

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khái niệm hàm số mũ

Cho $0 < a \neq 1$. Hàm số dạng $y = a^x$ được gọi là hàm số mũ cơ số a .

2. Một số giới hạn liên quan đến hàm số mũ

Hàm số mũ liên tục tại mọi điểm mà hàm số xác định, nghĩa là: $\forall x_0 \in \mathbb{R}, \lim_{x \rightarrow x_0} a^x = a^{x_0}$.

Từ giới hạn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t = e$, bằng cách đặt $\frac{1}{t} = x$, ta được: $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$.

Định lí: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \xrightarrow{x \rightarrow x_0 \Rightarrow u(x) \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{e^{u(x)} - 1}{u(x)} = 1$.

3. Đạo hàm của hàm số mũ

Cho $0 < a \neq 1$ và J là một khoảng hay hợp của nhiều khoảng nào đó.

+ Hàm số $y = a^x$ có đạo hàm tại mọi $x \in \mathbb{R}$ và $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

Đặc biệt: $(e^x)' = e^x$.

+ Nếu $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm trên J thì hàm số $y = a^{u(x)}$ có đạo hàm trên J và

$(a^{u(x)})' = u'(x) \cdot a^{u(x)} \cdot \ln a$.

Đặc biệt: $(e^{u(x)})' = u'(x) \cdot e^{u(x)}$.

4. Sự biến thiên và đồ thị của hàm số mũ $y = a^x$

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+ Tập giá trị: $(0; +\infty)$ (vì $a^x > 0, \forall x$)

+ Đạo hàm: $y' = (a^x)' = a^x \cdot \ln a$

| | |
|-------------|----------|
| $a > 1$ | $y' > 0$ |
| $0 < a < 1$ | $y' < 0$ |

+ Giới hạn và tiệm cận:

| | | |
|---------|--|---|
| $a > 1$ | $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0 \end{cases}$ | Tiệm cận ngang $y = 0 \quad (x \rightarrow -\infty)$ |
|---------|--|---|

$$0 < a < 1$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty \end{cases}$$

Tiệm cận ngang

$$y = 0 \quad (x \rightarrow +\infty)$$

+ Bảng biến thiên:

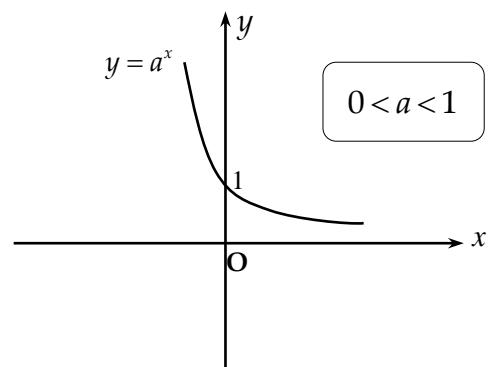
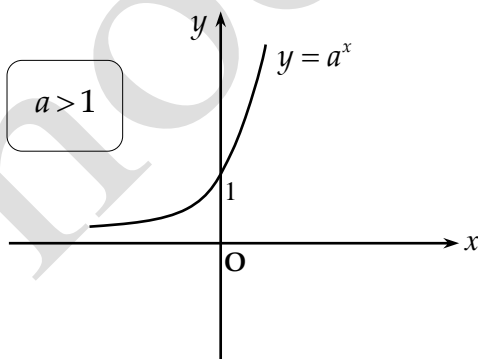
Với $a > 1$:

| | | | |
|------|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| y' | | $+$ | |
| y | 0 | 1 | $+\infty$ |

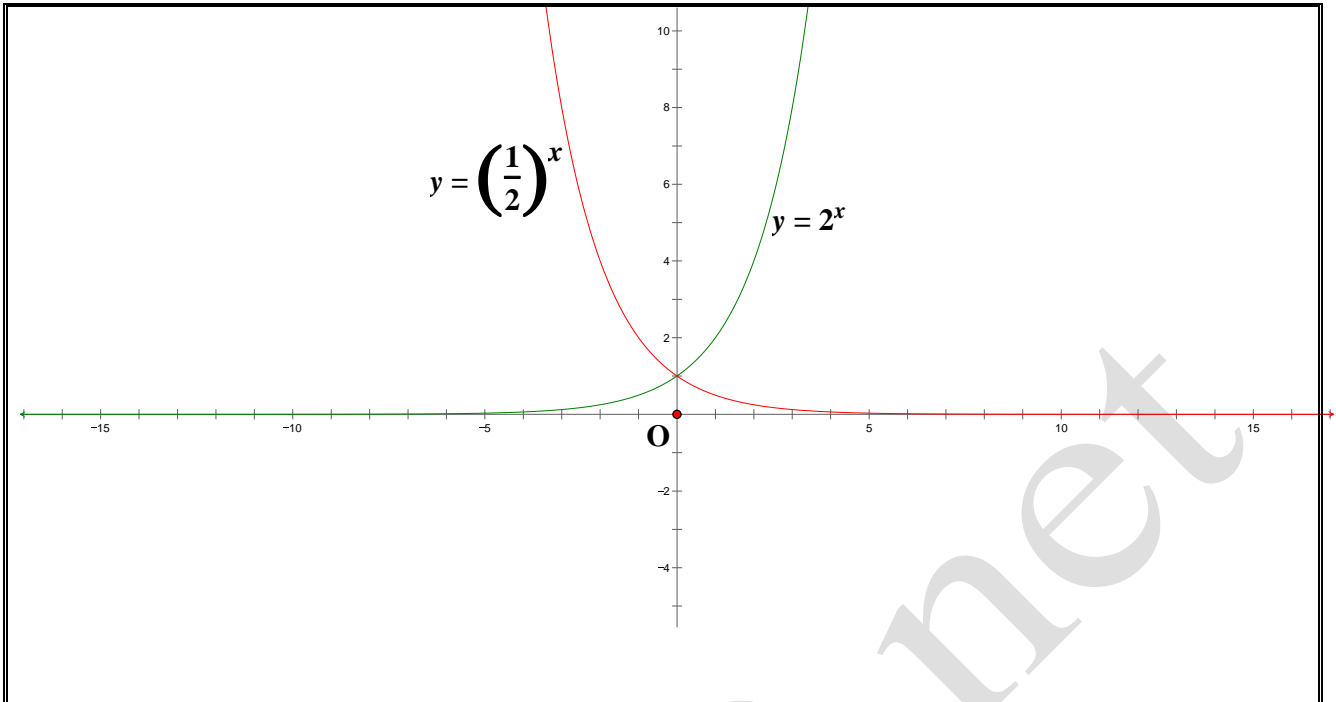
Với $0 < a < 1$:

| | | | |
|------|-----------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| y' | | $-$ | |
| y | $+\infty$ | 1 | 0 |

+ Đồ thị hàm số luôn cắt trục tung tại điểm $M(0;1)$ (vì $a^0 = 1$) và nằm ở phía trên trục hoành (vì $a^x > 0$ với mọi x)



Nhận xét: Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, ($0 < a \neq 1$) thì đối xứng với nhau qua trục tung.



Câu 1. Tìm mệnh **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là một hàm đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ là một hàm nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
- C. Đồ thị hàm số $y = a^x$, ($0 < a \neq 1$) luôn đi qua điểm $M(a; 1)$.
- D. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$, ($0 < a \neq 1$) thì đối xứng với nhau qua trục tung.

Câu 2. Cho hàm số $y = a^x$, ($0 < a \neq 1$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(0; 1)$.
- B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận là đường thẳng $y = 0$.
- C. Đồ thị hàm số không có điểm uốn.
- D. Hàm số luôn đồng biến.

Câu 3. Cho $a > 1$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. $a^x > 1$ khi $x > 0$.
- B. $0 < a^x < 1$ khi $x < 0$.
- C. Nếu $x_1 < x_2$ thì $a^{x_1} < a^{x_2}$.
- D. Trục tung là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = a^x$.

Câu 4. Cho $0 < a < 1$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. $a^x > 1$ khi $x < 0$

B. $0 < a^x < 1$ khi $x > 0$.

C. Nếu $x_1 < x_2$ thì $a^{x_1} < a^{x_2}$.

D. Trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = a^x$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = 3^x$. Tính $f(a+1) - f(a)$ ta được kết quả là

A. $2 \cdot 3^a$. B. 3^a . C. $3^a - 1$. D. 2.

Câu 6. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$, ($0 < a \neq 1$) là

A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ là

A. $y' = -2xe^x$. B. $y' = x^2e^x$. C. $y' = (2x - 2)e^x$. D. kết quả khác.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$ là

A. $y' = 2 \cdot 2^{2x+3} \ln 2$. B. $y' = 2^{2x+3} \ln 2$. C. $y' = 2 \cdot 2^{2x+3}$. D. $y' = (2x + 3) \cdot 2^{2x+2}$.

Câu 9. Giá trị của đạo hàm của hàm số $y = 2^x - 3^{1-x}$ tại $x = 0$ là

A. $y' = -\frac{2}{3}$. B. $y' = \ln 54$. C. $y' = 3 \ln 3$. D. $y' = 2 \ln 6$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2^x - 1}{5^x}$ là

A. $y' = \left(\frac{2}{5}\right)^x \ln \frac{2}{5} + 5^{-x} \ln 5$. B. $y' = \left(\frac{2}{5}\right)^x \ln \frac{2}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)^x \ln 5$.

C. $y' = x \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} - x \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$. D. $y' = x \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} + x \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. $x = \ln 3$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = \ln 2$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ là

A. $y' = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2}$. B. $y' = e^x + e^{-x}$. C. $y' = \frac{e^x}{(e^x - e^{-x})^2}$. D. $y' = \frac{-5}{(e^x - e^{-x})^2}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = e^{\frac{x+1}{3x-2}}$ là

A. $y' = e^{\frac{x+1}{3x-2}}$. B. $y' = \frac{5}{(3x-2)^2} \cdot e^{\frac{x+1}{3x-2}}$.

C. $y' = \frac{x+1}{3x-2} \cdot e^{\frac{x+1}{3x-2}}$.

D. $y' = \frac{-5}{(3x-2)^2} \cdot e^{\frac{x+1}{3x-2}}$.

Câu 14. $y' = 8^{x^2+x+1} (6x+3) \ln 2$ là đạo hàm của hàm số nào sau đây?

A. $y = 2^{x^2+x+1}$. B. $y = 2^{3x^2+3x+1}$. C. $y = 8^{x^2+x+1}$. D. $y = 8^{3x^2+3x+1}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = xe^x$. Khi đó $y''(1)$ bằng

A. $3e$. B. $2e$. C. 0 . D. 1 .

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x) = e^{\cos x} \cdot \sin x$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 1 . B. 2 . C. -1 . D. -2 .

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = e^{\cos x}$. Tính giá trị biểu thức $f(\pi) + f'(\pi) + f''(\pi) + f'''(\pi)$ là

A. $\frac{2}{e}$. B. e . C. $\frac{1}{e}$. D. $\frac{e}{2}$.

Câu 18. Với điều kiện nào của a thì $y = (1-3a-4a^2)^x$ là một hàm số mũ?

A. $a \in (-\infty; 1) \cup \left(-1; \frac{1}{4}\right)$. B. $a \in \left(-1; -\frac{3}{4}\right) \cup \left(-\frac{3}{4}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{4}\right)$.

C. $a \in \left(-1; -\frac{3}{4}\right) \cup \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$. D. $a \in \left(-1; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = 5e^{x^2}$ và biểu thức $A = f'(x) - 2xf(x) + \frac{1}{5}f(0) - f'(0)$. Giá trị của A là

A. $A = 1$. B. $A = 2$. C. $A = 3$. D. $A = 5$.

Câu 20. Cho hàm số $y = xe^x$. Hệ thức nào sau đây **đúng**?

A. $y'' - 2y' + 1 = 0$. B. $y'' - 2y' - 3y = 0$. C. $y'' - 2y' + y = 0$. D. $y'' - 2y' + 3y = 0$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = xe^{\frac{x^2}{2}}$. Hệ thức nào sau đây **đúng**?

A. $xy' = (1-x^2)y$. B. $xy = (1+x^2)y'$. C. $xy = (1-x^2)y'$. D. $xy' = (1+x^2)y$.

Câu 22. Cho hàm số $y = e^{\sin x}$ và gọi y' là đạo hàm của hàm số. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $y' = e^{\sin x} \cdot \cos x$. B. $y' = e^{\cos x}$. C. $y' = -e^{\sin x} \cdot \cos x$. D. $y' = e^{\cos x} \cdot \sin x$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x + 2}{\sin x}$ là

A. $y' = \frac{e^x (\sin x - \cos x) - \cos x}{\sin^2 x}$.

B. $y' = \frac{e^x (\sin x + \cos x) - 2 \cos x}{\sin^2 x}$.

C. $y' = \frac{e^x (\sin x - \cos x) - 2 \cos x}{\sin^2 x}$.

D. $y' = \frac{e^x (\sin x - \cos x) + 2 \cos x}{\sin^2 x}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. e.

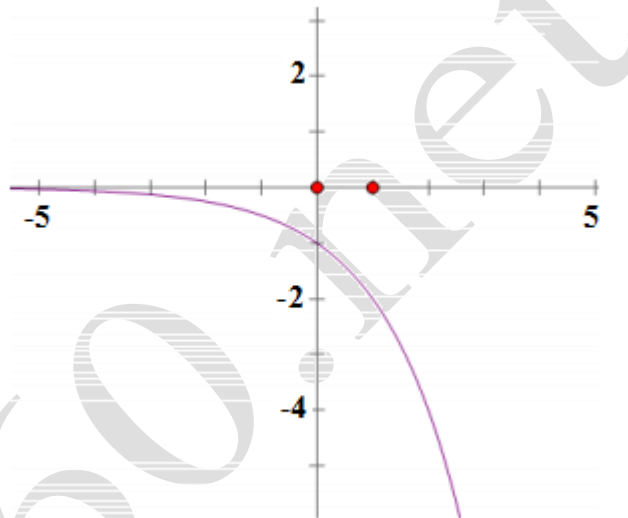
Câu 25. Hình bên là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -2^x$.

B. $y = \frac{1}{2^x}$.

C. $y = 2^x$.

D. $y = -\frac{1}{2^x}$.



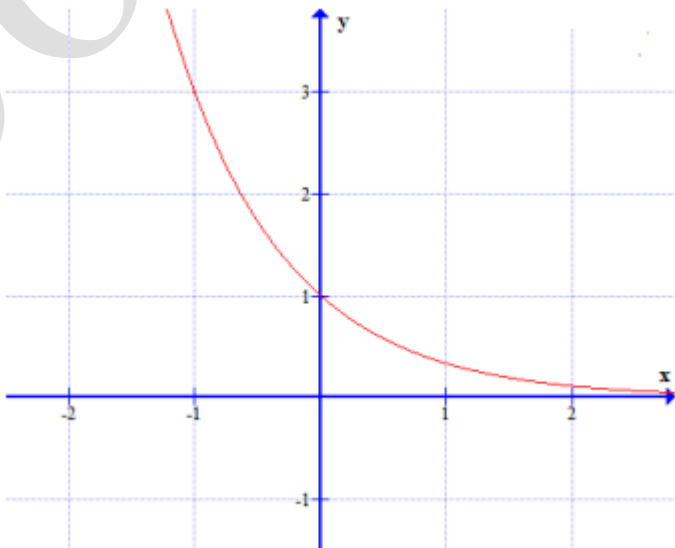
Câu 26. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?

A. $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$.

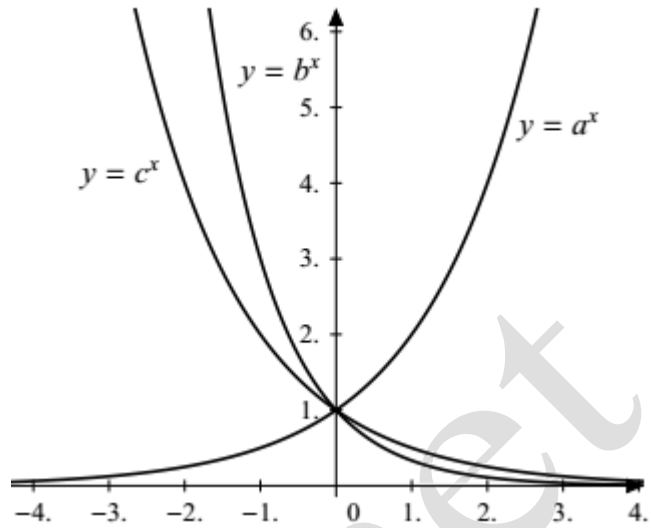
B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = 3^x$.

D. $y = (\sqrt{3})^x$.



Câu 27. Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ (với a, b, c là ba số dương khác 1 cho trước) như hình vẽ bên. Dựa vào đồ thị và các tính chất của lũy thừa hãy so sánh các số a, b, c .



- A. $a > b > c$.
- B. $b > c > a$.
- C. $a > c > b$.
- D. $c > b > a$.

Câu 28. Tập xác định của hàm số $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$ là tập nào sau đây?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- B. \mathbb{R} .
- C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- D. $\mathbb{R} \setminus \{e\}$.

Câu 29. Cho các hàm số $f_1(x) = x^{\frac{1}{2}}$; $f_2(x) = \sqrt{x}$; $f_3(x) = x^{\frac{1}{3}}$; $f_4(x) = \sqrt[3]{x}$. Các hàm số có cùng tập xác định là

- A. $f_1; f_2$.
- B. $f_2; f_4$.
- C. $f_1; f_3$.
- D. $f_1; f_2; f_3$.

Câu 30. Hàm số $y = x^2 e^{-x}$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 2)$.
- B. $(2; +\infty)$.
- C. $(-\infty; +\infty)$.
- D. $(-\infty; 0)$.

Câu 31. Hàm số $y = (x^2 - 3)e^x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -3)$.
- B. $(-3; 1)$.
- C. $(1; +\infty)$.
- D. $(-1; 3)$.

Câu 32. Hàm số $y = e^x + e^{-x}$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 0.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 33. Cho hàm số $y = (\sqrt{17} - \sqrt{3} - \sqrt{2})^x$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .
- C. Giá trị gần đúng (với 3 chữ số thập phân) của hàm số tại $x = 3$ là 0,932.
- D. Giá trị gần đúng (với 3 chữ số thập phân) của hàm số tại $x = \sqrt{10}$ là 0,928.

Câu 34. Cho hàm số $y = 4^x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số luôn đồng biến trên \mathbb{R} .
- B. Hàm số có tập giá trị là \mathbb{R} .

C. Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.

D. Đạo hàm của hàm số là $y' = 4^{x-1}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = x - e^x$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

B. Hàm số không xác định tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Hàm số không đạt cực trị tại $x = 0$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x}$. Tìm khẳng định **đúng**.

A. Hàm số nghịch biến trên nửa khoảng $[1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

C. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 37. Hàm số $y = 2^x \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{1-x}$

A. đồng biến trên $(0; +\infty)$.

B. nghịch biến trên \mathbb{R} .

C. đồng biến trên \mathbb{R} .

D. đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 38. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^2 - e^{3x+2}}{x}$ bằng

A. $-3e^2$.

B. $3e^2$.

C. $1 - 3e^2$.

D. $-3e^3$.

Câu 39. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{5x}}{x}$ bằng

A. 7.

B. -3.

C. 2.

D. 0.

Câu 40. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(xe^{\frac{1}{x}} - x\right)$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. -1.

D. 0.

Câu 41. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

A. $\frac{1}{e}$.

B. e .

C. 0.

D. $2e$.

Câu 42. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4^{\sin^2 x} + 4^{\cos^2 x}$.

A. 2π .

B. π .

C. 2.

D. 4.

Câu 43. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A. e^2 . B. $-2e$. C. $\frac{6}{e^3}$. D. $\frac{1}{e^2}$.

Câu 44. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ lần lượt là

- A. 0 và $\frac{1}{e}$. B. 0 và e . C. $\frac{1}{e}$ và e . D. 1 và e .

Câu 45. Cho hàm số $y = x.e^{-x}$ với $x \in [0; +\infty)$. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- A. $\max_{x \in [0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; $\min_{x \in [0; +\infty)} y = -\frac{1}{e}$. B. $\max_{x \in [0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; $\min_{x \in [0; +\infty)} y = 0$.
C. $\min_{x \in [0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$ và không tồn tại $\max_{x \in [0; +\infty)} y$. D. $\max_{x \in [0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$ và không tồn tại $\min_{x \in [0; +\infty)} y$.

Câu 46. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{x^2 - 2x + 3}$ trên đoạn $[0; 3]$ lần lượt là

- A. 64 và 4. B. 64 và 8. C. 64 và 2. D. 8 và 4.

Câu 47. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = 2^{x+m}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 trên đoạn $[-1; 3]$?

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = 4$.

Câu 48. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3^{x^2 - 6x + 1}$ trên đoạn $[6; 7]$. Khi đó, $M - m$ bằng bao nhiêu?

- A. 6564. B. 6561. C. 6558. D. 6562

Câu 49. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^{|x|}$ trên đoạn $[-2; 2]$ lần lượt là

- A. 4 và $-\frac{1}{4}$. B. 4 và $\frac{1}{4}$. C. 1 và $\frac{1}{4}$. D. 4 và 1.

Câu 50. Cho hàm số $y = (x^2 - 2x - 2)e^x$. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. $-2e^3$. B. $-4e$. C. $-2e^6$. D. $-2e^5$.

Câu 51. Cho $2^x + 2^y = 4$, giá trị lớn nhất của $x + y$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 52. Một lon nước soda $80^\circ F$ được đưa vào một máy làm lạnh chứa đá tại $32^\circ F$. Nhiệt độ của soda ở phút thứ t được tính theo định luật Newton bởi công thức $T(t) = 32 + 48 \cdot (0,9)^t$. Phải làm mát soda trong bao lâu để nhiệt độ là $50^\circ F$?

- A. 4 phút. B. 1,56 phút. C. 2 phút. D. 9,3 phút.

Câu 53. Số lượng của một số loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bởi đẳng thức $Q = Q_0 \cdot e^{0,195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao lâu có 100 000 con?

A. 20 giờ.

B. 3,55 giờ.

C. 24 giờ.

D. 15,36 giờ.

ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1A | 2D | 3D | 4C | 5A | 6C | 7B | 8A | 9B | 10A |
| 11B | 12A | 13D | 14C | 15A | 16C | 17A | 18B | 19A | 20C |
| 21A | 22A | 23C | 24C | 25A | 26B | 27C | 28C | 29C | 30A |
| 31B | 32D | 33D | 34A | 35C | 36A | 37C | 38A | 39B | 40A |
| 41B | 42D | 43B | 44B | 45B | 46A | 47B | 48C | 49D | 50D |
| 51C | 52D | 53D | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |