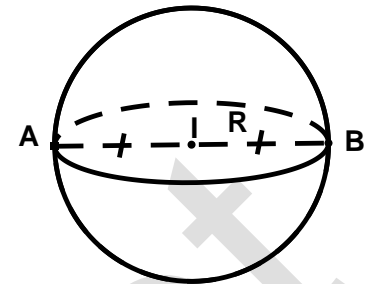


NHÓM 8.2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

I. TỔNG QUAN LÝ THUYẾT :

1/ Định nghĩa:

Cho điểm I cố định và một số thực dương R . Tập hợp tất cả những điểm M trong không gian cách I một khoảng R được gọi là mặt cầu tâm I , bán kính R .



Kí hiệu: $S(I;R) \Rightarrow S(I;R) = \{M / IM = R\}$

2/ Các dạng phương trình mặt cầu :

<p>Dạng 1 : Phương trình chính tắc</p> <p>Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R > 0$.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ </div>	<p>Dạng 2 : Phương trình tổng quát</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2)$ </div> <p>\Rightarrow Điều kiện để phương trình (2) là phương trình mặt cầu: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$</p> <ul style="list-style-type: none"> • (S) có tâm $I(a;b;c)$. • (S) có bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.
---	--

3/ Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng :

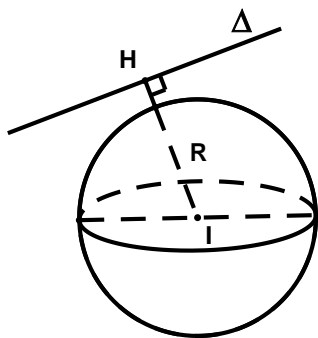
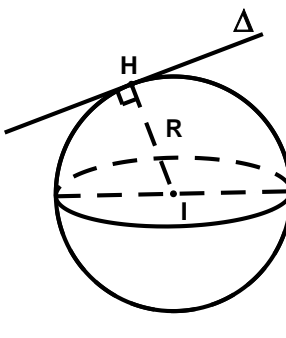
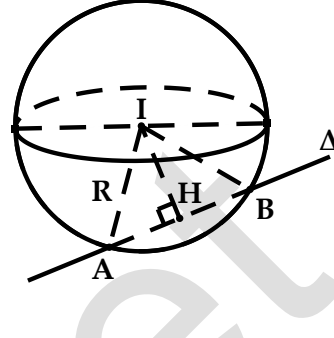
Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) . Khi đó :

<p>+ Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.</p>	<p>+ Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó: (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt cầu và H là tiếp điểm.</p>	<p>+ Nếu $d < R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$</p>

Lưu ý: Khi mặt phẳng (P) đi qua tâm I thì mặt phẳng (P) được gọi là *mặt phẳng kính* và thiết diện lúc đó được gọi là *đường tròn lớn*.

4/ Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng :

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu của I lên Δ . Khi đó :

+ $IH > R$: Δ không cắt mặt cầu.	+ $IH = R$: Δ tiếp xúc với mặt cầu. Δ là tiếp tuyến của (S) và H là tiếp điểm.	+ $IH < R$: Δ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.
		

* **Lưu ý:** Trong trường hợp Δ cắt (S) tại 2 điểm A, B thì bán kính R của (S) được tính như sau:

+ Xác định: $d(I; \Delta) = IH.$

+ Lúc đó: $R = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2}$

ĐƯỜNG TRÒN TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

* Đường tròn (C) trong không gian Oxyz, được xem là giao tuyến của (S) và mặt phẳng (α).

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

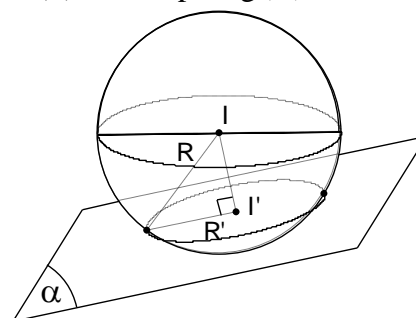
(α): $Ax + By + Cz + D = 0$

* Xác định tâm I' và bán kính R' của (C).

+ Tâm $I' = d \cap (\alpha).$

Trong đó d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mp(α)

+ Bán kính $R' = \sqrt{R^2 - (II')^2} = \sqrt{R^2 - [d(I; (\alpha))]^2}$



5/ Điều kiện tiếp xúc : Cho mặt cầu (S) tâm I, bán kính R.

+ Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (S) $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R.$

+ Mặt phẳng (α) là tiếp diện của (S) $\Leftrightarrow d(I; (\alpha)) = R.$

* **Lưu ý:** Tìm tiếp điểm $M_0(x_0; y_0; z_0).$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Sử dụng tính chất : $\begin{cases} IM_0 \perp d \\ IM_0 \perp (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{IM_0} \perp \vec{a}_d \\ \overrightarrow{IM_0} \perp \vec{n}_\alpha \end{cases}$

II. VÍ DỤ MINH HỌA :

Dạng 1:

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

Phương pháp:

* **Thuật toán 1:** Bước 1: Xác định tâm $I(a;b;c)$.

Bước 2: Xác định bán kính R của (S) .

Bước 3: Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R .

$$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

* **Thuật toán 2:** Gọi phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Phương trình (S) hoàn toàn xác định nếu biết được a, b, c, d . ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)

Bài tập 1 : Viết phương trình mặt cầu (S) , trong các trường hợp sau:

- (S) có tâm $I(2;2;-3)$ và bán kính $R=3$.
- (S) có tâm $I(1;2;0)$ và (S) qua $P(2;-2;1)$.
- (S) có đường kính AB với $A(1;3;1)$, $B(-2;0;1)$.

Bài giải:

a) Mặt cầu tâm $I(2;2;-3)$ và bán kính $R=3$, có phương trình:

$$(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$$

b) Ta có: $\overline{IP} = (1;-4;1) \Rightarrow IP = 3\sqrt{2}$.

Mặt cầu tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R = IP = 3\sqrt{2}$, có phương trình:

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 18$$

c) Ta có: $\overline{AB} = (-3;-3;0) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}$.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$.

Mặt cầu tâm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 1\right)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, có phương trình:

$$(S): \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z-1)^2 = \frac{9}{2}$$

Bài tập 2 : Viết phương trình mặt cầu (S), trong các trường hợp sau:

a) (S) qua $A(3;1;0)$, $B(5;5;0)$ và tâm I thuộc trục Ox .

b) (S) có tâm O và tiếp xúc mặt phẳng $(\alpha): 16x - 15y - 12z + 75 = 0$.

c) (S) có tâm $I(-1;2;0)$ và có một tiếp tuyến là đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$.

Bài giải:

a) Gọi $I(a;0;0) \in Ox$. Ta có: $\overline{IA} = (3-a;1;0)$, $\overline{IB} = (5-a;5;0)$.

Do (S) đi qua $A, B \Leftrightarrow IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(3-a)^2 + 1} = \sqrt{(5-a)^2 + 25} \Leftrightarrow 4a = 40 \Leftrightarrow a = 10$

$\Rightarrow I(10;0;0)$ và $IA = 5\sqrt{2}$.

Mặt cầu tâm $I(10;0;0)$ và bán kính $R = 5\sqrt{2}$, có phương trình (S): $(x-10)^2 + y^2 + z^2 = 50$

b) Do (S) tiếp xúc với $(\alpha) \Leftrightarrow d(O, (\alpha)) = R \Leftrightarrow R = \frac{75}{25} = 3$.

Mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 3$, có phương trình (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

c) Chọn $A(-1;1;0) \in \Delta \Rightarrow \overline{IA} = (0;-1;0)$.

Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (-1;1;-3)$. Ta có: $[\overline{IA}, \vec{u}_\Delta] = (3;0;-1)$.

Do (S) tiếp xúc với $\Delta \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow R = \frac{|\overline{IA}, \vec{u}_\Delta|}{|\vec{u}_\Delta|} = \frac{\sqrt{10}}{11}$.

Mặt cầu tâm $I(-1;2;0)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{10}}{11}$, có phương trình (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \frac{10}{121}$.

Bài tập 3 : Viết phương trình mặt cầu (S) biết :

a) (S) qua bốn điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$, $D(1;0;4)$.

b) (S) qua $A(0;8;0)$, $B(4;6;2)$, $C(0;12;4)$ và có tâm I thuộc mặt phẳng (Oyz) .

Bài giải:

a) **Cách 1:** Gọi $I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu (S) cần tìm.

Theo giả thiết:
$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IA = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \\ IA^2 = ID^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y + z = -1 \\ x + 7z = -2 \\ y - 4z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} .$$

Do đó: $I(-2; 1; 0)$ và $R = IA = \sqrt{26}$. Vậy $(S) : (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$.

Cách 2: Gọi phương trình mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$.

Do $A(1; 2; -4) \in (S) \Leftrightarrow -2a - 4b + 8c + d = -21 \quad (1)$

Tương tự: $B(1; -3; 1) \in (S) \Leftrightarrow -2a + 6b - 2c + d = -11 \quad (2)$

$C(2; 2; 3) \in (S) \Leftrightarrow -4a - 4b - 6c + d = -17 \quad (3)$

$D(1; 0; 4) \in (S) \Leftrightarrow -2a - 8c + d = -17 \quad (4)$

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có a, b, c, d , suy ra phương trình mặt cầu (S) :

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26 .$$

b) Do tâm I của mặt cầu nằm trên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow I(0; b; c)$.

Ta có: $IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 7 \\ c = 5 \end{cases} .$

Vậy $I(0; 7; 5)$ và $R = \sqrt{26}$. Vậy $(S) : x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 26$.

Bài tập 4: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và (S) tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha) : x + 2y + 2z + 3 = 0$ và $(\beta) : x + 2y + 2z + 7 = 0$.

Bài giải:

Gọi $I(t; -1; -t) \in \Delta$ là tâm mặt cầu (S) cần tìm.

Theo giả thiết: $d(I, (\alpha)) = d(I, (\beta)) \Leftrightarrow \frac{|1-t|}{3} = \frac{|5-t|}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t = 5-t \\ 1-t = t-5 \end{cases} \Rightarrow t = 3$.

Suy ra: $I(3; -1; -3)$ và $R = d(I, (\alpha)) = \frac{2}{3}$. Vậy $(S) : (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Bài tập 5: Lập phương trình mặt cầu (S) qua 2 điểm $A(2;6;0)$, $B(4;0;8)$ và có tâm thuộc d :

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{1}.$$

Bài giải:

Ta có $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=-5+t \end{cases}$. Gọi $I(1-t;2t;-5+t) \in d$ là tâm của mặt cầu (S) cần tìm.

Ta có: $\overline{IA} = (1+t;6-2t;5-t)$, $\overline{IB} = (3+t;-2t;13-t)$.

Theo giả thiết, do (S) đi qua A, B $\Leftrightarrow IA = BI$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(1+t)^2 + (6-2t)^2 + (5-t)^2} = \sqrt{(3+t)^2 + 4t^2 + (13-t)^2}$$

$$\Leftrightarrow 62 - 32t = 178 - 20t \Leftrightarrow 12t = -116 \Leftrightarrow t = -\frac{29}{3}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{32}{3}; -\frac{58}{3}; -\frac{44}{3}\right) \text{ và } R = IA = 2\sqrt{233}. \text{ Vậy (S): } \left(x - \frac{32}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{58}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{44}{3}\right)^2 = 932.$$

Bài tập 6: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm A, B với $AB=16$.

Bài giải:

Chọn $A(-1;1;0) \in \Delta \Rightarrow \overline{IA} = (-3;-2;1)$. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (1;-4;1)$.

$$\text{Ta có: } [\overline{IA}, \vec{u}_\Delta] = (2;4;14) \Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|\overline{IA}, \vec{u}_\Delta|}{|\vec{u}_\Delta|} = 2\sqrt{3}.$$

Gọi R là bán kính mặt cầu (S). Theo giả thiết: $R = \sqrt{[d(I, \Delta)]^2 + \frac{AB^2}{4}} = 2\sqrt{19}$.

$$\text{Vậy (S): } (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 76.$$

Bài tập 7: Cho hai mặt phẳng (P): $5x-4y+z-6=0$, (Q): $2x-y+z+7=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{7} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I là giao điểm của (P) và Δ sao cho (Q) cắt (S) theo một hình tròn có diện tích là 20π .

Bài giải:

$$\text{Ta có } \Delta: \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}. \text{ Tọa độ } I \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x = 1 + 7t & (1) \\ y = 3t & (2) \\ z = 1 - 2t & (3) \\ 5x - 4y + z - 6 = 0 & (4) \end{cases}$$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta có: $5(1+7t) - 4(3t) + (1-2t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow I(1;0;1)$.

$$\text{Ta có: } d(I, (Q)) = \frac{5\sqrt{6}}{3}.$$

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và mặt phẳng (Q) . Ta có: $20\pi = \pi r^2 \Leftrightarrow r = 2\sqrt{5}$.

R là bán kính mặt cầu (S) cần tìm.

$$\text{Theo giả thiết: } R = \sqrt{[d(I, (Q))]^2 + r^2} = \frac{\sqrt{330}}{3}. \text{ Vậy } (S): (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{110}{3}.$$

Bài tập 8: Cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2t - 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$.

Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc d và I cách (P) một khoảng bằng 2 và (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3.

Bài giải:

Gọi $I(-t; 2t-1; t+2) \in d$: là tâm của mặt cầu (S) và R là bán kính của (S) .

$$\text{Theo giả thiết: } R = \sqrt{[d(I; (P))]^2 + r^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}.$$

$$\text{Mặt khác: } d(I; (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-2t - 2t + 1 - 2t - 4 - 2|}{\sqrt{4+1+4}} = 2 \Leftrightarrow |6t+5| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{6} \\ t = -\frac{11}{6} \end{cases}$$

$$* \text{ Với } t = \frac{1}{6}: \text{ Tâm } I_1\left(-\frac{1}{6}; -\frac{2}{3}; \frac{13}{6}\right), \text{ suy ra } (S_1): \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{13}{6}\right)^2 = 13.$$

$$* \text{ Với } t = -\frac{11}{6}: \text{ Tâm } I_2\left(\frac{11}{6}; -\frac{2}{3}; \frac{1}{6}\right), \text{ suy ra } (S_2): \left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{6}\right)^2 = 13.$$

Bài tập 9: Cho điểm $I(1;0;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho ΔIAB vuông tại I .

Bài giải:

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvaths/>

Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$ và $P(1; -1; 1) \in d$.

Ta có: $\vec{IP} = (0; -1; -2) \Rightarrow [\vec{u}, \vec{IP}] = (0; -4; -2)$. Suy ra: $d(I; d) = \frac{|\vec{u}, \vec{IP}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{20}}{3}$.

Gọi R là bán kính của (S) . Theo giả thiết, ΔIAB vuông tại I

$$\Rightarrow \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{2}{R^2} \Leftrightarrow R = \sqrt{2}IH = \sqrt{2}d(I, d) = \frac{\sqrt{40}}{3}$$

Vậy $(S) : (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}$.

Bài tập 10: (Khối A- 2011) Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z = 0$ và điểm $A(4; 4; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) , biết điểm B thuộc (S) và tam giác OAB đều.

Bài giải :

(S) có tâm $I(2; 2; 2)$, bán kính $R = 2\sqrt{3}$. Nhận xét: điểm O và A cùng thuộc (S) .

Tam giác OAB đều, có bán kính đường tròn ngoại tiếp $R' = \frac{OA}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Khoảng cách : $d(I; (P)) = \sqrt{R^2 - (R')^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Mặt phẳng (P) đi qua O có phương trình dạng : $ax + by + cz = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$) (*)

Do (P) đi qua A , suy ra: $4a + 4b = 0 \Leftrightarrow b = -a$.

Lúc đó: $d(I; (P)) = \frac{|2(a+b+c)|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|2c|}{\sqrt{2a^2+c^2}} \Rightarrow \frac{|2c|}{\sqrt{2a^2+c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow 2a^2 + c^2 = 3c^2 \Rightarrow \begin{cases} c = a \\ c = -1 \end{cases}$. Theo (*), suy ra $(P): x - y + z = 0$ hoặc $x - y - z = 0$.

Chú ý: Kỹ năng xác định tâm và bán kính của đường tròn trong không gian.

Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R . Mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) .

Bước 1: Lập phương trình đường thẳng d qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Bước 2: Tâm I' của đường tròn (C) là giao điểm của d và mặt phẳng (P) .

Bước 3: Gọi r là bán kính của (C) : $r = \sqrt{R^2 - [d(I; (P))]^2}$

Bài tập 11: Chứng minh rằng: Mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$ cắt mặt phẳng (P): $x - 2 = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn (C). Xác định tâm và bán kính của (C).

Bài giải :

* Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;0)$ và bán kính $R = 2$.

Ta có : $d(I,(P)) = 1 < 2 = R \Leftrightarrow$ mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là 1 đường tròn. (đ.p.c.m)

* Đường thẳng d qua $I(1;0;0)$ và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}_p = (1;0;0)$ làm 1 vectơ chỉ phương, có

phương trình $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

+ Tọa độ tâm I' đường tròn là nghiệm của hệ : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow I'(2;0;0)$.

+ Ta có: $d(I,(P)) = 1$. Gọi r là bán kính của (C), ta có : $r = \sqrt{R^2 - [d(I,(P))]^2} = \sqrt{3}$.

Dạng 2 :

SỰ TƯƠNG GIAO VÀ SỰ TIẾP XÚC

Phương pháp: * Các điều kiện tiếp xúc:

+ Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (S) $\Leftrightarrow d(I;\Delta) = R$.

+ Mặt phẳng (α) là tiếp diện của (S) $\Leftrightarrow d(I;(\alpha)) = R$.

* Lưu ý các dạng toán liên quan như tìm tiếp điểm, tương giao.

Bài tập 1: Cho đường thẳng $(\Delta) : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của (Δ) và (S) là :

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Bài giải:

Đường thẳng (Δ) đi qua $M(0;1;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R = 2$.

$$\text{Ta có } \overline{MI} = (1; -1; -4) \text{ và } [\vec{u}, \overline{MI}] = (-5; 7; -3) \Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{[\vec{u}, \overline{MI}]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{498}}{6}$$

Vì $d(I, \Delta) > R$ nên (Δ) không cắt mặt cầu (S) .

Lựa chọn đáp án **A**.

Bài tập 2: Cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Bài giải:

Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy , ta có : $M(0; -2; 0)$.

$\overline{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = d(I, Oy) = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Lựa chọn đáp án **B**.

Bài tập 3: Cho điểm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5\sqrt{2}$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.

Bài giải:

Đường thẳng (d) đi qua $I(-1; 2; -3)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -1) \Rightarrow d(A, d) = \frac{[\vec{u}, \overline{AM}]}{|\vec{u}|} = 5\sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.

Lựa chọn đáp án **D**.

Bài tập 4: Mặt cầu (S) tâm $I(2; 3; -1)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-11}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+25}{-2}$ tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 16$ có phương trình là:

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 17$. B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 289$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$. D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 280$.

Bài giải:

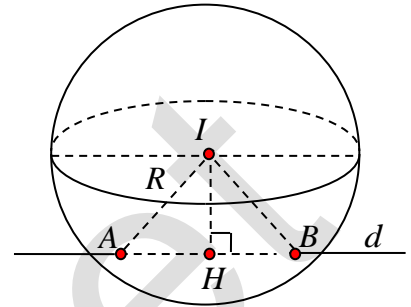
Đường thẳng (d) đi qua $M(11; 0; -25)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -2)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Ta có:

$$IH = d(I, AB) = \frac{|\vec{u}, \vec{MI}|}{|\vec{u}|} = 15 \Rightarrow R = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 17.$$

Vậy $(S) : (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Lựa chọn đáp án C.



Bài tập 5: Cho đường thẳng $d : \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $I(4; 1; 6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm I , tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

- A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$. B. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 18$.
 C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$. D. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$.

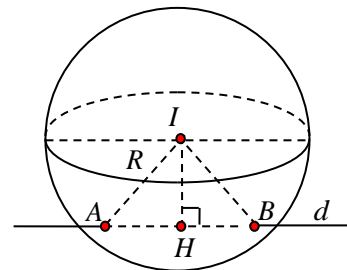
Bài giải :

Đường thẳng d đi qua $M(-5; 7; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$. Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Ta có :

$$IH = d(I, AB) = \frac{|\vec{u}, \vec{MI}|}{|\vec{u}|} = 3 \Rightarrow R = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 18$$

Vậy $(S) : (x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

Lựa chọn đáp án A.



Bài tập 8: Cho điểm $I(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

- A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$. B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$.

Bài giải:

Đường thẳng (Δ) đi qua $M = (1; 1; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Ta có $\vec{MI} = (0; -1; 2)$ và $[\vec{u}, \vec{MI}] = (5; -2; -1)$

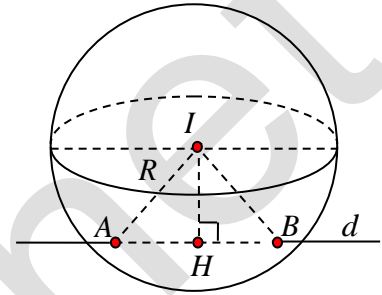
Gọi H là hình chiếu của I trên (d). Ta có :

$$IH = d(I, AB) = \frac{|[\vec{u}, \vec{MI}]|}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}.$$

Xét tam giác IAB , có $IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

Lựa chọn đáp án A.



Bài tập 9: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của mặt cầu (S) tại $A(0; 0; 5)$ biết:

- a) Tiếp tuyến có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$.
- b) Vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z + 3 = 0$.

Bài giải:

a) Đường thẳng d qua $A(0; 0; 5)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$, có phương trình $d: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$.

b) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_p = (3; -2; 2)$.

Đường thẳng d qua $A(0; 0; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có một vector chỉ phương

$$\vec{n}_p = (3; -2; 2), \text{ có phương trình } d: \begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = 2t + 5 \end{cases}.$$

Bài tập 10: Cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y + 2z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{2}$;

$\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với Δ_1 và Δ_2 đồng thời tiếp xúc với (S).

Bài giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;-1)$, $R=4$.

Ta có: Δ_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3;2;2)$.

Δ_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2;2;1)$.

Gọi \vec{n} là một vectơ pháp của mặt phẳng (P).

Do: $\begin{cases} (P) // \Delta_1 \\ (P) // \Delta_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow \text{chọn } \vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-2; -1; 2)$

Lúc đó, mặt phẳng (P) có dạng: $-2x - y + 2z + m = 0$.

Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|5+m|}{3} = 4$

$$\Leftrightarrow |5+m| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -17 \end{cases}$$

Kết luận: Vậy tồn tại 2 mặt phẳng (P) là: $-2x - y + 2z + 7 = 0$, $-2x - y + 2z - 17 = 0$.

Bài tập 11: Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$, biết tiếp diện:

a) qua $M(1;1;1)$.

b) song song với mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z - 1 = 0$.

b) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Bài giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$, bán kính $R=3$.

a) Để ý rằng, $M \in (S)$. Tiếp diện tại M có một vectơ pháp tuyến là $\overline{IM} = (2; -1; -2)$, có phương trình:

$$(\alpha): 2(x-1) - (y-1) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 2z + 1 = 0.$$

b) Do mặt phẳng $(\alpha) // (P)$ nên (α) có dạng: $x + 2y - 2z + m = 0$.

$$\text{Do } (\alpha) \text{ tiếp xúc với } (S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{3} = 3 \Leftrightarrow |m-3| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = 12 \end{cases}$$

* Với $m = -6$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x + 2y - 2z - 6 = 0$.

* Với $m = 12$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x + 2y - 2z + 12 = 0$.

c) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$.

Do mặt phẳng $(\alpha) \perp d$ nên (α) nhận $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng (α) có dạng : $2x + y - 2z + m = 0$.

Do (α) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R \Leftrightarrow \frac{|m-6|}{3} = 3 \Leftrightarrow |m-6| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 15 \end{cases}$.

* Với $m = -3$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x + 2y - 2z - 3 = 0$.

* Với $m = 15$ suy ra mặt phẳng có phương trình : $x + 2y - 2z + 15 = 0$.

HẾT

NHÓM 8.2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM :

NHẬN BIẾT THÔNG HIỂU

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu ?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$.

B. $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - y + 1 = 0$.

C. $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1$.

D. $(x + y)^2 = 2xy - z^2 - 1$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là:

(1) $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$;

(2) $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 2. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

A. $2x^2 + 2y^2 = (x + y)^2 - z^2 + 2x - 1.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 1 = 0.$

D. $(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x.$

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là :

(1) $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2;$

(2) $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Phương trình ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Ví dụ :

$$(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 1 - 4x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 1 = 0.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 3. Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình mặt cầu ?

A. $(x - 1)^2 + (2y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6.$

B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 6.$

C. $(2x - 1)^2 + (2y - 1)^2 + (2z + 1)^2 = 6.$

D. $(x + y)^2 = 2xy - z^2 + 3 - 6x.$

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có hai dạng là:

(1) $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2;$

(2) $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$

Từ đây ta có dấu hiệu nhận biết nhanh chóng, hoặc thực hiện phép biến đổi đưa phương trình cho trước về một trong hai dạng trên.

Phương trình ở các đáp án B, C, D đều thỏa mãn điều kiện phương trình mặt cầu. Ví dụ :

$$C. (2x - 1)^2 + (2y - 1)^2 + (2z + 1)^2 = 6 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}.$$

$$D. (x + y)^2 = 2xy - z^2 + 3 - 6x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 3 = 0.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 4. Cho các phương trình sau:

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$x^2 + (2y-1)^2 + z^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$$

$$(2x+1)^2 + (2y-1)^2 + 4z^2 = 16.$$

Số phương trình là phương trình mặt cầu là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } (2x+1)^2 + (2y-1)^2 + 4z^2 = 16 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = 4$$

$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 1$ là phương trình của một mặt cầu.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 5. Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm là:

A. $I(1; -2; 0)$.

B. $I(-1; 2; 0)$.

C. $I(1; 2; 0)$.

D. $I(-1; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R .

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 6. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$ có tâm là:

A. $I(4; -1; 0)$.

B. $I(-4; 1; 0)$.

C. $I(-8; 2; 0)$.

D. $I(8; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$, có tâm

$I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 7. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 1 = 0$ có tọa độ tâm và bán kính R là:

A. $I(2; 0; 0)$, $R = \sqrt{3}$.

B. $I(2; 0; 0)$, $R = 3$.

C. $I(0; 2; 0)$, $R = \sqrt{3}$.

D. $I(-2; 0; 0)$, $R = \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$, có tâm

$I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvaths/>

Câu 8. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R=3$ là:

- A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu có tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R=3$ có phương trình : $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 9. Mặt cầu $(S): (x+y)^2=2xy-z^2+1-4x$ có tâm là:

- A. $I(-2;0;0)$. B. $I(4;0;0)$. C. $I(-4;0;0)$. D. $I(2;0;0)$.

Hướng dẫn giải:

Biến đổi $(x+y)^2=2xy-z^2+1-4x \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4x-1=0$.

Vậy mặt cầu có tâm $I(-2;0;0)$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 10. Đường kính của mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=4$ bằng:

- A. 4. B. 2. C. 8. D. 16.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) có bán kính $R=2$ suy ra đường kính có độ dài $2R=4$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 11. Mặt cầu có phương trình nào sau đây có tâm là $I(-1;1;0)$?

- A. $x^2+y^2+z^2+2x-2y+1=0$. B. $x^2+y^2+z^2-2x+2y=0$.
C. $2x^2+2y^2=(x+y)^2-z^2+2x-1-2xy$. D. $(x+y)^2=2xy-z^2+1-4x$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$, có tâm

$I(a;b;c)$, bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 12. Mặt cầu $(S): 3x^2+3y^2+3z^2-6x+12y+2=0$ có bán kính bằng:

- A. $\sqrt{\frac{13}{3}}$. B. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Biến đổi $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + \frac{2}{3} = 0$ có tâm $I\left(1; -\frac{4}{3}; 0\right)$, bán kính

$$R = \sqrt{\frac{13}{3}}.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 13. Gọi I là tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. Độ dài $|\overline{OI}|$ (O là gốc tọa độ) bằng:

- A. 2. B. 4. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 2) \Rightarrow \overline{OI} = (0; 0; 2) \Rightarrow |\overline{OI}| = 2$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 14. Phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3 và tâm là giao điểm của ba trục tọa độ ?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6y = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x = 0$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R=3$ có phương trình: $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 15. Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 10y + 3z + 1 = 0$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

- A. $(2; 1; 9)$. B. $(3; -2; -4)$. C. $(4; -1; 0)$. D. $(-1; 3; -1)$.

Hướng dẫn giải:

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt cầu. Tọa độ điểm nào thỏa mãn phương trình thì điểm đó thuộc mặt cầu.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 16. Mặt cầu tâm $I(-1; 2; -3)$ và đi qua điểm $A(2; 0; 0)$ có phương trình:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 22$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 11$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 22$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 22$.

Hướng dẫn giải:

Ta có : $\overline{IA} = (3; -2; 3) \Rightarrow IA = \sqrt{22}$.

Vậy $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 22$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 17. Cho hai điểm $A(1;0;-3)$ và $B(3;2;1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y + z - 6 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $\overline{AB} = (2; 2; 4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{6}$. Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm AB nên $I(2; 1; -1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 18. Nếu mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $M(2; 2; 2)$, $N(4; 0; 2)$, $P(4; 2; 0)$ và $Q(4; 2; 2)$ thì tâm I của (S) có tọa độ là:

A. $(1; 2; 1)$.

B. $(3; 1; 1)$.

C. $(1; 1; 1)$.

D. $(-1; -1; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0, (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$.

Do $M(2; 2; 2) \in (S) \Leftrightarrow -4a - 4b + 4c + d = -12$ (1)

$N(4; 0; 2) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4c + d = -20$ (2)

$P(4; 2; 0) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4b + d = -20$ (3)

$Q(4; 2; 2) \in (S) \Leftrightarrow -8a - 4b - 4c + d = -24$ (4)

Giải hệ (1), (2), (3), (4) ta có $a = 1, b = 2, c = 1, d = -8$, suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 19. Bán kính mặt cầu đi qua bốn điểm $M(1; 0; 1)$, $N(1; 0; 0)$, $P(2; 1; 0)$ và $Q(1; 1; 1)$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Do (S) đi qua bốn điểm M, N, P, Q nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -2a - 2c + d = -2 \\ -2a + d = -1 \\ -4a - 2b + d = -5 \\ -2a - 2b - 2c + d = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{2} \\ d = 2 \end{cases} \text{ . Vậy } R = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} - 2 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 20. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0$ và 4 điểm $M(1;2;0)$, $N(0;1;0)$, $P(1;1;1)$, $Q(1;-1;2)$. Trong bốn điểm đó, có bao nhiêu điểm **không** nằm trên mặt cầu (S) ?

- A. 4 điểm. B. 2 điểm. C. 1 điểm. D. 3 điểm.

Hướng dẫn giải:

Lần lượt thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình mặt cầu (S) , ta thấy chỉ có tọa độ điểm Q thỏa mãn.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 21. Mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ có phương trình:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{3}$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{16}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I;(P)) = R \Leftrightarrow R = \frac{2}{3}$. Áp dụng công thức phương trình chính tắc của $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 22. Phương trình mặt cầu nào dưới đây có tâm $I(2;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 2 = 0$?

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

Do mặt cầu $S(I;R)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I;(P)) = R \Leftrightarrow R = 4$. Áp dụng công thức phương trình chính tắc của (S) : $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 23. Mặt cầu (S) tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua $A(5;-2;1)$ có phương trình:

A. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

B. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải:

• Bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{5}$

• Vậy phương trình của mặt cầu là: $(S): (x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 24. Phương trình mặt cầu có đường kính AB với $A(1;3;2), B(3;5;0)$ là:

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 2$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải:

• Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;4;1)$, $AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3}$

• Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$

• Vậy phương trình của mặt cầu là $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$

[Phương pháp trắc nghiệm]

• Ta có: $2R = AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow R = \sqrt{3}$.

\Rightarrow Các đáp án B và C bị loại.

• Với đáp án D thì: $(1+2)^2 + (3+4)^2 + (2+1)^2 = 3 \Leftrightarrow 67 = 3 \Rightarrow A \notin (S)$

\Rightarrow Đáp án D bị loại.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 25. Cho $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) , có phương trình là:

- A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=3$. B. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+4)^2=1$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$. D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=4$.

Hướng dẫn giải:

- Bán kính mặt cầu là: $R = d(I, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 4 - 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3$.
- Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Lựa chọn đáp án A.

HẾT

NHÓM 8.2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM :

VẬN DỤNG

Câu 1. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(5;4;-2)$. Phương trình mặt cầu đi qua điểm A và có tâm là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 65$. B. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 64$. D. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 65$.

Hướng dẫn giải:

- $(Oxy): z=0$
- Tâm I là giao điểm của d với mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow I \in d \Rightarrow I(t; 1+2t; -1-t)$
- $I \in (Oxy) \Rightarrow -1-t=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow I(-1; -1; 0) \Rightarrow \vec{IA} = (6; 5; -2)$
- Bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{6^2 + 5^2 + (-2)^2} = \sqrt{65}$
- Vậy phương trình của mặt cầu là $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 65$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 2. Cho ba điểm $A(6;-2;3)$, $B(0;1;6)$, $C(2;0;-1)$, $O(4;1;0)$. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 3 = 0$.

$$C. x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - 3z - 3 = 0.$$

$$D. x^2 + y^2 + z^2 + 2x - y + 3z - 3 = 0.$$

Hướng dẫn giải:

- Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0$, ta có :

$$\begin{cases} A(6; -2; 3) \in (S) \\ B(0; 1; 6) \in (S) \\ C(2; 0; -1) \in (S) \\ D(4; 1; 0) \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49 - 12A + 4B - 6C + D = 0 & (1) \\ 37 - 2B - 12C + D = 0 & (2) \\ 5 - 4A + 2C + D = 0 & (3) \\ 17 - 8A - 2B + D = 0 & (4) \end{cases}$$

- Lấy (1)-(2); (2)-(3); (3)-(4) ta được hệ:

$$\begin{cases} -12A + 6B + 6C = -12 \\ 4A - 2B - 14C = -32 \\ 4A + 2B + 2C = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2 \\ B = -1 \\ C = 3 \end{cases} \Rightarrow D = -3$$

- Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 3. Cho ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 2 = 0$. Phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải:

- Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0$, ta có :

$$\begin{cases} A(2; 0; 1) \in (S) \\ B(1; 0; 0) \in (S) \\ C(1; 1; 1) \in (S) \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4A - 2C + D = -5 & (1) \\ -2A + D = -1 & (2) \\ -2A - 2B - 2C + D = -3 & (3) \\ A + B + C = 2 & (4) \end{cases}$$

- Lấy (1)-(2); (2)-(3); kết hợp (4) ta được hệ:

$$\begin{cases} -2A - 2C = -4 \\ 2B + 2C = 2 \\ A + B + C = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \\ C = 1 \end{cases} \Rightarrow D = 1.$$

- Vậy phương trình mặt cầu là : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 4. Phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

- Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy , ta có $M(0; -2; 0)$.
- $\overline{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.
- Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 5. Cho các điểm $A(-2; 4; 1)$, $B(2; 0; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -2+t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua

A, B và có tâm thuộc đường thẳng d . Bán kính mặt cầu (S) bằng:

- A. $3\sqrt{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. 3. D. $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

- Tâm $I \in d \Rightarrow I(1+t; 1+2t; -2+t)$.
- $\overline{AI} = (3+t; -3+2t; -3+t)$; $\overline{BI} = (-1+t; 1+2t; -5+t)$

- Vì (S) đi qua A, B nên ta có

$$IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3+t)^2 + (-3+2t)^2 + (-3+t)^2 = (-1+t)^2 + (1+2t)^2 + (-5+t)^2$$
$$\Leftrightarrow 4t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overline{IA} = (3; -3; -3)$$

- Vậy bán kính mặt cầu (S) : $R = IA = \sqrt{3^2 + (-3)^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{3}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 6. Cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{50}$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Hướng dẫn giải:

• $d(A, d) = \frac{|\overline{BA}, \vec{a}|}{|\vec{a}|} = \frac{\sqrt{4+196+100}}{\sqrt{4+1+1}} = 5\sqrt{2}$. Trong đó $B(-1; 2; -3) \in d$

- Phương trình mặt cầu tâm $A(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5\sqrt{2}$ là

$$(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 7. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 2 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (P) và đi qua điểm $A(1; -1; 1)$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$. B. $(x-4)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.
C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Hướng dẫn giải:

- Gọi I là tâm của (S) .

$$I \in d \Rightarrow I(1+3t; -1+t; t). \text{ Bán kính } R = IA = \sqrt{11t^2 - 2t + 1}.$$

- Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (P)) = \frac{|5t+3|}{3} = R$.

$$\Leftrightarrow 37t^2 - 24t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 & \Rightarrow R = 1 \\ t = \frac{24}{37} & \Rightarrow R = \frac{77}{37} \end{cases}$$

Vì (S) có bán kính nhỏ nhất nên chọn $t = 0, R = 1$. Suy ra $I(1; -1; 0)$.

- Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 8. Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 10 = 0$.

Hướng dẫn giải:

- Gọi M là hình chiếu của $I(1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxz) , ta có: $M(1; 0; 3)$.

- $\overline{IM} = (0; -2; 0) \Rightarrow R = IM = 2$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

- Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

$$\text{Hay } x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 9. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tâm $I(1; -3; 2)$ tại điểm $M(7; -1; 5)$ có phương trình là:

- A. $6x + 2y + 3z - 55 = 0.$
- B. $3x + y + z - 22 = 0.$
- C. $6x + 2y + 3z + 55 = 0.$
- D. $3x + y + z + 22 = 0.$

Hướng dẫn giải:

- Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$
- Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M nên mặt phẳng (P) qua $M(7; -1; 5)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{IM} = (6; 2; 3)$
- Vậy phương trình mặt phẳng (P) : $6x + 2y + 3z - 55 = 0.$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 10. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:

- A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z - 26 = 0.$
- B. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc $4x + 3y - 12z + 26 = 0.$
- C. $4x + 3y - 12z - 26 = 0.$
- D. $4x + 3y - 12z + 78 = 0.$

Hướng dẫn giải:

- Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2 + 2} = 4$
- Gọi (β) là mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) .
- Vì $(\beta) // (\alpha) \Rightarrow (\beta): 4x + 3y - 12z + D = 0$ ($D \neq 10$)
- Mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu $(S) \Leftrightarrow d(I, (\beta)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 12 \cdot 3 + D|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + (-12)^2}} = 4$
 $\Leftrightarrow |D - 26| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 78 \\ D = -26 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)
- Vậy phương trình mặt phẳng $(\beta): 4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc $(\beta): 4x + 3y - 12z - 26 = 0.$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 13. Cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 2 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oz , bán kính bằng $\frac{2}{\sqrt{14}}$

và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{2}{7}$ hoặc $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{7}$.

B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{2}{7}$ hoặc $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = \frac{2}{7}$.

C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{2}{7}$ hoặc $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{7}$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{2}{7}$ hoặc $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{2}{7}$.

Hướng dẫn giải:

• Vì tâm $I \in Oz \Rightarrow I(0; 0; z)$

• Mặt cầu (S) có tâm I tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 1 \cdot z - 2|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{14}}$

$\Leftrightarrow |z - 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \Rightarrow I(0; 0; 0) \\ z = 4 \Rightarrow I(0; 0; 4) \end{cases}$

• Vậy phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = \frac{2}{7}$ hoặc $(S): x^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{7}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 14. Cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $I(4; 1; 6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tâm I tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

B. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 12$.

C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$.

D. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

• $\vec{a} = (2; -2; 1)$ là vectơ chỉ phương của d .

• Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d là trung điểm của $AB \Rightarrow HA = 3$

• Ta có: $\begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{IH} \cdot \vec{a} = 0 \end{cases}$

$H \in d \Rightarrow H(-5+2t; 7-2t; t)$

$$\Rightarrow \overline{IH} = (2t - 9; 6 - 2t; t - 6)$$

$$\bullet \overline{IH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow \overline{IH} = (-1; -2; -2) \Rightarrow IH = 3.$$

Trong ΔIAH vuông tại H có: $IA^2 = IH^2 + HA^2 = 9 + 9 = 18$

$$\bullet \text{Vậy } (S): (x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 15. Cho hai mặt phẳng (P) , (Q) có phương trình $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$. Mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt phẳng (Q) tại điểm M , biết rằng M thuộc mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ $x_M = 1$, có phương trình là:

$$\text{A. } (x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600.$$

$$\text{B. } (x+19)^2 + (y+15)^2 + (z-10)^2 = 600.$$

$$\text{C. } (x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 100.$$

$$\text{D. } (x+21)^2 + (y+5)^2 + (z-10)^2 = 600.$$

Hướng dẫn giải:

$$\bullet \text{ Vì } M \in (Oxy) \text{ và có hoành độ bằng 1 nên } M(1; y; 0).$$

$$\bullet \text{ Lại có, mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng } (Q) \text{ nên } M \in (Q) \Rightarrow M(1; -5; 0).$$

$$\bullet \text{ Gọi } I(a; b; c) \text{ là tâm của mặt cầu } (S) \text{ cần tìm.}$$

Ta có (S) tiếp xúc với mp (Q) tại M nên $IM \perp (Q)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

$$\bullet \text{ Ta có: } IM \perp (Q) \Leftrightarrow \overline{MI} = t\vec{n}, (t \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 + 2t \\ b = -5 + t \\ c = -t \end{cases}$$

$$I \in (P) \Leftrightarrow 1 + 2t - 2(-5 + t) - t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 10 \Rightarrow I(21; 5; -10).$$

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = d(I, (Q)) = 10\sqrt{6}.$$

$$\bullet \text{ Vậy phương trình mặt cầu } (S): (x-21)^2 + (y-5)^2 + (z+10)^2 = 600.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 16. Cho hai điểm $M(1; 0; 4)$, $N(1; 1; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) qua M, N và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình:

$$\text{A. } 2x + 2y + z - 6 = 0 \text{ hoặc } 2x - 2y - z + 2 = 0.$$

$$\text{B. } 4x + 2y + z - 8 = 0 \text{ hoặc } 4x - 2y - z + 8 = 0.$$

C. $2x + 2y + z - 6 = 0$.

D. $2x - 2y - z + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải:

- Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 0)$ và bán kính $R = 2$, $\overline{MN} = (0; 1; -2)$
- Gọi $\vec{n} = (A, B, C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P).
- Vì (P) qua M, N nên $\vec{n} \perp \overline{MN} \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \overline{MN} = 0 \Leftrightarrow B - 2C = 0$ (1)
- Mặt phẳng (P) qua $M(1; 0; 4)$ và nhận $\vec{n} = (A, B, C)$ là vector pháp tuyến nên có phương trình $A(x-1) + B(y-0) + C(z-4) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz - A - 4C = 0$.
- Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1.A - 1.B + 0.C - A - 4C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 2$
 $\Leftrightarrow |B + 4C| = 2\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A^2 - 4C^2 = 0$ (*)

- Trong (*), nếu $C = 0$ thì $A = 0$, và từ (1) suy ra $B = 0$ (vô lí). Do vậy $C \neq 0$.

Chọn $C = 1 \Rightarrow A = \pm 2$.

Với $A = 2, C = 1$, ta có $B = 2$. Khi đó (P): $2x + 2y + z - 6 = 0$.

Với $A = -2, C = 1$, ta có $B = 2$. Khi đó (P): $2x - 2y - z + 2 = 0$.

- Vậy phương trình mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 6 = 0$ hoặc (P): $2x - 2y - z + 2 = 0$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 17. Cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z + 4 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{AB}{6}$ có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$ hoặc $(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$.

B. $(x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{3}$ hoặc $(x-6)^2 + (y+5)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{3}$.

C. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$.

$$D. (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{3}.$$

Hướng dẫn giải:

- Ta có $\overline{AB} = (-2; 2; -2) = -2(1; -1; 1)$. Bán kính mặt cầu là $R = \frac{AB}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
- Tâm I của mặt cầu thuộc đường thẳng AB nên tọa độ I có dạng $I(1+t; -2-t; 3+t)$
- Ta có: (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Leftrightarrow d(I, (P)) = \frac{AB}{6} \Leftrightarrow \frac{|t+6|}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -5 \\ t = -7 \end{cases}$.
- $t = -5 \Rightarrow I(-4; 3; -2)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$.
- $t = -7 \Rightarrow I(-6; 5; -4)$. Mặt cầu (S) có phương trình là $(x+6)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1}{3}$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 18. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và hai mặt phẳng $(P_1): x+2y+2z-2=0$; $(P_2): 2x+y+2z-1=0$. Mặt cầu có tâm I nằm trên d và tiếp xúc với 2 mặt phẳng (P_1) , (P_2) , có phương trình:

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ hoặc $(S): \left(x + \frac{19}{17}\right)^2 + \left(y - \frac{16}{17}\right)^2 + \left(z - \frac{15}{17}\right)^2 = \frac{9}{289}$.
- B. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$ hoặc $(S): \left(x + \frac{19}{17}\right)^2 + \left(y + \frac{16}{17}\right)^2 + \left(z + \frac{15}{17}\right)^2 = \frac{9}{289}$.
- C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
- D. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

- $I \in d \Rightarrow I(2t+1; t+2; 2t+3)$
- Mặt cầu tiếp xúc với 2 mặt phẳng $\Leftrightarrow d(I, (P_1)) = d(I, (P_2))$

$$\Leftrightarrow |8t+9| = |9t+9| \Leftrightarrow \begin{cases} 8t+9 = 9t+9 \\ 8t-9 = -9t-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{-18}{17} \end{cases}$$

- $t = 0 \Rightarrow I(1; 2; 3); R = 3 \Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

$$\bullet t = -\frac{18}{17} \Rightarrow I\left(-\frac{19}{17}; \frac{16}{17}; \frac{15}{17}\right); R = \frac{3}{17} \Rightarrow (S): \left(x + \frac{19}{17}\right)^2 + \left(y - \frac{16}{17}\right)^2 + \left(z - \frac{15}{17}\right)^2 = \frac{9}{289}.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 19. Cho điểm $A(1;3;2)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 6 = 0$.

Phương trình mặt cầu (S) đi qua A, có tâm thuộc d đồng thời tiếp xúc với (P) là:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 16$ hoặc $(S): \left(x + \frac{83}{13}\right)^2 + \left(y - \frac{87}{13}\right)^2 + \left(z - \frac{70}{13}\right)^2 = \frac{13456}{169}$.

B. $(S): (x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 16$ hoặc $(S): \left(x - \frac{83}{13}\right)^2 + \left(y + \frac{87}{13}\right)^2 + \left(z + \frac{70}{13}\right)^2 = \frac{13456}{169}$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 16$.

D. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Hướng dẫn giải:

• d có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = -2t \end{cases}$$

• Gọi I là tâm mặt cầu (S) , do I thuộc d nên $I(-1+2t; 4-t; -2t)$

Theo đề bài, (S) có bán kính $R = IA = d(I, (P))$.

$$\Rightarrow \sqrt{(2-2t)^2 + (t-1)^2 + (2+2t)^2} = \frac{|2(-1+2t) - 2(4-t) - 2t - 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9t^2 - 2t + 9} = \frac{|4t - 16|}{3} \Leftrightarrow 9(9t^2 - 2t + 9) = (4t - 16)^2 \Leftrightarrow 65t^2 + 110t - 175 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{35}{13} \end{cases}$$

• Với $t = 1 \Rightarrow I(1;3;-2), R = 4 \Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 16$.

• Với $t = -\frac{35}{13} \Rightarrow I\left(-\frac{83}{13}; \frac{87}{13}; \frac{70}{13}\right); R = \frac{116}{13} \Rightarrow (S): \left(x + \frac{83}{13}\right)^2 + \left(y - \frac{87}{13}\right)^2 + \left(z - \frac{70}{13}\right)^2 = \frac{13456}{169}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 20. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 10 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$, $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{4}$. Mặt cầu (S) có tâm thuộc Δ_1 , tiếp xúc với Δ_2 và mặt phẳng (P) , có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ hoặc $\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ hoặc $\left(x + \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải:

• $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$; Δ_2 đi qua điểm $A(2; 0; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_2 = (1; 1; 4)$.

• Giả sử $I(2+t; t; 1-t) \in \Delta_1$ là tâm và R là bán kính của mặt cầu (S) .

• Ta có: $\vec{AI} = (t; t; 4-t) \Rightarrow [\vec{AI}, \vec{a}_2] = (5t-4; 4-5t; 0) \Rightarrow d(I, \Delta_2) = \frac{|\vec{AI}, \vec{a}_2|}{|\vec{a}_2|} = \frac{|5t-4|}{3}$

$d(I, (P)) = \frac{|2+t-2t-2(1-t)+10|}{\sqrt{1+4+4}} = \frac{|t+10|}{3}$.

• (S) tiếp xúc với Δ_2 và $(P) \Leftrightarrow d(I, \Delta_2) = d(I, (P)) \Leftrightarrow |5t-4| = |t+10| \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{7}{2} \\ t = -1 \end{cases}$.

• Với $t = \frac{7}{2} \Rightarrow I\left(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}; -\frac{5}{2}\right)$, $R = \frac{9}{2} \Rightarrow (S): \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}$.

• Với $t = -1 \Rightarrow I(1; -1; 2)$, $R = 3 \Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 21. Cho mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có phương trình lần lượt là $(P): 2x + 2y + z - m^2 + 4m - 5 = 0$; $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0$. Giá trị của m để (P) tiếp xúc (S) là:

A. $m = -1$ hoặc $m = 5$.

B. $m = 1$ hoặc $m = -5$.

C. $m = -1$.

D. $m = 5$.

Hướng dẫn giải:

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvaths/>

- (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0$ có tâm $I(1; -1; 1)$ và bán kính $R = 3$.
- (P) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I, (P)) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 1 - m^2 + 4m - 5|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3 \Leftrightarrow |m^2 - 4m + 4| = 9$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 4 = 9 \\ m^2 - 4m + 4 = -9 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 22. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + y - 2z + 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $A(3; -1; 1)$ và song song với mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 - 6t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2 - 6t \\ z = -1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = -1 + 6t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

- Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -1) \Rightarrow \overline{IA} = (2; 1; 2)$
- Đường thẳng d tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $\begin{cases} t = \frac{7}{2} \\ t = -1 \end{cases}$ và song song với mặt phẳng (P) nên đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overline{a_d} = [\overline{n_{(P)}}, \overline{IA}] = (4; -6; -1)$
- Vậy phương trình đường thẳng d : $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 - 6t \\ z = 1 - t \end{cases}$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 23. Cho điểm $A(2; 5; 1)$ và mặt phẳng (P): $6x + 3y - 2z + 24 = 0$, H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P). Phương trình mặt cầu (S) có diện tích 784π và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H , sao cho điểm A nằm trong mặt cầu là:

A. $(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z+1)^2 = 196$. B. $(x+8)^2 + (y+8)^2 + (z-1)^2 = 196$.

C. $(x+16)^2 + (y+4)^2 + (z-7)^2 = 196$. D. $(x-16)^2 + (y-4)^2 + (z+7)^2 = 196$.

Hướng dẫn giải:

- Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Suy ra d : $\begin{cases} x = 2 + 6t \\ y = 5 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

- Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) nên $H = d \cap (P)$.

Vì $H \in d$ nên $H(2+6t; 5+3t; 1-2t)$.

- Mặt khác, $H \in (P)$ nên ta có: $6(2+6t) + 3(5+3t) - 2(1-2t) + 24 = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Do đó, $H(-4; 2; 3)$.

- Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu.

Theo giả thiết diện tích mặt cầu bằng 784π , suy ra $4\pi R^2 = 784\pi \Rightarrow R = 14$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H nên $IH \perp (P) \Rightarrow I \in d$.

Do đó tọa độ điểm I có dạng $I(2+6t; 5+3t; 1-2t)$, với $t \neq -1$.

- Theo giả thiết, tọa độ điểm I thỏa mãn:

$$\begin{cases} d(I, (P)) = 14 \\ AI < 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|6(2+6t) + 3(5+3t) - 2(1-2t) + 24|}{\sqrt{6^2 + 3^2 + (-2)^2}} = 14 \\ \sqrt{(6t)^2 + (3t)^2 + (-2t)^2} < 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$$

Do đó: $I(8; 8; -1)$.

- Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x-8)^2 + (y-8)^2 + (z+1)^2 = 196$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 24. Cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 5 = 0$ và các điểm $A(0; 0; 4)$, $B(2; 0; 0)$. Phương trình mặt cầu đi qua O , A , B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 6$.
- C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$.

Hướng dẫn giải:

- Gọi (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .
- Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$
- (S) qua 3 điểm O , A , B , ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} d=0 \\ -8c+d=-16 \\ -4a+d=-4 \\ \frac{|2a+b-c+5|}{\sqrt{4+1+1}}=R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ c=2 \\ a=1 \\ (2+b-2+5)^2=6(1^2+b^2+2^2-0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ c=2 \\ a=1 \\ 5b^2-10b+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=2 \\ d=0 \end{cases}$$

• Vậy (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Câu 25. Cho mặt phẳng (P): $x+2y-2z+2=0$ và điểm $A(2;-3;0)$. Gọi B là điểm thuộc tia Oy sao cho mặt cầu tâm B, tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính bằng 2. Tọa độ điểm B là:

- A. (0;2;0). B. (0;-4;0). C. (0;2;0) hoặc (0;-4;0). D. (0;1;0).

Hướng dẫn giải

• Vì B thuộc tia Oy nên $B(0;b;0)$ (với $b > 0$)

• Bán kính của mặt cầu tâm B, tiếp xúc với (P) là $R = d(B,(P)) = \frac{|2b+2|}{3}$.

• Theo giả thiết $R=2 \Leftrightarrow \frac{|2b+2|}{3} = 2 \Leftrightarrow |2b+2| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+2=6 \\ 2b+2=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ b=-4 \end{cases}$.

Do $b > 0 \Rightarrow b=2$

• Vậy $B(0;2;0)$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 26. Cho hai mặt phẳng (P): $2x+3y-z+2=0$, (Q): $2x-y-z+2=0$. Phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm $A(1;-1;1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (Q) là:

A. (S): $(x+3)^2 + (y+7)^2 + (z-3)^2 = 56$. B. (S): $(x-3)^2 + (y-7)^2 + (z+3)^2 = 56$.

C. (S): $(x+3)^2 + (y+7)^2 + (z-3)^2 = 14$. D. (S): $(x-3)^2 + (y-7)^2 + (z+3)^2 = 14$.

Hướng dẫn giải:

• Gọi d đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P), ta có : $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1-t \end{cases}$

• Tâm $I \in d \Rightarrow I(1+2t;-1+3t;1-t)$.

$I \in (Q) \Rightarrow 2(1+2t) - (-1+3t) - (1-t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow I(-3;-7;3)$

• Bán kính mặt cầu là $R = IA = 2\sqrt{14}$.

- Phương trình mặt cầu (S): $(x+3)^2 + (y+7)^2 + (z-3)^2 = 56$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 27. Cho điểm $I(0;0;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường

thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

- A. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{8}{3}$. B. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{3}{2}$.
- C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{2}{3}$. D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải:

- Gọi $H(-1+t; 2t; 2+t) \in d$ là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d
 $\Rightarrow \overrightarrow{IH} = (-1+t; 2t; -1+t)$

- Ta có vectơ chỉ phương của d: $\vec{a}_d = (1; 2; 1)$ và $IH \perp d$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \vec{a}_d = 0 \Leftrightarrow -1+t+4t-1+t=0 \Leftrightarrow -2+6t=0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

$$\Rightarrow IH = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

- Vì tam giác IAB vuông tại I và $IA = IB = R$. Suy ra tam giác IAB vuông cân tại I, do đó bán kính:

$$R = IA = AB \cos 45^\circ = 2IH \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}IH = \sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

- Vậy phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{8}{3}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 28. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$. Số giao điểm của (Δ) và (S) là:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng (Δ) đi qua $M = (-2; 0; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (-1; 1; -1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I = (1; 2; -3)$ và bán kính $R=9$

Ta có $\overline{MI} = (3; 2; -6)$ và $[\vec{u}, \overline{MI}] = (-4; -9; -5)$

$$\Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|\overline{[\vec{u}, \overline{MI}]}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{366}}{3}$$

Vì $d(I, \Delta) < R$ nên (Δ) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 29. Cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Tọa độ giao điểm của (Δ) và (S) là:

A. $A(-2; 2; -3)$.

B. $A(2; 3; 2)$.

C. $A(0; 0; 2), B(-2; 2; -3)$.

D. (Δ) và (S) không cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + 2t \\ x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow t = 0 \Rightarrow A(-2; 2; -3).$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 30. Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$. Giao

điểm của (Δ) và (S) là các điểm có tọa độ:

A. $A(1; 2; -4), B(2; 2; 3)$.

B. $A(1; 2; 5), B(-2; 0; 4)$.

C. $A(2; -2; 5), B(4; 0; 3)$.

D. (Δ) và (S) không cắt nhau.

Hướng dẫn giải:

Tọa độ giao điểm là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -4 + 7t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow A(1; 2; -4) \\ t = 1 \Rightarrow B(2; 2; 3) \end{cases}$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 31. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4$ là:

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng (d) đi qua $M(1; 1; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Ta có: $IH = d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{[u, MI]}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 9.$$

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 32. Cho điểm $I(1;1;-2)$ đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 27$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 54$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng (d) đi qua $M(-1; 3; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Ta có: $IH = d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{[u, MI]}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 27.$$

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 33. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 10$. B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 12$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 8$. D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 16$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng d đi qua $M(1; 1;-2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;2;1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên d . Ta có : $IH = d(I, AB) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 10.$$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 10$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 34. Cho điểm $I(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -2+t \end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$. B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$. D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng Δ đi qua $M = (1;1;-2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;2;1)$

Ta có $\overrightarrow{MI} = (0;-1;2)$ và $[\vec{u}, \overrightarrow{MI}] = (5;-2;-1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên d . Ta có : $IH = d(I, AB) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$.

Xét tam giác IAB , có $IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

Lựa chọn đáp án A.

- Câu 35.** Cho các điểm $I(1;1;-2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+2t \\ z = 2+t \end{cases}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:
- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 36$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng d đi qua $M(-1; 3; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên d . Ta có : $IH = d(I, AB) = \frac{|\vec{u}, \vec{MI}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 36.$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 36$.

Lựa chọn đáp án A.

- Câu 36.** Cho điểm $I(1;1;-2)$ đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:
- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 24$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 18$ D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 18$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng d đi qua $M(-1; 3; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên d . Ta có : $IH = d(I, AB) = \frac{|\vec{u}, \vec{MI}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$.

$$\Rightarrow IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}.$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 24$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 37. Cho điểm $I(1;1;-2)$ đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho $IAB = 30^\circ$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 72$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 36$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 66$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng d đi qua $M(-1; 3; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Gọi H là hình chiếu của I trên d . Ta có: $IH = d(I, AB) = \frac{|\overrightarrow{[u, MI]}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{18}$.

$$\Rightarrow R = IA = 2\sqrt{18}.$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 72$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 38. Phương trình mặt cầu có tâm $I(3; \sqrt{3}; -7)$ và tiếp xúc trục tung là:

- A. $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 58$. B. $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 61$.
C. $(x+3)^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-7)^2 = 58$. D. $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 12$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(3; \sqrt{3}; -7)$ trên $Oy \Rightarrow H(0; \sqrt{3}; 0) \Rightarrow R = IH = \sqrt{58}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 + (z+7)^2 = 58$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 39. Phương trình mặt cầu có tâm $I(\sqrt{5}; 3; 9)$ và tiếp xúc trục hoành là:

- A. $(x-\sqrt{5})^2 + (y-3)^2 + (z-9)^2 = 90$. B. $(x-\sqrt{5})^2 + (y-3)^2 + (z-9)^2 = 14$.
C. $(x+\sqrt{5})^2 + (y+3)^2 + (z+9)^2 = 86$. D. $(x+\sqrt{5})^2 + (y+3)^2 + (z+9)^2 = 90$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(\sqrt{5}; 3; 9)$ trên $Ox \Rightarrow H(\sqrt{5}; 0; 0) \Rightarrow R = IH = \sqrt{90}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-\sqrt{5})^2 + (y-3)^2 + (z-9)^2 = 90$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 40. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-\sqrt{6}; -\sqrt{3}; \sqrt{2}-1)$ và tiếp xúc trục Oz là:

A. $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}+1)^2 = 9$. B. $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}-1)^2 = 9$.

C. $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}-1)^2 = 3$. D. $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}+1)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(-\sqrt{6}; -\sqrt{3}; \sqrt{2}-1)$ trên $Oz \Rightarrow H(0; 0; \sqrt{2}-1) \Rightarrow R = IH = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x+\sqrt{6})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + (z-\sqrt{2}+1)^2 = 9$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 41. Phương trình mặt cầu có tâm $I(4; 6; -1)$ và cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông là:

A. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$.

B. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 26$.

C. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 34$.

D. $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 104$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(4; 6; -1)$ trên $Ox \Rightarrow H(4; 0; 0) \Rightarrow IH = d(I, Ox) = \sqrt{37}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 37 + 37 = 74$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-4)^2 + (y-6)^2 + (z+1)^2 = 74$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 42. Phương trình mặt cầu có tâm $I(\sqrt{3}; -\sqrt{3}; 0)$ và cắt trục Oz tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x-\sqrt{3})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + z^2 = 8$.

B. $(x-\sqrt{3})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + z^2 = 9$.

C. $(x+\sqrt{3})^2 + (y-\sqrt{3})^2 + z^2 = 9$.

D. $(x+\sqrt{3})^2 + (y-\sqrt{3})^2 + z^2 = 8$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(\sqrt{3}; -\sqrt{3}; 0)$ trên $Oz \Rightarrow H(0; 0; 0) \Rightarrow IH = d(I, Oz) = \sqrt{6}$

$$\Rightarrow IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-\sqrt{3})^2 + (y+\sqrt{3})^2 + z^2 = 8$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 43. Phương trình mặt cầu có tâm $I(3;6;-4)$ và cắt trục Oz tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng $6\sqrt{5}$ là:

A. $(x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 49$. B. $(x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 45$.

C. $(x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 36$. D. $(x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 54$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(3;6;-4)$ trên $Oz \Rightarrow H(0;0;-4) \Rightarrow IH = d(I, Oz) = \sqrt{45}$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{IH \cdot AB}{2} \Rightarrow AB = \frac{2S_{\Delta IAB}}{IH} = 4 \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 49$$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-3)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 49$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 44. Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) :

A. $(2;1;1)$. B. $(2;1;0)$. C. $(2;0;0)$. D. $(1;0;0)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(2;1;-1)$ trên $Ox \Rightarrow H(2;0;0) \Rightarrow IH = d(I, Ox) = \sqrt{2}$

$$\Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 4$$

Vậy phương trình mặt cầu là : $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$

$$\Rightarrow (2;1;1) \in (S).$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 45. Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(1;-3;0)$ và cắt trục Ox tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều. Điểm nào sau đây không thuộc mặt cầu (S) :

A. $(2;-1;1)$. B. $(3;-3;2\sqrt{2})$. C. $(3;-3;-2\sqrt{2})$. D. $(-1;-3;2\sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(1;-3;0)$ trên $Ox \Rightarrow H(1;0;0) \Rightarrow IH = d(I, Ox) = 3$

$$\Rightarrow IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 12 \Rightarrow (2; -1; 1) \notin (S)$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 46. Cho các điểm $I(-1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc d là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 10$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 10$.

Hướng dẫn giải:

Đường thẳng d đi qua $I(2; 1; 1)$ và có một vectơ chỉ phương :

$$\vec{u} = (1; 2; 1) \Rightarrow d(I, d) = \frac{[\vec{u}, \overline{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$$

Phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 47. Cho điểm $I(1; 7; 5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z}{3}$. Phương trình mặt cầu có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác diện tích tam giác IAB bằng $2\sqrt{6015}$ là:

A. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2017$.

B. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2018$.

C. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2016$.

D. $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2019$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của $I(1; 7; 5)$ trên $d \Rightarrow H(0; 0; -4) \Rightarrow IH = d(I, d) = 2\sqrt{3}$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{IH \cdot AB}{2} \Rightarrow AB = \frac{2S_{\Delta IAB}}{IH} = \sqrt{8020} \Rightarrow R^2 = IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 2017$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 2017$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 48. Cho các điểm $A(1; 3; 1)$ và $B(3; 2; 2)$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục Oz có đường kính là:

A. $2\sqrt{14}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. $2\sqrt{10}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $I(0;0;t)$ trên Oz vì $IA = IB \Rightarrow t = 3 \Rightarrow I(0;0;3)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{14} \Rightarrow$ đường kính là: $2\sqrt{14}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;1)$ và $B(0;1;1)$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục hoành có đường kính là:

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{5}$. D. 12.

Hướng dẫn giải:

Gọi $I(t;0;0)$ trên Ox . Vì $IA = IB \Rightarrow t = 2 \Rightarrow I(2;0;0)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$ đường kính bằng $2\sqrt{6}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 50. Cho các điểm $A(2;1;-1)$ và $B(1;0;1)$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục Oy có đường kính là:

- A. $2\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $I(0;t;0)$ trên Oy vì $IA = IB \Rightarrow t = 2 \Rightarrow I(0;2;0)$

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{6} \Rightarrow$ đường kính bằng $2\sqrt{6}$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 51. Cho các điểm $A(0;1;3)$ và $B(2;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. Mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d thì tọa độ tâm là:

- A. $\left(\frac{13}{10}; \frac{17}{10}; \frac{12}{5}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$. C. $\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{7}{3}\right)$. D. $\left(\frac{6}{5}; \frac{9}{5}; \frac{13}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $I(1+t;2-t;3-2t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = \frac{3}{10} \Rightarrow I\left(\frac{13}{10}; \frac{17}{10}; \frac{12}{5}\right)$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 52. Cho các điểm $A(1;3;0)$ và $B(2;1;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{1}$. Mặt cầu S đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d thì tọa độ tâm của S là:

- A. $(8;7;4)$. B. $(6;6;3)$. C. $(4;5;2)$. D. $(-4;1;-2)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $I(2t; 3+t; t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = 4 \Rightarrow I(8; 7; 4)$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 53. Cho các điểm $A(1; 1; 3)$ và $B(2; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mặt cầu S đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d thì tọa độ tâm S là:

- A. $\left(\frac{-11}{6}; \frac{23}{6}; \frac{7}{6}\right)$. B. $\left(\frac{5}{6}; \frac{7}{6}; \frac{23}{6}\right)$. C. $\left(\frac{5}{6}; \frac{7}{6}; \frac{25}{6}\right)$. D. $\left(\frac{1}{6}; \frac{9}{6}; \frac{19}{6}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $I(t; 2-t; 3+t)$ trên d vì $IA = IB \Rightarrow t = -\frac{11}{6} \Rightarrow I\left(\frac{-11}{6}; \frac{23}{6}; \frac{7}{6}\right)$.

Lựa chọn đáp án A.

Câu 54. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 \end{cases}$. Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn thẳng vuông góc chung của đường thẳng d và trục Ox là:

- A. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{4}$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{2}$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $A(t; -1+3t; 1) \in d; B(t'; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \overline{AB} = (t'-t; 1-3t; -1)$, $\vec{u}_d = (1; 3; 0)$, $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overline{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \overline{AB} \cdot \vec{i} = 0 \end{cases} \Rightarrow t = t' = \frac{1}{3} \text{ và } R = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

Lựa chọn đáp án A.

Câu 55. Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = t' \\ y = 3-t' \\ z = 0 \end{cases}$. Phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn

thẳng vuông góc chung của đường thẳng d và d' là:

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 2$. D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$.

Hướng dẫn giải:

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvaths/>

Gọi $A(2t;t;4) \in d; B(t';3-t';0) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t'-2t;3-t'-t;-4), \overrightarrow{u_d} = (2;1;0), \overrightarrow{u_{d'}} = (1;-1;0)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_{d'}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow A(2;1;4) \\ t' = 2 \Rightarrow B(2;1;0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I(2;1;2) \text{ và } R = 2 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 56. Cho các điểm $A(-2;4;1)$ và $B(2;0;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d . Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. $\frac{\sqrt{1169}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{873}}{4}$. C. $\frac{1169}{16}$. D. $\frac{\sqrt{967}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Gọi } I(1+2t; -2-t; 3-2t) \text{ trên } d \text{ vì } IA = IB \Rightarrow t = \frac{-11}{4} \Rightarrow IA = \frac{\sqrt{1169}}{4}.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 57. Cho các điểm $A(2;4;-1)$ và $B(0;-2;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = 1+t \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua

A, B và có tâm thuộc đường thẳng d . Đường kính mặt cầu (S) bằng:

A. $2\sqrt{19}$. B. $2\sqrt{17}$. C. $\sqrt{19}$. D. $\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Gọi } I(1+2t; 2-t; 1+t) \text{ trên } d \text{ vì } IA = IB \Rightarrow t = 1 \Rightarrow R = IA = \sqrt{19} \text{ đường kính là } 2\sqrt{19}.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 58. Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình:

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) : $z = 0 \Leftrightarrow R = d(I; (Oxy))$

$$\Leftrightarrow R = \frac{|6|}{1} = 6. \text{ Vậy } (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 59. Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) có phương trình:

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 16$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 36$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc với mặt phẳng $(Oxz): y=0 \Leftrightarrow R = d(I; (Oxz))$

$$\Leftrightarrow R = \frac{|4|}{1} = 4. \text{ Vậy } (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 16.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 60. Phương trình mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ nào sau đây tiếp xúc với trục Ox :

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 40$.

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 20$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc trục $Ox \Leftrightarrow R = d(I; Ox)$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{y_I^2 + z_I^2} = \sqrt{52}. \text{ Vậy } (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Lưu ý : Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.

Câu 61. Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$ tiếp xúc với trục Oz có phương trình:

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 20$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 40$.

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 52$. D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 56$.

Hướng dẫn giải :

Mặt cầu tâm $I(2;4;6)$, bán kính R và tiếp xúc trục $Oz \Leftrightarrow R = d(I; Oz)$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{x_I^2 + y_I^2} = \sqrt{20}. \text{ Vậy } (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-6)^2 = 20.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

Lưu ý : Học sinh hoàn toàn có thể sử dụng công thức khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng để giải quyết.

Câu 62. Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Phương trình mặt cầu nào sau đây

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>

là phương trình của mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (Oxy) :

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=3$. Do mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua mặt phẳng (Oxy) nên tâm I' của (S') đối xứng với I qua (Oxy) , bán kính $R'=R=3$.

Ta có : $I'(1;2;-3)$. Vậy $(S):(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 63. Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$. Phương trình mặt cầu nào sau đây là phương trình mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S) qua trục Oz :

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) tâm $I(-1;1;2)$, bán kính $R=2$. Do mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua trục Oz nên tâm I' của (S') đối xứng với I qua trục Oz , bán kính $R'=R=2$.

Ta có : $I'(1;-1;2)$. Vậy $(S):(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

Lựa chọn đáp án **A**.

Câu 64. Đường tròn giao tuyến của $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$ khi cắt bởi mặt phẳng (Oxy) có chu vi bằng :

- A. $2\sqrt{7}\pi$. B. $\sqrt{7}\pi$. C. 7π . D. 14π .

Hướng dẫn giải:

Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=4$. Ta có : $d(I;(Oxy))=|z_I|=3$.

Gọi r là bán kính đường tròn (C) giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (Oxy) , ta suy ra :

$$r = \sqrt{R^2 - [d(I;(Oxy))]^2} = \sqrt{7}. \text{ Vậy chu vi } (C) \text{ bằng : } 2\sqrt{7}\pi.$$

Lựa chọn đáp án **A**.

HẾT

[Truy cập website: hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

hoc360.net

Group: <https://www.facebook.com/groups/tailieutieuhocvathcs/>