ .      B.  $m < 1$ .      C.  $0 < m < 1$ .      D.  $m > 0$ .
- Câu 106.** Phương trình  $2^{\sin^2 x} + 3^{1-\sin^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$   
A. vô nghiệm với  $\forall m \in \mathbb{R}$ .      B. có nghiệm với  $\forall m \in \mathbb{R}$ .  
C. có nghiệm với  $\forall m \in [1; 4]$ .      D. có nghiệm với  $\forall m > 0$ .

## VẤN ĐỀ 5: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

**Bất phương trình mũ cơ bản:**

Là bất phương trình có một trong các dạng sau:  $\begin{cases} a^x > m \\ a^x \geq m \\ a^x < m \\ a^x \leq m \end{cases}$  với  $0 < a \neq 1$ .

**Trong vấn đề này cần lưu ý:**

**Định lý:** Cho  $0 < a \neq 1$  và  $b, c > 0$ :

- + Khi  $a > 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$ .
- + Khi  $0 < a < 1$  thì  $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$ .

**Hệ quả:** Cho  $0 < a \neq 1$  và  $b, c > 0$ :

- + Khi  $a > 1$  thì  $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b > 1$ .
- + Khi  $0 < a < 1$  thì  $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$ .

**Chú ý:** Sử dụng kiến thức sau để xử lý các bài toán chứa tham số.

- $A(m) \leq f(x)$  có nghiệm trên  $D \Leftrightarrow A(m) \leq \max_{x \in D} f(x)$ .
- $A(m) \leq f(x)$  nghiệm đúng  $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \leq \min_{x \in D} f(x)$ .
- $A(m) \geq f(x)$  có nghiệm trên  $D \Leftrightarrow A(m) \geq \min_{x \in D} f(x)$ .
- $A(m) \geq f(x)$  nghiệm đúng  $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \geq \max_{x \in D} f(x)$ .

**DẠNG 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ DẠNG CƠ BẢN**

1. Phương pháp

Xét bất phương trình  $a^x > m$  (\*).

+ Nếu  $m \leq 0$  thì tập nghiệm là  $S = \mathbb{R}$  (vì  $a^x > 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$ ).

+ Nếu  $m > 0$  thì: (\*)  $\Leftrightarrow \begin{cases} x > \log_a m & \text{nếu } a > 1 \\ x < \log_a m & \text{nếu } 0 < a < 1 \end{cases}$

2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 107.** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{|2x-2|} > 25$  là

A.  $x > 2$ .

B.  $\begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$ .

C.  $x < 0$ .

D.  $0 < x < 2$ .

**Câu 108.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x + 2^{x+1} < 6$  là

A.  $(-\infty; 0)$ .

B.  $(-\infty; 2)$ .

C.  $(-\infty; 3)$ .

D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 109.** Nghiệm của bất phương trình  $5^{\log_3 \frac{2}{x+2}} < 1$  là

A.  $x > -2$ .

B.  $x \neq 0$ .

C.  $x > 0$ .

D.  $x < 0$ .

**Câu 110.** Nghiệm của bất phương trình  $5^{x^2-7x+12} > 1$  là

A.  $\begin{cases} x < 3 \\ x > 5 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} x < 2 \\ x > 4 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x < 3 \\ x > 4 \end{cases}$ .

D.  $3 < x < 4$ .

**Câu 111.** Bất phương trình  $2^{x^2-x} \leq 4$  có nghiệm

A.  $-2 \leq x \leq 1$ .

B.  $x \leq 1$ .

C.  $x \leq 2$ .

D.  $-1 \leq x \leq 2$ .

**Câu 112.** Bất phương trình  $2^{x-1} \cdot 3^{x+2} \geq 36$  có nghiệm

A.  $x \geq \log_6 4$ .

B.  $x \geq \log_{\frac{3}{2}} 8$ .

C.  $x \geq 2$ .

D.  $x \geq \log_6 8$ .

**DẠNG 2: ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ**

1. Phương pháp

Dùng các công thức mũ và lũy thừa đưa về dạng  $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ .

**TH1:** Cơ số  $a$  là hằng số thỏa mãn  $0 < a \neq 1$ :

+ Nếu  $a > 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ .

+ Nếu  $0 < a < 1$  thì  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ .



TH2: Cơ số  $a$  có chứa ẩn:  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)[f(x)-g(x)] > 0$ .

## 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 113.** Tập hợp các số  $x$  thỏa mãn  $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$  là

- A.  $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$ .      B.  $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$ .      C.  $\left[\frac{2}{5}; +\infty\right)$ .      D.  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$ .

**Câu 114.** Bất phương trình  $(\sqrt{2})^{x-2} > 2^{x+3}$  có tập nghiệm là

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(-\infty; -8)$ .      D.  $(6; +\infty)$ .

**Câu 115.** Nếu  $(\sqrt{6} - \sqrt{5})^x > \sqrt{6} + \sqrt{5}$  thì

- A.  $x > -1$ .      B.  $x > 1$ .      C.  $x < -1$ .      D.  $x < 1$ .

**Câu 116.** Tập nghiệm của bất phương trình  $(2 - \sqrt{3})^x > (2 + \sqrt{3})^{x+2}$  là

- A.  $(-2; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; -1)$ .      C.  $(-1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 117.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $(\sqrt{10} - 3)^{\frac{3-x}{x-1}} < (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x+1}{x+3}}$  là

- A. 1.      B. 3.      C. 0.      D. 2.

**Câu 118.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^x$  là

- A.  $(1; 2]$ .      B.  $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ .  
C.  $(1; +\infty)$ .      D. đáp án khác.

**Câu 119.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{1}{2^{\sqrt{x^2-2x}}} - \frac{2^x}{2} \leq 0$  là

- A.  $(-\infty; 0]$ .      B.  $(-\infty; 1]$ .      C.  $[2; +\infty)$ .      D.  $[0; 2]$ .

**Câu 120.** Bất phương trình  $(x+2)^{x^2+4x-8} > (x+2)^{2x}$  có tập nghiệm bằng

- A.  $(-2; -1) \cup (2; +\infty)$ .      B.  $(-4; -1) \cup (2; +\infty)$ .  
C.  $(-4; -1) \cup (4; +\infty)$ .      D.  $(-2; -1) \cup (4; +\infty)$ .

**DANG 3: PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA**

**Câu 121.** Bất phương trình  $2^{x+2} + 5^{x+1} < 2^x + 5^{x+2}$  có nghiệm.

- A.  $x > \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .    B.  $x < \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .    **C.  $x > \log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .**    D.  $x < \log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$ .

**Câu 122.** Bất phương trình  $2^{3^x} > 3^{2^x}$  có nghiệm

- A.  $x < \log_{\frac{3}{2}}(\log_2 3)$ .    B.  $x > \log_{\frac{2}{3}}(\log_2 3)$ .    C.  $x < \log_{\frac{2}{3}}(\log_2 3)$ .    **D.  $x > \log_{\frac{3}{2}}(\log_2 3)$ .**

**Câu 123.** Bất phương trình  $2^{x^2-2x-3} \leq 3^{x^2-2x-3}$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \end{cases}$ .    B.  $-1 \leq x \leq 3$ .    C.  $-3 \leq x \leq 1$ .    **D.  $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$ .**

**Câu 124.** Bất phương trình  $3^{x^2-1} \geq 2^{x-1}$  có nghiệm

- A.  $\log_3 2 - 1 \leq x \leq 1$ .    B.  $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1 + \log_3 2 \end{cases}$ .    C.  $1 \leq x \leq 1 + \log_3 2$ .    **D.  $\begin{cases} x \leq \log_3 2 - 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ .**

**DANG 4: PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ**

**Câu 125.** Đặt  $t = 5^x$  thì bất phương trình  $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$  trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A.  $t^2 - 75t + 32 < 0$ .**    B.  $t^2 - 6t + 32 < 0$ .    C.  $t^2 - 3t + 32 < 0$ .    D.  $t^2 - 16t + 32 < 0$ .

**Câu 126.** Nghiệm của bất phương trình  $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0$  là

- A.  $1 < x < 4$ .    B.  $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$ .    C.  $2 < x < 4$ .    **D.  $-4 < x < -1$ .**

**Câu 127.** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  là

- A.  $[-1; 1]$ .**    B.  $[-1; 0)$ .    C.  $(0; 1]$ .    D.  $(-1; 1)$ .

**Câu 128.** Tập nghiệm của bất phương trình  $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0$  là tập con của tập

- A.  $(-5; -2)$ .    **B.  $(-4; 0)$ .**    C.  $(1; 4)$ .    D.  $(-3; 1)$ .

**Câu 129.** Bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} - 12 > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $(0; +\infty)$ .    B.  $(-\infty; -1)$ .    **C.  $(-1; 0)$ .**    D.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 130.** Bất phương trình  $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x \leq 14$  có nghiệm

- A.  $-1 \leq x \leq 1$ .    **B.  $-2 \leq x \leq 2$ .**    C.  $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$ .    D.  $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2 \end{cases}$ .

**Câu 131.** Bất phương trình  $4^{x+\sqrt{x-1}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x-1}+1} + 16 \geq 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x = 1 \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$  . B.  $\begin{cases} x = 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$  . C.  $1 \leq x \leq 2$  . D.  $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$  .

**Câu 132.** Bất phương trình  $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$  có nghiệm là

- A.  $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$  . B.  $1 < x < 2$  . C.  $\begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$  . D. vô nghiệm.

**Câu 133.** Bất phương trình  $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$  có nghiệm là

- A.  $0 \leq x \leq 1$  . B.  $1 \leq x \leq 2$  . C.  $-2 \leq x \leq -1$  . D.  $-1 \leq x \leq 0$  .

**Câu 134.** Bất phương trình  $3^{2x+1} - (m+3)3^x - 2(m+3) < 0$  có nghiệm khi

- A.  $m = -3$  . B.  $m < -3$  . C.  $m > 0$  . D.  $m > -3$  .

**Câu 135.** Bất phương trình  $4^x - (m+2)2^{x+1} + m^2 + 2m + 2 > 0$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$  khi

- A.  $m > 1$  . B.  $m > -2$  . C.  $m < 2$  . D.  $m < -1$  .

**Câu 136.** Số giá trị nguyên âm của  $m$  để  $m \cdot 9^x - (2m+1)6^x + m \cdot 4^x \geq 0$  với  $\forall x \in [0; 1]$  là

- A. 6 . B. 4 . C. 5 . D. 3 .

**Câu 137.** Bất phương trình  $(2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4) \cdot \sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 3 \end{cases}$  . B.  $\begin{cases} x \leq -2 \\ x = 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$  . C.  $\begin{cases} x \leq -3 \\ x = 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$  . D.  $\begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 2 \end{cases}$  .

**Câu 138.** Bất phương trình  $\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8}{2^{x+1} - 1} \geq 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$  . B.  $\begin{cases} -1 < x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$  . C.  $\begin{cases} \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$  . D.  $\begin{cases} x < -1 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$  .

**Câu 139.** Bất phương trình  $\frac{2 \cdot 9^x + 4 \cdot 6^x - 4^x}{3^{x+2} - 2^{x+2}} < 2^x$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$  . B.  $\begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$  . C.  $\begin{cases} x < 0 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$  . D.  $\begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$  .

**Câu 140.** Bất phương trình  $(2^x + 1)^2 > (\sqrt{2^x + 2} - 1)^2 \cdot (2^{x+1} + 5)$  có nghiệm

- A.  $x > 2$  . B.  $x < 1$  . C.  $x < 2$  . D.  $x > 1$  .

**Câu 141.** Bất phương trình  $\sqrt{3^x + 1} + \sqrt{3^x - 2} \geq 3$  có nghiệm

- A.  $\log_3 2 \leq x \leq 3$  . B.  $x \geq 1$  . C.  $\log_3 2 \leq x \leq 1$  . D.  $x \geq 3$  .

**Câu 142.** Với điều kiện nào của tham số  $m$  thì bất phương trình  $\sqrt{3^x+3} + \sqrt{5-3^x} \leq m$  nghiệm đúng  $\forall x \in \mathbb{R}$ ?

- A.  $m \leq 2\sqrt{2}$ .      B.  $m \geq 2\sqrt{2}$ .      **D.  $m \geq 4$ .**      D.  $m \leq 4$ .

**Câu 143.** Với điều kiện nào của tham số  $m$  thì bất phương trình  $\sqrt{2^x+7} + \sqrt{2^x-2} \leq m$  có nghiệm?

- A.  $0 \leq m \leq 3$ .      B.  $3 \leq m \leq 5$ .      D.  $m \leq 3$ .      **D.  $m \geq 3$ .**

### DẠNG 5: SỬ DỤNG TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

#### 1. Phương pháp

- + Nếu  $f(x)$  đồng biến trên  $D$  và  $\forall u, v \in D$  thì  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$ .
- + Nếu  $f(x)$  nghịch biến trên  $D$  và  $\forall u, v \in D$  thì  $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v$ .

#### 2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 144.** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x > 3-x$  là

- A.  $(-\infty; 3)$ .      **B.  $(1; +\infty)$ .**      C.  $(-\infty; 1)$ .      D.  $[1; +\infty)$ .

**Câu 145.** Bất phương trình  $5^x + 3^x > 8^x$  có nghiệm

- A.  $x < 1$ .**      B.  $x > 2$ .      C.  $x < 2$ .      D.  $x > 1$ .

**Câu 146.** Bất phương trình  $6^x + 4 < 2^{x+1} + 2 \cdot 3^x$  có nghiệm

- A.  $\log_2 3 < x < 1$ .      B.  $1 < x < \log_2 3$ .      **C.  $\log_3 2 < x < 1$ .**      D.  $1 < x < \log_3 2$ .

**Câu 147.** Nghiệm của bất phương trình  $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x - 6^x + 1 > 0$  là

- A.  $x < 3$ .      B.  $x \geq 2$ .      C.  $x \in \infty$ .      **D.  $x < 2$ .**

**Câu 148.** Tập nghiệm của bất phương trình  $4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x < 5 \cdot 6^{\frac{x}{2}}$  là

- A.  $(-\infty; 4)$ .**      B.  $(4; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 5)$ .      D.  $(5; +\infty)$ .

**Câu 149.** Nghiệm của bất phương trình  $\frac{3^{2-x} + 3 - 2x}{4^x - 2} \geq 0$  là

- A.  $x \leq 0$ .      B.  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ .      C.  $x \geq 2$ .      **D.  $\frac{1}{2} < x \leq 2$ .**

**Câu 150.** Bất phương trình  $\frac{3^x + x - 4}{x^2 - x - 6} > 0$  có nghiệm

- A.  $\begin{cases} -3 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x < -3 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x < -2 \\ 1 < x < 3 \end{cases}$ .      **D.  $\begin{cases} -2 < x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$ .**