

## HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT

### 1. LÝ THUYẾT: Hàm lũy thừa:

**1.1. Định nghĩa:** Hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha \in \mathbb{R}$  được gọi là hàm số lũy thừa.

**1.2. Tập xác định:** Tập xác định của hàm số  $y = x^\alpha$  là:

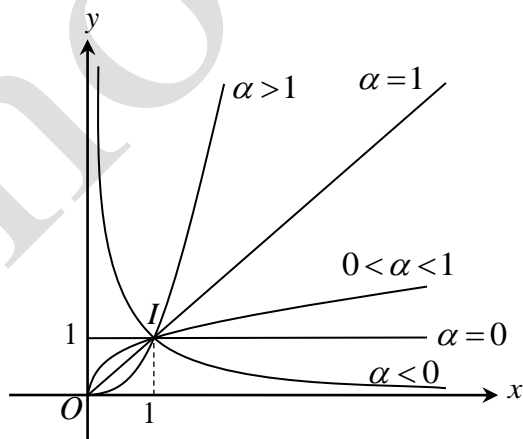
- $D = \mathbb{R}$  nếu  $\alpha$  là số nguyên dương.
- $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  với  $\alpha$  nguyên âm hoặc bằng 0.
- $D = (0; +\infty)$  với  $\alpha$  không nguyên.

**1.3. Đạo hàm:** Hàm số  $y = x^\alpha$ , ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ) có đạo hàm với mọi  $x > 0$  và  $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$ .

**1.4. Tính chất của hàm số lũy thừa trên khoảng  $(0; +\infty)$ .**

| $y = x^\alpha, \alpha > 0$  | $y = x^\alpha, \alpha < 0$  |           |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
|---|---|-----------|---|--|--|-----------|--|--|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-----|-----------|--|--|--|--|--|--|--|------|--|--|---|--|--|--|--|--|--|-----|--|--|--|--|--|-----------|--|--|--|---|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-----|-----------|--|--|--|--|--|--|--|------|--|--|---|--|--|--|--|--|--|-----|--|--|--|--|--|-----------|--|--|-----|
| <p><b>a. Tập khảo sát:</b> <math>(0; +\infty)</math></p> <p><b>b. Sự biến thiên:</b></p> <p>+ <math>y' = \alpha x^{\alpha-1} &gt; 0, \forall x &gt; 0</math>.</p> <p>+ Giới hạn đặc biệt:</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty</math>.</p> <p>+ Tiệm cận: không có</p>   | <p><b>a. Tập khảo sát:</b> <math>(0; +\infty)</math></p> <p><b>b. Sự biến thiên:</b></p> <p>+ <math>y' = \alpha x^{\alpha-1} &lt; 0, \forall x &gt; 0</math>.</p> <p>+ Giới hạn đặc biệt:</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0</math>.</p> <p>+ Tiệm cận:</p> <p>- Trục <math>Ox</math> là<br/>tiệm cận ngang.</p> <p>- Trục <math>Oy</math> là<br/>tiệm cận đứng.</p> |           |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
| <p><b>c. Bảng biến thiên:</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y'</math></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | $x$   |           |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | $0$ | $+\infty$ |  |  |  |  |  |  |  | $y'$ |  |  | + |  |  |  |  |  |  | $y$ |  |  |  |  |  | $+\infty$ |  |  |  | <p><b>c. Bảng biến thiên:</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;"><math>x</math></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> <td style="background-color: #cccccc;"></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y'</math></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><math>y</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>0</math></td> </tr> </table> | $x$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | $0$ | $+\infty$ |  |  |  |  |  |  |  | $y'$ |  |  | + |  |  |  |  |  |  | $y$ |  |  |  |  |  | $+\infty$ |  |  | $0$ |
| $x$   |   |           |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
|   |   |           |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
|   | $0$   | $+\infty$ |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
| $y'$  |   |           | + |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
| $y$   |   |           |   |  |  | $+\infty$ |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
| $x$   |   |           |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
|   |   |           |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
|   | $0$   | $+\infty$ |   |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
| $y'$  |   |           | + |  |  |           |  |  |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |
| $y$   |   |           |   |  |  | $+\infty$ |  |  | $0$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |  |   |     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |     |           |  |  |  |  |  |  |  |      |  |  |   |  |  |  |  |  |  |     |  |  |  |  |  |           |  |  |     |

**d. Đồ thị:**



Đồ thị của hàm số lũy thừa  $y = x^\alpha$  luôn đi qua điểm  $I(1;1)$ .

**Lưu ý:** Khi khảo sát hàm số lũy thừa với số mũ cụ thể, ta phải xét hàm số đó trên toàn bộ tập xác định của nó. Chẳng hạn:  $y = x^3, y = x^{-2}, y = x^\pi$ .

### 2. Hàm số mũ: $y = a^x, (a > 0, a \neq 1)$ .

**2.1. Tập xác định:**  $D = \mathbb{R}$

**2.2. Tập giá trị:**  $T = (0, +\infty)$ , nghĩa là khi giải phương trình mũ mà đặt  $t = a^{f(x)}$  thì  $t > 0$ .

**2.3. Tính đơn điệu:**

+ Khi  $a > 1$  thì hàm số  $y = a^x$  đồng biến, khi đó ta luôn có:  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ .

+ Khi  $0 < a < 1$  thì hàm số  $y = a^x$  nghịch biến, khi đó ta luôn có:  $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ .

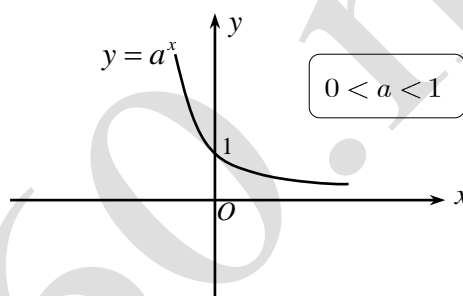
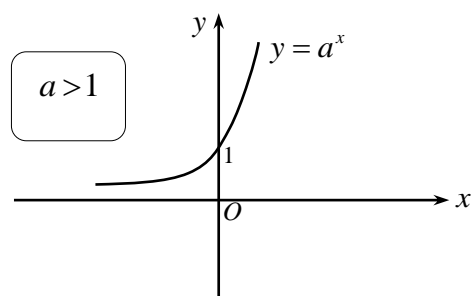
**2.4. Đạo hàm:**

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a \Rightarrow (a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$$

$$(e^x)' = e^x \Rightarrow (e^u)' = e^u \cdot u'$$

$$(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n \cdot \sqrt[n]{u^{n-1}}}$$

**2.5. Đồ thị:** Nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.



**3. Hàm số logarit:**  $y = \log_a x$ , ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ )

**3.1. Tập xác định:**  $D = (0, +\infty)$ .

**3.2. Tập giá trị:**  $T = \mathbb{R}$ , nghĩa là khi giải phương trình logarit mà đặt  $t = \log_a x$  thì  $t$  không có điều kiện.

**3.3. Tính đơn điệu:**

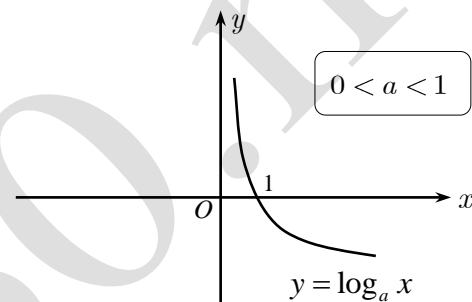
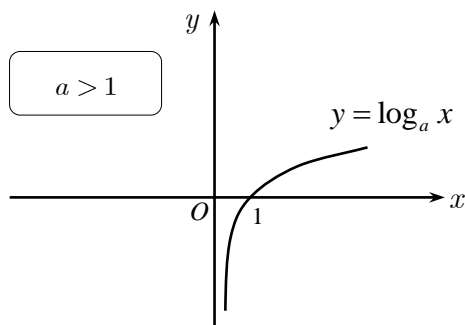
+ Khi  $a > 1$  thì  $y = \log_a x$  đồng biến trên  $D$ , khi đó nếu:  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ .

+ Khi  $0 < a < 1$  thì  $y = \log_a x$  nghịch biến trên  $D$ , khi đó nếu  $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ .

**3.4. Đạo hàm:**

$$\left[ \begin{array}{l} (\log_a |x|)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} \Rightarrow (\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} \\ (\ln x)' = \frac{1}{x}, (x > 0) \Rightarrow (\ln |u|)' = \frac{u'}{u} \end{array} \right] \Rightarrow \boxed{(\ln^n |u|)' = n \cdot \frac{u'}{u} \cdot \ln^{n-1} |u|}$$

**3.5. Đồ thị:** Nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.



**A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:**

**Phần 1: Nhận biết – Thông hiểu**

**Câu 1.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Đồ thị hàm số  $y = a^x$  và đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = x$ .
- B. Hàm số  $y = a^x$  với  $0 < a < 1$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- C. Hàm số  $y = a^x$  với  $a > 1$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- D. Đồ thị hàm số  $y = a^x$  với  $a > 0$  và  $a \neq 1$  luôn đi qua điểm  $M(a; 1)$ .

**Câu 2.** Tập giá trị của hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0; a \neq 1$ ) là:

- A.  $(0; +\infty)$
- B.  $[0; +\infty)$
- C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
- D.  $\mathbb{R}$

**Câu 3.** Với  $a > 0$  và  $a \neq 1$ . Phát biểu nào sau đây không đúng?

- A. Hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  có cùng tập giá trị.
- B. Hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  có cùng tính đơn điệu.
- C. Đồ thị hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = x$ .
- D. Đồ thị hai hàm số  $y = a^x$  và  $y = \log_a x$  đều có đường tiệm cận.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = (\sqrt{2} - 1)^x$ . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là trục tung.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục hoành.

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = (2x - 1)^{2017}$  là:

- A.  $D = \mathbb{R}$
- B.  $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- C.  $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

**Câu 6.** Tập xác định của hàm số  $y = (3x^2 - 1)^{-2}$  là:

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
- B.  $D = \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$
- C.  $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$
- D.  $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 3x + 2)^{-e}$  là:

- A.  $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$
- B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$
- C.  $D = (0; +\infty)$
- D.  $D = (1; 2)$

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \log_{0,5}(x + 1)$  là:

- A.  $D = (-1; +\infty)$
- B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- C.  $D = (0; +\infty)$
- D.  $D = (-\infty; -1)$



A.  $y = (\sqrt{2})^x$       B.  $y = x$       C.  $y = 2^x$       D.  $y = (\sqrt{2})^{-x}$

**Câu 18.** Hàm số  $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$  có đạo hàm là:

A.  $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$       B.  $y' = \frac{1}{3\sqrt{(x-1)^3}}$       C.  $y' = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^2}}{3}$       D.  $y' = \frac{\sqrt{(x-1)^3}}{3}$

**Câu 19.** Đạo hàm của hàm số  $y = 4^{2x}$  là:

A.  $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 4$       B.  $y' = 4^{2x} \cdot \ln 2$       C.  $y' = 4^{2x} \ln 4$       D.  $y' = 2 \cdot 4^{2x} \ln 2$

**Câu 20.** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_5 x, x > 0$  là:

A.  $y' = \frac{1}{x \ln 5}$       B.  $y' = x \ln 5$       C.  $y' = 5^x \ln 5$       D.  $y' = \frac{1}{5^x \ln 5}$

**Câu 21.** Hàm số  $y = \log_{0,5} x^2 (x \neq 0)$  có công thức đạo hàm là:

A.  $y' = \frac{2}{x \ln 0,5}$       B.  $y' = \frac{1}{x^2 \ln 0,5}$       C.  $y' = \frac{2}{x^2 \ln 0,5}$       D.  $\frac{1}{x \ln 0,5}$

**Câu 22.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin x + \log_3 x^3 (x > 0)$  là:

A.  $y' = \cos x + \frac{3}{x \ln 3}$       B.  $y' = -\cos x + \frac{3}{x \ln 3}$   
C.  $y' = \cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$       D.  $y' = -\cos x + \frac{1}{x^3 \ln 3}$

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \ln(x^4 + 1)$ . Đạo hàm  $f'(0)$  bằng:

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

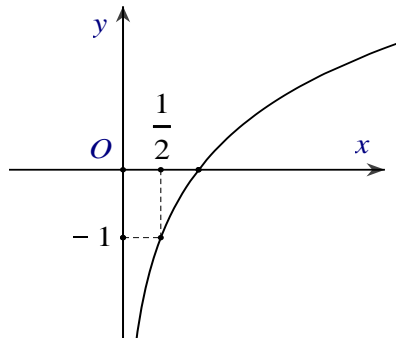
**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x) = e^{2017x^2}$ . Đạo hàm  $f'(0)$  bằng:

A. 0      B. 1      C.  $e$       D.  $e^{2017}$

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x) = xe^x$ . Gọi  $f''(x)$  là đạo hàm cấp hai của  $f(x)$ . Ta có  $f''(1)$  bằng:

A.  $3e$       B.  $-3e^2$       C.  $e^3$       D.  $-5e^2$

**Câu 26.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \log_2 x$

B.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

C.  $y = \log_{\sqrt{2}} x$

D.  $y = \log_2(2x)$

**Câu 27.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. Hàm số  $y = x^\alpha$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$ .

B. Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha > 0$  không có tiệm cận.

C. Hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha < 0$  nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

D. Đồ thị hàm số  $y = x^\alpha$  với  $\alpha < 0$  có hai tiệm cận.

**Câu 28.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung.

B. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên trái trục tung.

C. Đồ thị hàm số mũ nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số mũ nằm bên trái trục tung.

**Câu 29.** Chọn phát biểu **sai** trong các phát biểu sau?

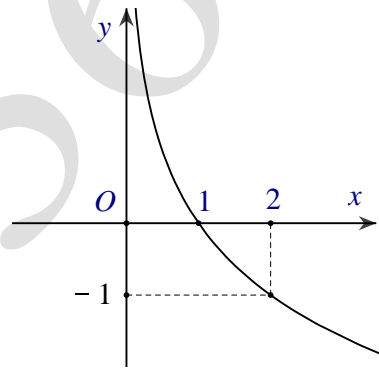
A. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên trên trục hoành.

B. Đồ thị hàm số mũ không nằm bên dưới trục hoành.

C. Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số mũ với số mũ âm luôn có hai tiệm cận.

**Câu 30.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



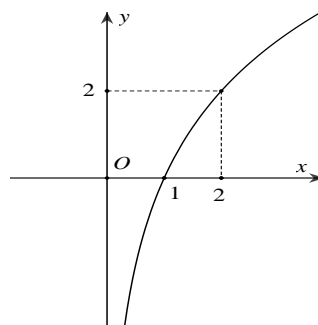
A.  $y = \log_{0,5} x$

B.  $y = \log_2 x$

C.  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

D.  $y = -3x + 1$

**Câu 31.** Tìm  $a$  để hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) có đồ thị là hình bên dưới:



A.  $a = \sqrt{2}$

B.  $a = 2$

C.  $a = \frac{1}{2}$

D.  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

❖ **Phần 2: Vận dụng thấp**

**Câu 32.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_3 \frac{10-x}{x^2-3x+2}$ .

A.  $D = (-\infty; 1) \cup (2; 10)$

B.  $D = (1; +\infty)$

C.  $D = (-\infty; 10)$

D.  $D = (2; 10)$

**Câu 33.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \sqrt{\log_3(x-2)-3}$  ?

A.  $D = [29; +\infty)$

B.  $D = (29; +\infty)$

C.  $D = (2; 29)$

D.  $D = (2; +\infty)$

**Câu 34.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + 2x)e^{-x}$  ?

A.  $y' = (-x^2 + 2)e^{-x}$

B.  $y' = (x^2 + 2)e^{-x}$

C.  $y' = xe^{-x}$

D.  $y' = (2x - 2)e^x$

**Câu 35.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$  ?

A.  $-2 < m < 2$

B.  $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

C.  $m > -2$

D.  $-2 \leq m \leq 2$

**Câu 36.** Cho tập  $D = (3; 4)$  và các hàm số  $f(x) = \frac{2017}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}}$ ,  $g(x) = \log_{x-3}(4-x)$ ,  $h(x) = 3^{x^2 - 7x + 12}$

$D$  là tập xác định của hàm số nào?

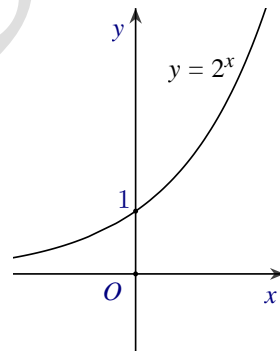
A.  $f(x)$  và  $f(x) + g(x)$

B.  $f(x)$  và  $h(x)$

C.  $g(x)$  và  $h(x)$

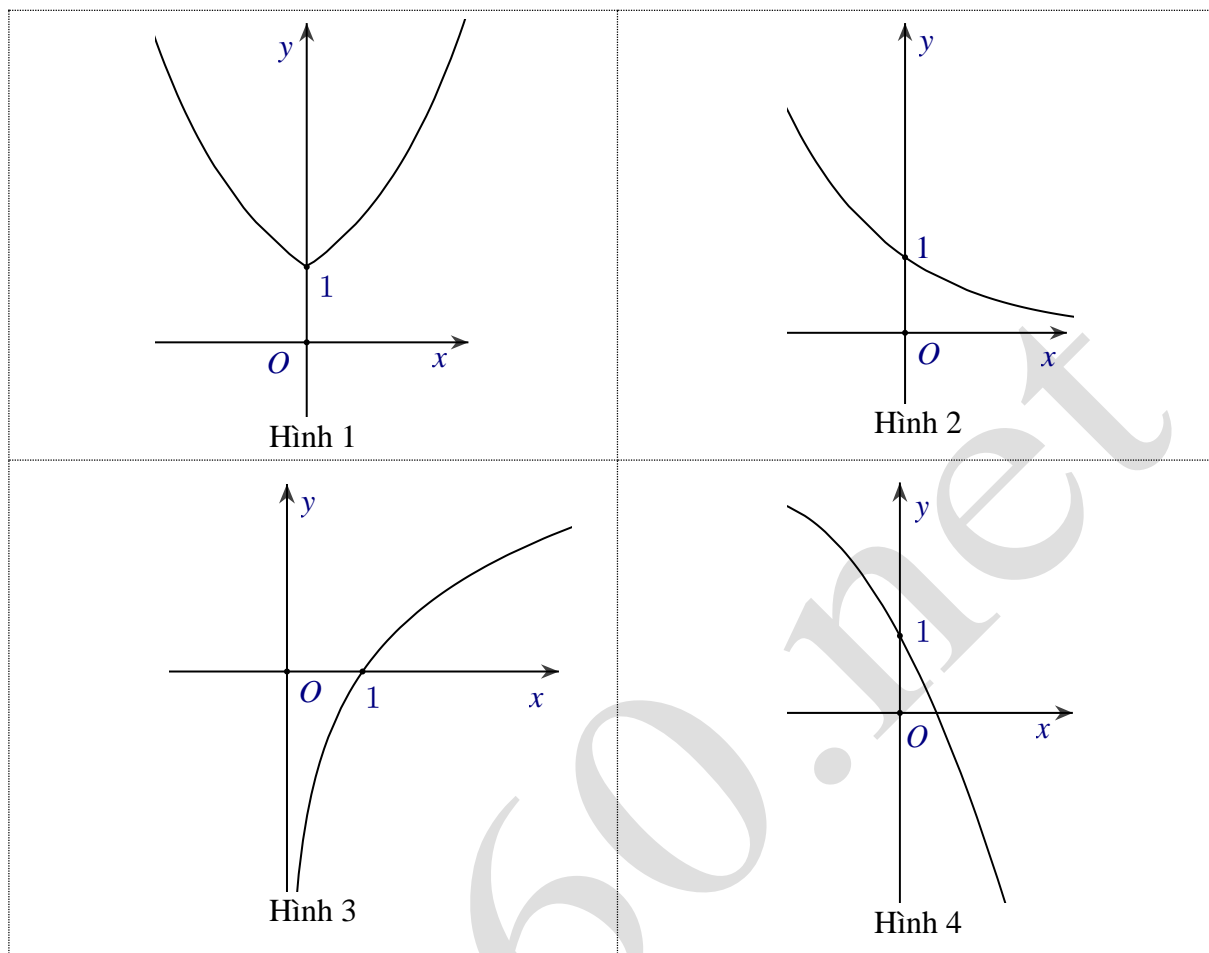
D.  $f(x) + h(x)$  và  $h(x)$

**Câu 37.** Biết hàm số  $y = 2^x$  có đồ thị là hình bên.



Khi đó, hàm số  $y = 2^{|x|}$  có đồ thị là hình nào trong bốn hình được liệt kê ở bốn A, B, C, D dưới đây ?



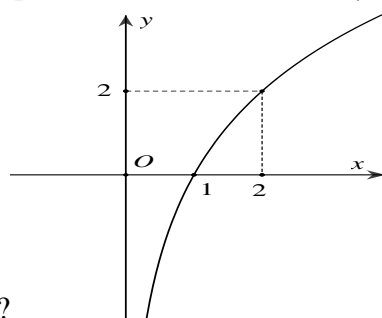


- A. Hình 1      B. Hình 2      C. Hình 3      D. Hình 4

**Câu 38.** Cho hàm số  $y = ex + e^{-x}$ . Nghiệm của phương trình  $y' = 0$ ?

- A.  $x = -1$       B.  $x = 1$       C.  $x = 0$       D.  $x = \ln 2$

**Câu 39.** Tìm tất cả các giá trị thực của  $a$  để hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) có đồ thị là hình bên

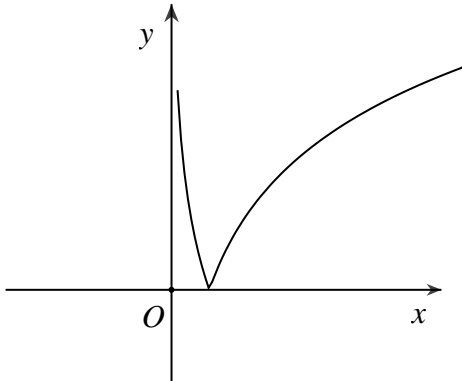


- A.  $a = \sqrt{2}$       B.  $a = \sqrt{2}$       C.  $a = \frac{1}{2}$       D.  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

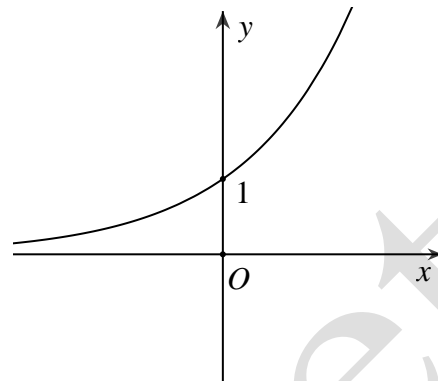
**Câu 40.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^2 e^x$  trên đoạn  $[-1; 1]$ ?

- A.  $e$       B.  $\frac{1}{e}$       C.  $2e$       D.  $0$

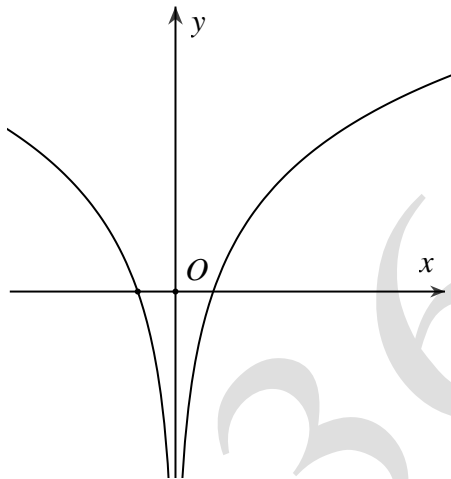
**Câu 41.** Cho hàm số  $y = \log_2(2x)$ . Khi đó, hàm số  $y = |\log_2(2x)|$  có đồ thị là hình nào trong bốn hình được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



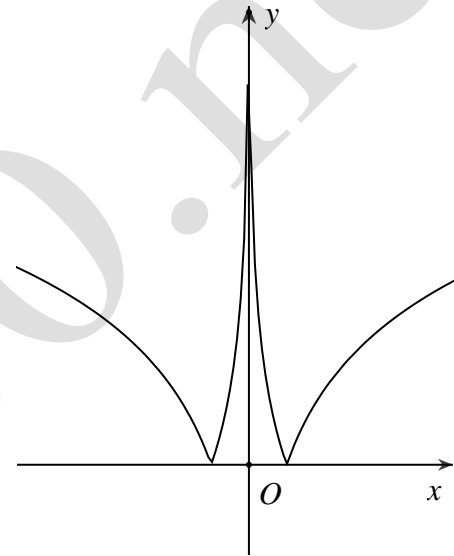
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1

B. Hình 2

C. Hình 3

D. Hình 4

❖ **Phần 3: Vận dụng cao**

**Câu 42.** Tìm điều kiện xác định của phương trình  $\log^4(x-1) + \log^2(x-1)^2 = 25$ ?

A.  $x > 1$

B.  $x \neq 1$

C.  $x \geq 1$

D.  $x \in \mathbb{R}$

**Câu 43.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2^{|x|}$  trên  $[-2; 2]$ ?

A.  $\max y = 4; \min y = -\frac{1}{4}$

B.  $\max y = 4; \min y = \frac{1}{4}$

C.  $\max y = 1; \min y = \frac{1}{4}$

D.  $\max y = 4; \min y = 1$

**Câu 44.** Chọn khẳng định đúng khi nói về hàm số  $y = \frac{\ln x}{x}$

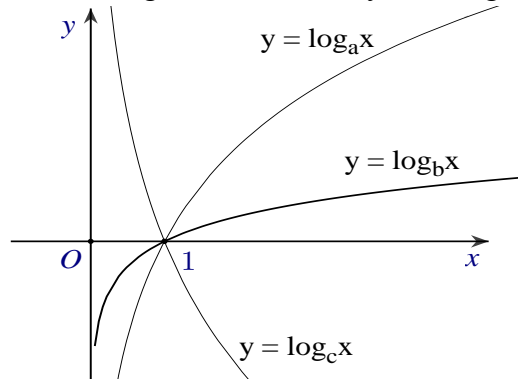
A. Hàm số có một điểm cực tiểu.

B. Hàm số có một điểm cực đại.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

**Câu 45.** Hình bên là đồ thị của ba hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_b x$ ,  $y = \log_c x$  ( $0 < a, b, c \neq 1$ ) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A.  $b > a > c$                       B.  $a > b > c$                       C.  $b > c > a$                       D.  $a > c > b$

**Câu 46.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$  xác định trên  $(2;3)$ .

- A.  $1 \leq m \leq 2$                       B.  $1 < m \leq 2$                       C.  $-1 < m < 2$                       D.  $-1 \leq m \leq 2$

**Câu 47.** Cho hàm số  $y = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số giảm trên khoảng  $(0; +\infty)$                       B. Hàm số tăng trên khoảng  $(0; +\infty)$   
 C. Tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$                       D. Hàm số có đạo hàm  $y' = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

**Câu 48.** Đối với hàm số  $y = \ln \frac{1}{x+1}$ , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $xy' + 1 = e^y$                       B.  $xy' - 1 = -e^y$                       C.  $xy' + 1 = -e^y$                       D.  $xy' - 1 = e^y$

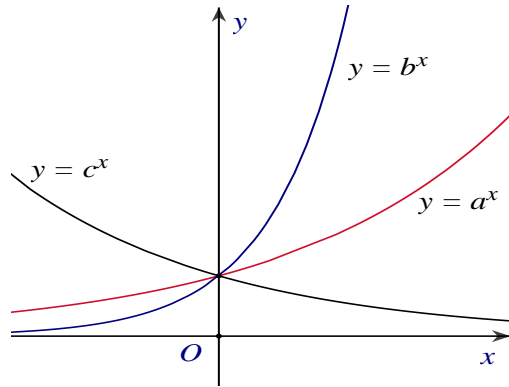
**Câu 49.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  là:

- A.  $y' = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$                       B.  $y' = \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$                       C.  $y' = \frac{2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$                       D.  $y' = \frac{3e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = x \sin x$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $xy'' - 2y' + xy = -2 \sin x$                       B.  $xy' + yy'' - xy' = 2 \sin x$   
 C.  $xy' + yy' - xy' = 2 \sin x$                       D.  $xy'' + y' - xy = 2 \cos x + \sin x$

**Câu 51.** Hình bên là đồ thị của ba hàm số  $y = a^x$ ,  $y = b^x$ ,  $y = c^x$  ( $0 < a, b, c \neq 1$ ) được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A.  $b > a > c$

B.  $a > b > c$

C.  $a > c > b$

D.  $c > b > a$

**B. ĐÁP ÁN:**

**Câu 1. Chọn đáp án A**

Câu B sai vì hàm số  $y = a^x$  với  $0 < a < 1$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

Câu C sai vì hàm số  $y = a^x$  với  $a > 1$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

Câu D sai vì đồ thị hàm số  $y = a^x$  với  $a > 0$  và  $a \neq 1$  luôn đi qua điểm  $M(a; a^a)$  hoặc  $M(0; 1)$  chứ không phải  $M(a; 1)$ .

**Câu 2. Chọn đáp án A**

Với  $a > 0; a \neq 1$  thì  $a^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Suy ra tập giá trị của hàm số  $y = a^x$  ( $a > 0; a \neq 1$ ) là  $(0; +\infty)$

**Câu 3. Chọn đáp án A**

Tập giá trị của hàm số  $y = a^x$  là  $(0; +\infty)$ , tập giá trị của hàm số  $y = \log_a x$  là  $\mathbb{R}$ .

**Câu 4. Chọn đáp án A**

Vì  $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$  nên hàm số  $y = (\sqrt{2} - 1)^x$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 5. Chọn đáp án A**

Vì  $2007 \in \mathbb{Z}^+$  nên hàm số xác định với mọi  $x$ .

**Câu 6. Chọn đáp án A**

Vì  $-2 \in \mathbb{Z}^-$  nên hàm số  $y = (3x^2 - 1)^{-2}$  xác định khi  $3x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 7. Chọn đáp án A**

Vì  $-e \notin \mathbb{Z}$  nên hàm số xác định khi  $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$ .

**Câu 8. Chọn đáp án A**

Hàm số  $\log_{0,5}(x+1)$  xác định khi  $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$ .

**Câu 9. Chọn đáp án A**

Hàm số  $\log \sqrt{x^2 + x - 12}$  có nghĩa khi  $x^2 + x - 12 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -4 \end{cases}$ .

**Câu 10. Chọn đáp án A**

Hàm số  $\log_2 \frac{x+3}{2-x}$  có nghĩa khi  $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$ .

**Câu 11. Chọn đáp án A**

Hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$  xác định khi  $\begin{cases} 2-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 2$ .

**Câu 12. Chọn đáp án A**

Hàm số  $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$  xác định khi  $e^x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ .

**Câu 13. Chọn đáp án A**

Hàm số  $y = \sqrt{-2x^2 + 5x - 2} + \ln \frac{1}{x^2 - 1}$  xác định khi

$$\begin{cases} -2x^2 + 5x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq 2 \\ x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \Rightarrow 1 < x \leq 2$$

**Câu 14. Chọn đáp án A**

Hàm số  $y = \ln(\ln(x))$  xác định khi  $\begin{cases} x > 0 \\ \ln x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \Rightarrow x > 1$ .

**Câu 15. Chọn đáp án A**

Vì  $-2 \in \mathbb{Z}^-$  nên hàm số  $y = (3^x - 9)^{-2}$  xác định khi  $3^x - 9 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ .

**Câu 16. Chọn đáp án A**

Hàm số  $y = \log_{x-1} x$  xác định khi  $\begin{cases} x > 0 \\ x-1 > 0 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$ .

**Câu 17. Chọn đáp án A**

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số dạng  $y = a^x$ . Ta có  $A(0;1)$  và  $B(2;2)$  thuộc đồ thị hàm số.

$$\text{Suy ra, } \begin{cases} a^0 = 1 \\ a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \\ a > 0 \end{cases} \text{ . Hàm số là } y = (\sqrt{2})^x \text{ .}$$

**Câu 18. Chọn đáp án A**

$$y = (x-1)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3}(x-1)' \cdot (x-1)^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}(x-1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}}$$

**Câu 19. Chọn đáp án A**

$$y = 4^{2x} \Rightarrow y' = (2x)' \cdot 4^{2x} \ln 4 = 2 \cdot 4^{2x} \ln 4.$$

**Câu 20. Chọn đáp án A**

$$y = \log_5 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 5}.$$

**Câu 21. Chọn đáp án A**

$$y = \log_{0,5} x^2 \Rightarrow y' = (x^2)' \cdot \frac{1}{x^2 \ln 0,5} = \frac{2}{x \ln 0,5}.$$

**Câu 22. Chọn đáp án A**

$$y = \sin x + \log_3 x^3 \Rightarrow y' = \cos x + \frac{3x^2}{x^3 \ln 3} = \cos x + \frac{3}{x \ln 3}.$$

**Câu 23. Chọn đáp án A**

$$f(x) = \ln(x^4 + 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{(x^4 + 1)'}{x^4 + 1} = \frac{4x^3}{x^4 + 1} \Rightarrow f'(0) = 0.$$

**Câu 24. Chọn đáp án A**

$$f(x) = e^{2017x^2} \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot 2017x \cdot e^{2017x^2} \Rightarrow f'(0) = 0.$$

**Câu 25. Chọn đáp án A**

$$f(x) = x \cdot e^x \Rightarrow f'(x) = e^x + x \cdot e^x \Rightarrow f''(x) = e^x + e^x + x \cdot e^x \Rightarrow f''(1) = 3e.$$

**Câu 26. Chọn đáp án A**

Nhận thấy đây là đồ thị hàm số  $y = \log_a x$ . Điểm  $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$  thuộc đồ thị hàm số nên

$$-1 = \log_a \frac{1}{2} \Rightarrow a^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2. \text{ Hàm số là } y = \log_2 x.$$

**Câu 27. Chọn đáp án A**

Hàm số  $y = x^\alpha$  có tập xác định thay đổi tùy theo  $\alpha$ .

**Câu 28. Chọn đáp án A**

Hàm số lôgarit chỉ xác định khi  $x > 0$  nên đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

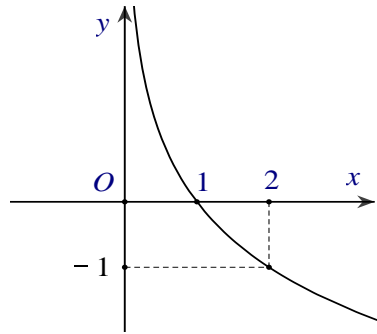
**Câu 29. Chọn đáp án A**

Đồ thị hàm số lôgarit nằm bên phải trục tung và cả dưới, cả trên trục hoành.

**Câu 30. Chọn đáp án A**

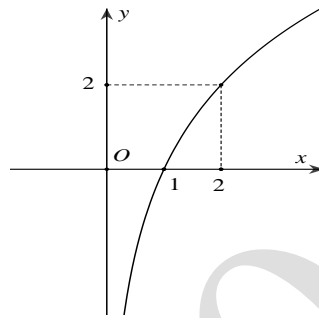
Nhận thấy đây là đồ thị hàm số  $y = \log_a x$ . Điểm  $A(2; -1)$  thuộc đồ thị hàm số nên

$$-1 = \log_a 2 \Rightarrow a^{-1} = 2 \Rightarrow \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a = 0,5. \text{ Hàm số } y = \log_{0,5} x.$$



**Câu 31. Chọn đáp án A**

Đồ thị hàm số đi qua  $A(2;2) \Rightarrow 2 = \log_a 2 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$ .



**Câu 32. Chọn đáp án A**

Hàm số xác định  $\Leftrightarrow \frac{10-x}{x^2-3x+2} > 0 \Leftrightarrow x < 1$  hoặc  $2 < x < 10$

Tập xác định  $D = (-\infty; 1) \cup (2; 10)$

**Câu 33. Chọn đáp án A**

Hàm số xác định  $\log_3(x-2) - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 \geq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 29$

Tập xác định  $D = [29; +\infty)$

**Câu 34. Chọn đáp án A**

$$y = (x^2 + 2x)e^{-x} \Rightarrow y' = (x^2 + 2x)' e^{-x} + (e^{-x})' (x^2 + 2x)$$

$$\Rightarrow y' = (2x + 2)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 2x) = (-x^2 + 2)e^{-x}$$

**Câu 35. Chọn đáp án A**

Hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

**Câu 36. Chọn đáp án A.** Sử dụng điều kiện xác định của các hàm số.

**Câu 37. Chọn đáp án A**

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

**Câu 38. Chọn đáp án A**

$$y = ex + e^{-x} \Rightarrow y' = e - e^{-x}. \text{ Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e - e^{-x} = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

**Câu 39. Chọn đáp án A**

Nhận dạng đồ thị:

---

- Dựa vào đồ thị thì hàm đã cho đồng biến  $\Rightarrow$  loại C và D.
- Đồ thị đã cho qua điểm  $A(2;2)$ . Thử với hai đáp án còn lại  $\Rightarrow$  loại B.

**Câu 40. Chọn đáp án A**

Trên đoạn  $[-1;1]$ , ta có:  $f'(x) = xe^x(x+2)$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = -2$  (loại).

Ta có:  $f(-1) = \frac{1}{e}$ ;  $f(0) = 0$ ;  $f(1) = e$

Suy ra:  $\max_{[-1;1]} f(x) = e$

**Câu 41. Chọn đáp án A**

Sử dụng lý thuyết phép suy đồ thị.

**Câu 42. Chọn đáp án A**

Hàm số xác định  $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

Tập xác định  $D = (1; +\infty)$

**Câu 43. Chọn đáp án A**

Đặt  $t = |x|$ , với  $x \in [-2;2] \Rightarrow t \in [0;2]$

Xét hàm  $f(t) = 2^t$  trên đoạn  $[0;2]$ ;  $f(t)$  đồng biến trên  $[0;2]$

$\max_{[-2;2]} y = \max_{[0;2]} f(t) = 4$ ;  $\min_{[-2;2]} y = \min_{[0;2]} f(t) = 1$

Hoặc với  $x \in [-2;2] \Rightarrow |x| \in [0;2]$ . Từ đây, suy ra:  $2^0 \leq 2^{|x|} \leq 2^2 \Leftrightarrow 1 \leq 2^{|x|} \leq 4$

**Câu 44. Chọn đáp án A**

Tập xác định  $D = (0; +\infty)$ ;  $y' = \frac{1 - \ln x}{\ln^2 x}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = e$

Hàm  $y'$  đổi dấu từ âm sang dương khi qua  $x = e$  nên  $x = e$  là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 45. Chọn đáp án A**

Do  $y = \log_a x$  và  $y = \log_b x$  là hai hàm đồng biến nên  $a, b > 1$

Do  $y = \log_c x$  nghịch biến nên  $c < 1$ . Vậy  $c$  bé nhất.

Mặt khác: Lấy  $y = m$ , khi đó tồn tại  $x_1, x_2 > 0$  để  $\begin{cases} \log_a x_1 = m \\ \log_b x_2 = m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^m = x_1 \\ b^m = x_2 \end{cases}$

Để thấy  $x_1 < x_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$

Vậy  $b > a > c$ .

**Câu 46. Chọn đáp án A**

Hàm số xác định  $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1-x > 0 \\ x-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2m+1 \\ x > m \end{cases}$

Suy ra, tập xác định của hàm số là  $D = (m; 2m+1)$ , với  $m \geq -1$ .

Hàm số xác định trên  $(2;3)$  suy ra  $(2;3) \subset D \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 2m+1 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \end{cases}$



**Câu 47. Chọn đáp án A**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm:  $y' = \ln(1 + \sqrt{1+x^2})$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{1+x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0$

Lập bảng biến thiên :

|      |                                   |     |           |
|------|-----------------------------------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$                         | $0$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$                               | $0$ | $-$       |
| $y$  | $\swarrow \quad \searrow$<br>$-1$ |     |           |

**Câu 48. Chọn đáp án A**

$$y = \ln \frac{1}{x+1} = -\ln(x+1) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x+1}$$

Ta có:  $xy' + 1 = x\left(-\frac{1}{x+1}\right) + 1 = -\frac{x}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1}$ ,  $e^y = e^{\ln \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x+1}$ .

**Câu 49. Chọn đáp án A**

Ta biến đổi hàm số về dạng  $y = \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \Rightarrow y' = \frac{(e^{2x}-1)'(e^{2x}+1) - (e^{2x}+1)'(e^{2x}-1)}{(e^{2x}+1)^2} = \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ .

**Câu 50. Chọn đáp án A**

$$y = x \sin x \Rightarrow y' = \sin x + x \cos x \Rightarrow y'' = 2 \cos x - x \sin x$$

Ta có:  $xy'' - 2y' + xy = x(2 \cos x - x \sin x) - 2(\sin x + x \cos x) + x(x \sin x) = -2 \sin x$

**Câu 51. Chọn đáp án A**

Do  $y = a^x$  và  $y = b^x$  là hai hàm đồng biến nên  $a, b > 1$ .

Do  $y = c^x$  nghịch biến nên  $c < 1$ . Vậy  $x$  bé nhất.

Mặt khác: Lấy  $x = m$ , khi đó tồn tại  $y_1, y_2 > 0$  để  $\begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$

Để thấy  $y_1 < y_2 \Rightarrow a^m < b^m \Rightarrow a < b$

Vậy  $b > a > c$ .