A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. GÓC:

1. Góc giữa hai mặt phẳng.

Góc giữa hai mặt phẳng (*P*): $Ax + By + Cz + D = 0$, (*Q*): $A'x + B'y + C'z + D' = 0$ được ký hiệu: $0^o \le ((P),(Q)) \le 90^o$, xác định bởi hệ thức

$$\cos((P),(Q)) = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}.$$

Đặc biệt: $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0.$

2. Góc giữa hai đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

2.1. Góc giữa hai đường thẳng (*d*) và (*d'*) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ và $\vec{u}' = (a';b';c')$ là ϕ.

$$\cos\phi = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}} \qquad (0^o \le \varphi \le 90^o).$$

Đặc biệt: $(d) \perp (d') \Leftrightarrow aa' + bb' + cc' = 0.$

2.2 Góc giữa đường thẳng *d* có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;c)$ và mp(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A;B;C)$.

$$\sin\varphi = \left|\cos(\vec{n},\vec{u})\right| = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \qquad (0^o \le \varphi \le 90^o).$$

Đặc biệt: $(d) // (\alpha)$ hoặc $(d) \subset (\alpha) \Leftrightarrow Aa + Bb + Cc = 0.$

II. KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

1.1 Khoảng cách từ $M(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + by + Cz + D = 0$ là:

$$d(M,(P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}.$$

1.2 Khoảng cách giữa hai mp song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

2. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng - khoảng cách giữa hai đường thẳng.

2.1. Khoảng cách từ điểm *M* đến một đường thẳng d qua điểm M_o có vectơ chỉ phương $\vec{u}$:

$$d(M,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}.$$

2.2 Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

2.3 Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

d đi qua điểm *M* và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm *M'* và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$ là:

$$d(d,d')=\frac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_0M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}.$$

2.4 Khoảng cách từ giữa đường thẳng và mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng hoặc khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng đến đường thẳng.

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Nhớ và vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng; biết cách khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.
- Nhớ và vận dụng được công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng; biết cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song; khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau; khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng song song.
- Nhớ và vận dụng được công thức góc giữa hai đường thẳng; góc giữa đường thẳng và mặt phẳng; góc giữa hai mặt phẳng.
- Áp dụng được góc và khoảng cách vào các bài toán khác.
-

15 CÂU KHOẢNG CÁCH

Câu 1. Trong không gian *Oxyz,* khoảng cách từ điểm *A*(1;− 2; −2) đến mặt phẳng (α): $x+2y-2z-4=0$ bằng:

A. 1 B. 3 C. $\frac{13}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

$$d(A,(\alpha))=\frac{|1.x_A+2.y_A-2.z_A-4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=1$$

Câu 2. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α): $2x-y-2z-4=0$ và (β): $2x-y-2z+2=0$.

A. 2 B. 6 C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

Ta lấy điểm *H*(2;0;0) thuộc (α). Khi đó $d\left((\alpha),(\beta)\right)=d\left(H,(\beta)\right)=\frac{|2.2-1.0-2.0+2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=2$.

Câu 3. Khoảng cách từ điểm *M*(3;2;1) đến mặt phẳng (*P*): $Ax+Cz+D=0$, $A.C.D\neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(M,(P))=\frac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$ B. $d(M,(P))=\frac{|A+2B+3C+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

C. $d(M,(P))=\frac{|3A+C|}{\sqrt{A^2+C^2}}$ D. $d(M,(P))=\frac{|3A+C+D|}{\sqrt{3^2+1^2}}$

Câu 4. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng (α): $2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng *d*: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+4t \\ z=-t \end{cases}$.

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 0 D. 2

Hướng dẫn giải

Đường thẳng *d* song song với mặt phẳng (α).

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của đường thẳng đến mặt phẳng.

Ta lấy điểm $H(1;2;0)$ thuộc đường thẳng d. Khi đó:

$$d(d,(\alpha)) = d(H,(\alpha)) = \frac{|2.1 - 1.2 - 2.0 - 4|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{3}$$

Câu 5. Khoảng cách từ điểm $A(2;4;-3)$ đến mặt phẳng (α): $2x + y + 2z + 1 = 0$ và (β): $x = 0$ lần lượt là $d(A,(\alpha))$, $d(A,(\beta))$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $2.d(A,(\alpha)) = d(A,(\beta))$

B. $d(A,(\alpha)) > d(A,(\beta))$

C. $d(A,(\alpha)) = d(A,(\beta))$

D. $d(A,(\alpha)) = 3.d(A,(\beta))$

Hướng dẫn giải

$$d(A,(\alpha)) = \frac{|2.x_A + y_A + 2.z_A + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 1 \text{ ; } d(A,(\beta)) = \frac{|x_A|}{\sqrt{1^2}} = 2$$

Kết luận: $d(A,(\beta)) = 2.d(A,(\alpha))$.

Câu 6. Tìm tọa độ điểm *M* trên trục *Oy* sao cho khoảng cách từ điểm *M* đến mặt phẳng *(P)*: $2x - y + 3z - 4 = 0$ nhỏ nhất?

A. $M(0;-4;0)$

B. $M(0;4;0)$

C. $M(0;2;0)$

D. $M\left(0;\frac{4}{3};0\right)$.

Hướng dẫn giải

Khoảng cách từ *M* đến (*P*) nhỏ nhất khi *M* thuộc (*P*). Nên *M* là giao điểm của trục *Oy* với mặt phẳng (*P*). Thay *x* = 0, *z* = 0 vào phương trình (*P*) ta được *y* = -4. Vậy *M*(0; -4;0).

Cách giải khác

Tính khoảng cách từ điểm *M* trong các đáp án đến mặt phẳng (*P*) sau đó so sánh chọn đáp án.

Câu 7. Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (*Oxy*), (*Oyz*) lần lượt bằng:

A. 6 và 4.

B. 6 và 5.

C. 5 và 4.

D. 4 và 6.

Hướng dẫn giải

$$d(M,(Oxy)) = |z_M| = 6 \text{ ; } d(M,(Oyz)) = |x_M| = 4$$

Câu 8. Tính khoảng cách từ điểm $A(x_0;\, y_0;\, z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$, với $A.B.C.D \neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(A,(P)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

B. $d(A,(P)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

C. $d(A,(P)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + C^2}}$

D. $d(A,(P)) = Ax_0 + By_0 + Cz_0$

Câu 9. Tính khoảng cách từ điểm $B(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (*P*): y + 1 = 0. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $|y_0 + 1|$

B. $|y_0|$

C. $\dfrac{|y_0 + 1|}{\sqrt{2}}$

D. y_0

Câu 10. Khoảng cách từ điểm $C(-2;0;0)$ đến mặt phẳng (*Oxy*) bằng:

A. 0 B. 2 C. 1 D. $\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Điểm *C* thuộc mặt phẳng (*Oxy*) nên $d(C,(Oxy)) = 0$

Câu 11. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;0)$ đến mặt phẳng (*Oxy*), (*Oyz*), (*Oxz*). Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $d(M,(Oxy)) = 1$

B. $d(M,(Oyz)) = 1$

C. $d(M,(Oxz)) = 2$

D. $d(M,(Oxz)) > d(M,(Oyz))$.

Câu 12. Khoảng cách từ điểm $A(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (*P*): $Ax + By + Cz + D = 0$, với $D \neq 0$ bằng 0 khi và chỉ khi:

A. $Ax_0 + By_0 + Cz_0 = -D$

B. $A \notin (P)$

C. $Ax_0 + By_0 + Cz_0 \neq -D$

D. $Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0$.

Câu 13. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (*Q*) bằng 1. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. (*Q*): $2x + y + 2z - 3 = 0$

B. (*Q*): $x + y + z - 3 = 0$

C. (*Q*): $2x + y - 2z + 6 = 0$

D. (*Q*): $x + y + z - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Dùng công thức khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng, sau đó tính khoảng cách lần lượt trong mỗi trường hợp và chọn đáp án đúng.

Câu 14. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3+t\end{cases}$, $t\in R$ và mặt phẳng (*P*): $z-3=0$ lần lượt là $d(H,d_1)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(H,d_1)$ = 6. $d(H,(P))$

B. $d(H,(P)) > d(H,d_1)$

C. $d(H,d_1) > d(H,(P))$

D. $d(H,(P))$ = 1.

Hướng dẫn giải

Vì *H* thuộc đường thẳng d_1 và *H* thuộc mặt phẳng (*P*) nên khoảng cách từ điểm *H* đến đường thẳng d_1 bằng 0 và khoảng cách từ điểm *H* đến mặt phẳng (*P*) bằng 0.

Câu 15. Tính khoảng cách từ điểm $E(1;1;3)$ đến đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=4+3t\\z=-2-5t\end{cases}$, $t\in R$ bằng:

A. 0

B. $\frac{4}{\sqrt{35}}$

C. $\frac{5}{\sqrt{35}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{35}}$

Hướng dẫn giải

+ Gọi (*P*) là mặt phẳng đi qua *E* và vuông góc với (*P*). Viết phương trình (*P*)

+ Gọi *H* là giao điểm của đường thẳng *d* và (*P*). Tìm tọa độ *H*

+ Tính độ dài *EH.*

Khoảng cách từ điểm $E(1;1;3)$ đến đường thẳng *d* bằng *EH.*

Cách giải khác:

Vì *E* thuộc đường thẳng *d* nên khoảng cách từ điểm $E(1;1;3)$ đến đường thẳng *d* bằng 0.

18 CÂU GÓC

Câu 1. Cho vectơ $\vec{u}(-2;-2;0)$; $\vec{v}\left(\sqrt{2};\sqrt{2};2\right)$. Góc giữa vectơ $\vec{u}$ và vectơ $\vec{v}$ bằng:

A. 135°. B. 45°. C. 60°. D. 150°.

Hướng dẫn giải

Ta có $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}=\dfrac{-2.\sqrt{2}-2.\sqrt{2}+2.0}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}.\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2+2^2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow(\vec{u},\vec{v})=135^\circ$.

Câu 2. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+t\\z=3\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-t\\y=2\\z=-2+t\end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. 60°. B. 120°. C. 150°. D. 30°.

Hướng dẫn giải

Gọi $\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1; d_2.

$\overrightarrow{u_1}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{u_2}=(-1;0;1)$

Áp dụng công thức ta có $\cos(d_1,d_2)=\left|\cos(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2})\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{|-1|}{\sqrt{1+1}.\sqrt{1+1}}=\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow(d_1,d_2)=60^\circ$.

Câu 3. Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): $5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. 30°. B. -30°. C. 60°. D. -60°.

Hướng dẫn giải

Gọi $\vec{u};\vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương, pháp tuyến của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

$\vec{u}=(1;-2;1)$; $\vec{n}=(5;11;2)$

Áp dụng công thức ta có $\sin(\Delta,(P)) = \left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right| = \frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{\left|1.5-11.2+1.2\right|}{\sqrt{5^2+11^2+2^2}.\sqrt{1^2+2^2+1^2}} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow (\Delta,(P)) = 30^\circ$

Câu 4. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0; (\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\frac{4}{9}$ B. $-\frac{4}{9}$ C. $\frac{4}{3\sqrt{3}}$ D. $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$

Hướng dẫn giải

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}$, $\overrightarrow{n_\beta}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β).

Ta có $\overrightarrow{n_\alpha}(2;-1;2); \overrightarrow{n_\beta}(1;2;-2)$

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{\left|2.1-1.2-2.2\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{4}{9}.$$

Câu 5. Cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 2 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0; (\beta): x - 2z - 3 = 0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó:

A. 60°. B. 45°. C. 30°. D. 90°.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = 2t \\ y = \frac{1}{2} + t \\ z = -\frac{3}{2} + t \end{cases}, t \in R$. Suy ra VTCP của d là $\overrightarrow{u_d}(2;1;1)$

Ta có $\sin(d,(P)) = \left|\cos\left(\overrightarrow{u_d}, \vec{n}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{\left|2.3+1.4+1.5\right|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}.\sqrt{3^2+4^2+5^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow (d,(P)) = 60^\circ$.

Câu 6. Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z-5=0$. Điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc 45°.

A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{\left|3.a-2.b+2.c\right|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow 2(3a-2b+2c)^2 = 17(a^2+b^2+c^2)$

Phương trình trên có vô số nghiệm.

Suy ra có vô số vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là véc tơ pháp tuyến của (β). Suy ra có vô số mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựng hình.

Giả sử tồn tại mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán. (Đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc 45°). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (α). Sử dụng phép quay theo trục Δ với mặt phẳng (β). Ta được vô số mặt phẳng (β') thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 7. Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc 60°

A. $(P): 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q): -x+2y+z-5=0$.

B. $(P): 2x+11y-5z+3=0$ và $(Q): x+2y-z-2=0$.

C. $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

$$\cos((P),(Q)) = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

Xác định các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q). Thay các giá trị vào biểu thức để tìm giá trị đúng.

Dùng chức năng CALC trong máy tính bỏ túi để hỗ trợ việc tính toán nhanh nhất.

Câu 8. Cho vectơ $\vec{u}(1; 1; -2), \vec{v}(1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ có số đo bằng 45°. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Tính $\cos\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = \dfrac{1 - 2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2 + 1}}$

Bước 2: Góc giữa $\vec{u}, \vec{v}$ có số đo bằng 45° nên $\dfrac{1 - 2m}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2 + 1}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow 1 - 2m = \sqrt{3(m^2 + 1)}$ (*)

Bước 3: Phương trình (*) $\Leftrightarrow (1 - 2m)^2 = 3(m^2 + 1)$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 - \sqrt{6} \\ m = 2 + \sqrt{6}. \end{array}\right.$$

Bài giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Sai ở bước 3. B. Sai ở bước 2. C. Sai ở bước 1. D. Đúng.

Hướng dẫn giải

Phương trình (*) chỉ bình phương được hai vế khi biến đổi tương đương nếu thỏa mãn $1 - 2m \geq 0$. Bài toán đã thiếu điều kiện để bình phương dẫn đến sai nghiệm $m = 2 + \sqrt{6}$.

Câu 9. Cho hai điểm $A(1;-1;1)$; $B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa *A*, *B* và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-7=0$ một góc 60°.

A. 2. B. 4. C. 1. D. Vô số.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\overrightarrow{AB}(1;-1;3), \overrightarrow{n_\alpha}(1;-2;1)$

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}$$

$$= \frac{|1.a-2.b+1.c|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow 2(a-2b+c)^2 = 3(a^2+b^2+c^2)$ (1)

Mặt khác vì mặt phẳng (β) chứa *A*, *B* nên:

$\overrightarrow{n_\beta}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow a-b+3c=0 \Leftrightarrow a=b-3c$

Thế vào (1) ta được: $2b^2-13bc+11c^2=0$ (2)

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra có 2 vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;b;c)$ thỏa mãn.

Suy ra có 2 mặt phẳng.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựng hình

Câu 10. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng *AB, CD*. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$

B. $\cos\alpha = \dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$

C. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$ D. $\cos\alpha = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$

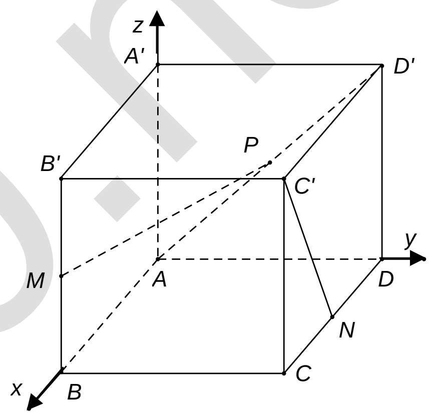
Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm các cạnh $BB', CD, A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng *MP* và *C'N* là:

A. 90° B. 120° C. 60° D. 30°

Hướng dẫn giải



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A \equiv O(0;\,0;\,0)$

Suy ra $B(a;\,0;\,0);\,C(a;\,a;\,0);\,D(0;\,a;\,0)$

$A'(0;\,0;\,a);\,B'(a;\,0;\,a);\,C'(a;\,a;\,a);\,D'(0;\,a;\,a)$

$M\left(a;\,0;\,\dfrac{a}{2}\right);\,N\left(\dfrac{a}{2};\,a;\,0\right);\,P\left(0;\,\dfrac{a}{2};\,a\right)$

Suy ra $\overrightarrow{MP} = \left(-a;\,\dfrac{a}{2};\,\dfrac{a}{2}\right);\,\overrightarrow{NC'} = \left(\dfrac{a}{2};\,0;\,a\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP}.\overrightarrow{NC'} = 0$

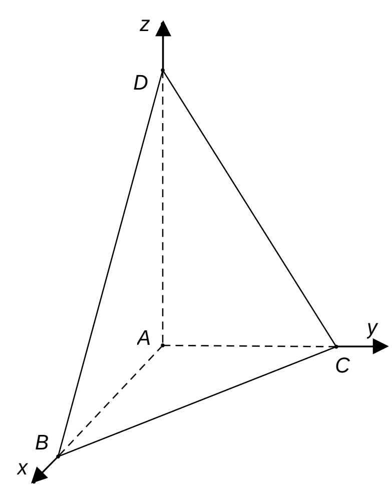
$\Rightarrow (MP, NC') = 90°$

Câu 12. Cho hình chóp $A.BCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc. ΔABC cân, cạnh bên bằng a, $AD = 2a$. Cosin góc giữa hai đường thẳng BD và DC là:

A. $\dfrac{4}{5}$ B. $-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

C. $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$ D. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Hướng dẫn giải



[Phương pháp tự luận]

Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A \equiv O(0;\,0;\,0)$

Suy ra $B(a;\,0;\,0);\,C(0;\,a;\,0);\,D(0;\,0;\,2a)$

Ta có $\overrightarrow{DB}(a;\ 0;\ -2a);\ \overrightarrow{DC}(0;\ a;-2a)$

$$\cos(DB,\ DC)=\left|\cos(\overrightarrow{DB};\ \overrightarrow{DC})\right|=\frac{\left|\overrightarrow{DB}.\ \overrightarrow{DC}\right|}{\left|\overrightarrow{DB}\right|.\left|\overrightarrow{DC}\right|}=\frac{4}{5}.$$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, AB = 2, AC = $\sqrt{5}$. ΔSAC vuông cân tại A. K là trung điểm của cạnh SD. Hãy xác định cosin góc giữa đường thẳng CK và AB?

A. $\frac{4}{\sqrt{22}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{11}}$ C. $\frac{4}{\sqrt{17}}$ D. $\frac{2}{\sqrt{22}}$

Hướng dẫn giải

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=1$

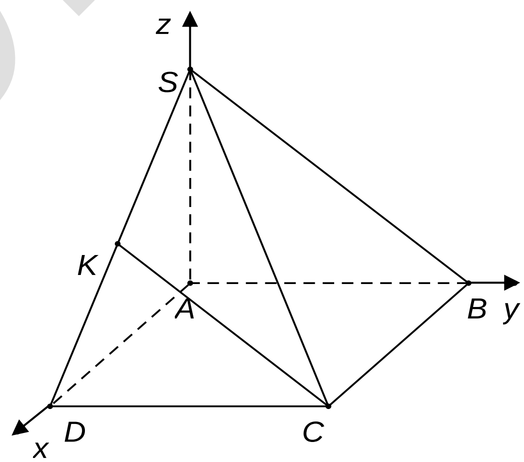
Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O(0;\ 0;\ 0)$

Suy ra $B(0;\ 2;\ 0);\ C(1;\ 2;\ 0);\ D(1;\ 0;\ 0)$

$S(0;\ 0;\ \sqrt{5});\ K(\frac{1}{2};\ 0;\ \frac{\sqrt{5}}{2})$

Suy ra $\overrightarrow{CK}(-\frac{1}{2};-2;\ \frac{\sqrt{5}}{2});\ \overrightarrow{AB}(0;\ 2;\ 0)$

$$\cos(CK,\ AB)=\left|\cos(\overrightarrow{CK};\ \overrightarrow{AB})\right|=\frac{\left|\overrightarrow{CK}.\ \overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{CK}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\frac{4}{\sqrt{22}}.$$



Câu 14. Qua bốn điểm điểm $A(-3;\ -4;\ 5);\ B(2;\ 7;\ 7);\ C(3;\ 5;\ 8);\ D(-2;\ 6;\ 1)$. Đường thẳng nào tạo với nhau một góc 60°.

A. AB và CB. B. AC và CD. C. DB và AC. D. CB và CA.

Hướng dẫn giải

Từ bốn điểm A, B, C, D tạo ra 6 vectơ chỉ phương khác nhau. Tính tọa độ các vectơ sau đó thay vào công thức: $\cos(d,d')=\left|\cos(\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{u_{d'}})\right|$ để kiểm tra.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng nào dưới đây đi qua *A*(2; 1; – 1) tạo với trục *Oz* một góc 30°.

A. $\sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0.$ B. $(x-2)+\sqrt{2}(y-1)-(z+1)-2=0.$

C. $2(x-2)+(y-1)-(z-2)=0.$ D. $2(x-2)+(y-1)-(z-1)-2=0.$

Hướng dẫn giải

Gọi phương trình mặt phẳng (α) cần lập có dạng $A(x-2)+B(y-1)+C(z+1)=0;\ \vec{n}(A;B;C)$

Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}(0;0;1)$.

Áp dụng công thức $\sin((\alpha),Oz)=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\sin 30^\circ$

Sau khi tìm được các vectơ pháp tuyến thỏa mãn, thay giá trị của *A* vào để viết phương trình mặt phẳng.

Câu 16. Cho mặt phẳng $(P):3x+4y+5z+8=0$. Đường thẳng *d* là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+1=0;\ (\beta):x-2z-3=0$. Góc giữa *d* và (*P*) là:

A. 60° B. 120° C. 150° D. 30°

Hướng dẫn giải

Ta có $\overrightarrow{n_P}(3;4;5)$

$\overrightarrow{n_d}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;1;1)$

Áp dụng công thức $\sin((P),d)=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\cos\alpha=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{DC}\right|}$ B. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$

C. $\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|,\left|\overrightarrow{CD}\right|}$ D. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

Câu 18. Cho ba mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0; (Q): x - y - z - 2 = 1; (R): x + 2y + 2z - 2 = 0$. Gọi $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3$ lần lượt là góc giữa hai mặt phẳng (*P*) và (*Q*), (*Q*) và (*R*), (*R*) và (*P*). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. $\alpha_1 > \alpha_3 > \alpha_2$ B. $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$ C. $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$ D. $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính góc rồi so sánh các giá trị đó với nhau.

VẬN DỤNG

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho phương trình mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z + m = 0$ và điểm $A(1;1;1)$. Khi đó m nhận giá trị nào sau đây để khoảng cách từ điểm *A* đến mặt phẳng (α) bằng 1:

A. -2 hoặc -8 B. -8

C. -2 D. 3

Hướng dẫn giải: $d\left(A;(\alpha)\right) = \dfrac{|5+m|}{3} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+5=3 \\ m+5=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-8 \end{array}\right.$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Khi đó khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $\dfrac{12\sqrt{61}}{61}$ B.4

C. $\dfrac{\sqrt{61}}{12}$ D. 3

Hướng dẫn giải

Cách 1: $(\alpha): \dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x - 4y - 3z + 12 = 0$; $d\left(O;(ABC)\right) = \dfrac{12\sqrt{61}}{61}$

Cách 2: Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, khi đó

$$\frac{1}{d^2\left(O,\left(ABC\right)\right)} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{61}{144} \Rightarrow d\left(O,\left(ABC\right)\right) = \frac{12\sqrt{61}}{61}$$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M\left(1;0;0\right)$ và $N\left(0;0;-1\right)$, mặt phẳng $\left(P\right)$ qua điểm M, N và tạo với mặt phẳng $\left(Q\right): x - y - 4 = 0$ một góc bằng 45^0. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} y = 0 \\ 2x - y - 2z - 2 = 0 \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} y = 0 \\ 2x - y - 2z + 2 = 0 \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} 2x - y - 2z + 2 = 0 \\ 2x - y - 2z - 2 = 0 \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} 2x - 2z + 2 = 0 \\ 2x - 2z - 2 = 0 \end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Gọi vectơ pháp tuyến của mp$\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ lần lượt là $\overrightarrow{n_P}\left(a;b;c\right)$ $\left(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0\right)$, $\overrightarrow{n_Q}$

$\left(P\right)$ qua $M\left(1;0;0\right): a\left(x-1\right) + by + cz = 0 = 0$

$\left(P\right)$ qua $N\left(0;0;-1\right)$ $\Rightarrow a + c = 0$

$\left(P\right)$ hợp với $\left(Q\right)$ góc 45^0 $\Rightarrow \left|cos\left(\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right)\right| = cos45^0 \Leftrightarrow \dfrac{\left|a-b\right|}{\sqrt{2a^2 + b^2}\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -2b \end{array}\right.$ Với

$a = 0 \Rightarrow c = 0$ chọn $b = 1$ phương trình $\left(P\right): y = 0$ Với

$a = -2b$ chọn $b = -1 \Rightarrow a = 2$ phương trình mặt phẳng $\left(P\right): 2x - y - 2z - 2 = 0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(-2; 0; 1\right)$, đường thẳng d qua điểm A cắt trục Oy góc 45^0. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \end{array}\right.$

B. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Cách 1: Điểm $M\left(0;m;0\right)\in Oy$, $\vec{j}\left(0;1;0\right)$ là vectơ chỉ phương của trục Oy, $\overrightarrow{AM}\left(2;-m;-1\right)$

$\left|\cos\left(\overrightarrow{AM};\vec{j}\right)\right|=\cos 45^0\Leftrightarrow\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+5}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{5}$ nên có 2 đường thẳng:

$$\frac{x+2}{2}=\frac{y}{\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1};\frac{x+2}{2}=\frac{y}{-\sqrt{5}}=\frac{z-1}{-1}$$

Cách 2: $\vec{u_1}\left(2;\sqrt{5};-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\vec{u_1};\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\vec{u_2}\left(2;-\sqrt{5};-1\right)\Rightarrow\left|\cos\left(\vec{u_2};\vec{j}\right)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Đường thẳng d đi qua điểm $A\left(-2;0;1\right)$ nên chọn đáp án *A*.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z-3=0$ và mặt phẳng $\left(Q\right):x-y+z-1=0$. Khi đó mặt phẳng $\left(R\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng $\left(R\right)$ bằng 2, có phương trình là:

A. $\left[\begin{array}{l}x-z+2\sqrt{2}=0\\x-z-2\sqrt{2}=0\end{array}\right.$

B. $x-z-2\sqrt{2}=0$

C. $x-z+2\sqrt{2}=0$

D. $2x-2z-2\sqrt{2}=0$.

Hướng dẫn:

$\overrightarrow{n_P}\left(1;1;1\right),\overrightarrow{n_Q}\left(1;-1;1\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=\left(2;0;-2\right)$

Mặt phẳng $\left(R\right):2x-2z+D=0\Rightarrow d\left(O;\left(R\right)\right)=\dfrac{|D|}{\sqrt{8}}=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}D=4\sqrt{2}\\D=-4\sqrt{2}\end{array}\right.$

Vậy phương trình mp $\left(R\right):x-z+2\sqrt{2}=0;\ x-z-2\sqrt{2}=0$

Câu 6. Tập hợp các điểm trong không gian $Oxyz$ cách đều hai mặt phẳng $\left(P\right):x+y-2z-3=0$ và $\left(Q\right):x+y-2z+5=0$ là:

A. $x+y-2z+1=0$

B. $x+y-2z+4=0$

C. $x+y-2z+2=0$

D. $x+y-2z-4=0$

Hướng dẫn: $M(x;y;z)$. Ta có $d(M,(P))=d(M,(Q)) \Leftrightarrow \frac{|x+y-2z-3|}{\sqrt{6}}=\frac{|x+y-2z+5|}{\sqrt{6}}$

$\Leftrightarrow |x+y-2z-3|=|x+y-2z+5| \Leftrightarrow x+y-2z+1=0$

Câu 7. Tìm tập hợp các điểm trong không gian $Oxyz$ cách đều hai mặt phẳng $(P): x-2y-2z-7=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x+y+2z+1=0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x+3y+4z+8=0 \\ 3x-y-6=0 \end{array}\right.$

B. $x+3y+4z+8=0$

C. $3x-y-6=0$

D. $3x+3y+4z+8=0$.

Hướng dẫn giải

Cho điểm $M(x;y;z)$, $d(M,(P))=d(M,(Q)) \Leftrightarrow \frac{|x-2y-2z-7|}{3}=\frac{|2x+y+2z+1|}{3}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+3y+4z+8=0 \\ 3x-y-6=0 \end{array}\right.$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm M thuộc trục Ox cách đều hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$ và (Oyz). Khi tọa độ điểm M là:

A. $\left(\frac{3}{1+\sqrt{6}};0;0\right)$ và $\left(\frac{3}{1-\sqrt{6}};0;0\right)$

B. $\left(\frac{3}{1+\sqrt{6}};0;0\right)$ và $\left(\frac{3}{\sqrt{6}-1};0;0\right)$

C. $\left(\frac{\sqrt{6}-1}{3};0;0\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{6}+1}{3};0;0\right)$

D. $\left(\frac{1+\sqrt{6}}{3};0;0\right)$ và $\left(\frac{1-\sqrt{6}}{3};0;0\right)$

Hướng dẫn giải: Điểm $M(m;0;0) \in Ox$; $d(M,(P))=d(M,(P)) \Leftrightarrow \frac{|m-3|}{\sqrt{6}}=|m|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3=m\sqrt{6} \\ m-3=-m\sqrt{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{3}{1+\sqrt{6}} \\ m=\frac{3}{1-\sqrt{6}} \end{array}\right.$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng là $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là:

A. $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$

B. $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$

C. $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$

D. $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: $M(5+2t;1+3t;2-2t)\in d$; $\overrightarrow{AM}(2+2m;3+3m;-2-2m)$

$$\Rightarrow AM=\sqrt{17}\Leftrightarrow 17(1+m)^2=17\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(5;1;2)\\M(1;-5;6)\end{array}\right.$$

Cách 2: Kiểm tra các điểm thuộc đường thẳng d có 2 cặp điểm trong đáp án B và C thuộc đường thẳng d . Dùng công thức tính độ dài AM suy ra đáp án C thỏa mãn.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1;2;1)$, $B(-2;1;3)$, $C(2;-1;1)$ và điểm $D(0;3;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm A,B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P) là:

A. $\left[\begin{array}{l}4x+2y+7z-15=0\\2x+3z-5=0\end{array}\right.$

B. $2x+3z-5=0$

C. $4x+2y+7z-15=0$

D. $\left[\begin{array}{l}4x-2y+7z-1=0\\2x+3z-5=0\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Trường hợp 1: (P) qua AB và song song với CD, khi đó (P) có vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]=(-8;-4;-14)$ nên phương trình của $(P): 4x+2y+7z-15=0$.

Trường hợp 2: (P) qua AB cắt trung điểm CD tại trung điểm I của đoạn CD. Ta có $I(1;1;1)\Rightarrow\overrightarrow{AI}(0;-1;0)$, vectơ pháp tuyến của (P) là $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AI}\right]=(2;0;3)$ nên phương trình $(P): 2x+3z-5=0$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, gọi (*P*) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{-2}$ và tạo với trục Oy góc có số đo lớn nhất. Điểm nào sau đây thuộc mp(P)?

A. $N(-1;-2;-1)$ B. $M(3;0;2)$ C. $E(-3;0;4)$ D. $F(1;2;1)$

Hướng dẫn giải:

Gọi $\vec{n}(a;b;c);\vec{n}\neq\vec{0}$ là VTPT của *(P)*; α là góc tạo bởi *(P)* và *Oy*. α lớn nhất khi $sin\alpha$ lớn nhất

Ta có $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u}_d$ nên $\vec{n}(b+2c;b;c)$

$$\sin\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{j}\right)\right|=\frac{|b|}{\sqrt{2b^2+5c^2+4bc}}$$

Nếu $b=0$ thì $\sin\alpha=0$

Nếu $b\neq0$ thì $\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}c}{b}+\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2+\frac{6}{5}}}$. Khi đó, $sin\alpha$ lớn nhất khi $\frac{c}{b}=-\frac{2}{5}$

$\Rightarrow$ chọn $b=5;c=-2$

Vậy, phương trình mp(P) là $x+5y-2z+9=0$. Do đó ta có $N\in(P)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho điểm $M(0;-1;\ 2), N(-1;1;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M,N và tạo với mặt phẳng $(Q):2x-y-2z-2=0$ góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(1;2;3)$ cách mp(P) một khoảng là:

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{7\sqrt{11}}{11}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải:

(P) có VTPT $\vec{n}$ vuông góc với $\overrightarrow{MN}(-1;2;1)$ nên $\vec{n}(2b+c;\ b;\ c)$.

Gọi α là góc tạo bởi *(P)* và *(Q)*, α nhỏ nhất khi cosα lớn nhất.

Ta có $\cos\alpha=\frac{3|b|}{\sqrt{5b^2+2c^2+4bc}}$

Nếu $b=0$ thì $\cos\alpha=0$

Nếu $b\neq 0$ thì $\cos\alpha=\dfrac{3}{\sqrt{2\left(\dfrac{c}{b}+1\right)^2+3}}$. Khi đó, $\cos\alpha$ lớn nhất khi $\dfrac{c}{b}=-1\Rightarrow$ chọn $b=1;c=-1$

Vậy, phương trình mp(P) là $x+y-z+3=0$. Do đó $d\left(A,(P)\right)=\sqrt{3}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho $(P):x-2y+2z-1=0$ và 2 đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$; $\Delta_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$.

Gọi M là điểm thuộc đường thẳng Δ_1, M có toạ độ là các số nguyên, M cách đều Δ_2 và (P) Khoảng cách từ điểm M đến mp(*Oxy*) là:

A. 3 B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D.2

Hướng dẫn giải:

Gọi $M(t-1;t;6t-9), t\in\mathbb{Z}$.

Ta có $d(M,\Delta_2)=d(M,(P))\Leftrightarrow\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=d(M,(P))$

$\Leftrightarrow\sqrt{29t^2-88t+68}=\dfrac{|11t-20|}{3}$ với $M_0(1;3;-1)\in\Delta_2$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\dfrac{53}{35}\end{array}\right.\xrightarrow{t\in\mathbb{Z}}t=1$

Vậy, $M(0;-1;3)\Rightarrow d(M,(\mathrm{Oxy}))=3$

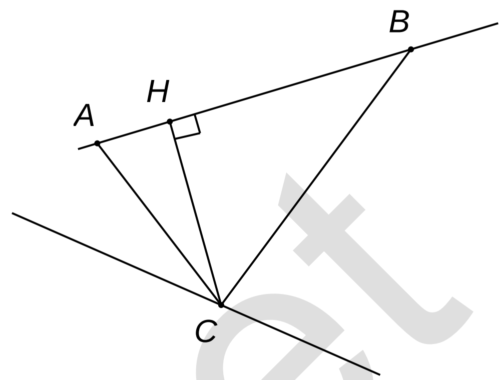
Câu 4. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho 2 điểm $A(1;5;0);B(3;3;6)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Gọi *C* là điểm trên đường thẳng *d* sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất. Khoảng cách giữa 2 điểm A và C là:

A. $\sqrt{29}$ B. 29 C. $\sqrt{33}$ D. 7

Hướng dẫn giải:

Ta có 2 đường thẳng AB và d chéo nhau.

Gọi C là điểm trên d và H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB.



Vì $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.CH = \sqrt{11}.CH$ nên S_{ABC} nhỏ nhất khi CH nhỏ nhất $\Leftrightarrow CH$ là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng AB và d.

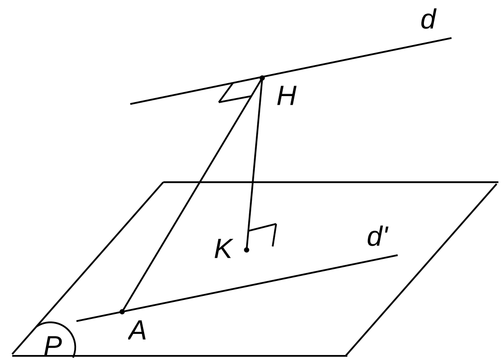
Ta có $C(1;\ 0;\ 2) \Rightarrow AC = \sqrt{29}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho điểm $A(10;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;3)$ đến mp(P) là:

A. $\frac{97\sqrt{3}}{15}$ B. $\frac{76\sqrt{790}}{790}$ C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3\sqrt{29}}{29}$

Hướng dẫn giải:

Vì (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng d nên (P) chứa đường thẳng d' đi qua điểm A và song song với đường thẳng d.



Gọi H là hình chiếu của A trên d, K là hình chiếu của H trên (P).

Ta có $d(d,(P)) = HK \leq AH$ $(AH\ không\ đổi)$

$\Rightarrow$ GTLN của $d(d,(P))$ là AH

$\Rightarrow d(d,(P))$ lớn nhất khi AH vuông góc với (P).

Khi đó, nếu gọi (Q) là mặt phẳng chứa A và d thì (P) vuông góc với (Q).
$\Rightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}_d, \vec{n}_Q] = (98;14;-70)$

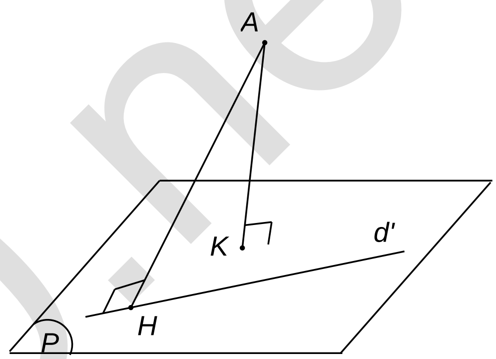
$\Rightarrow (P): 7x + y - 5z - 77 = 0 \Rightarrow d(M,(P)) = \frac{97\sqrt{3}}{15}$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Tính khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P)?

A. $\frac{11\sqrt{18}}{18}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{11}}{18}$ D. $\frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải:

Gọi H là hình chiếu của A trên d; K là hình chiếu của A trên (P).



Ta có $d(A,(P)) = AK \le AH$ (Không đổi)

$\Rightarrow$ GTLN của $d(d,(P))$ là AH

$\Longrightarrow d(A,(P))$ lớn nhất khi $K \equiv H$.

Ta có $H(3;1;4)$, (P) qua H và $\perp AH$

$\Rightarrow (P): x-4y+z-3=0$

Vậy $d(M,(P))=\frac{11\sqrt{18}}{18}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$; $d':\begin{cases} x=3-t' \\ y=1+t' \\ z=1-2t' \end{cases}$.

Biết rằng có 2 đường thẳng có các đặc điểm: song song với (P), cắt d, d' và tạo với d góc 30^0.

Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Hướng dẫn giải:

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, $\overrightarrow{n_P}$ là VTPT của mặt phẳng (*P*).

Gọi $M(1+t;t;2+2t)$ là giao điểm của Δ và d; $M'(3-t';1+t';1-2t')$ là giao điểm của Δ và d'

Ta có: $\overrightarrow{MM'}(2-t'-t;1+t'-t;-1-2t'-2t)$

$$MM'//(P)\Leftrightarrow\begin{cases}M\notin(P)\\ \overrightarrow{MM'}\perp\overrightarrow{n_P}\end{cases}\Leftrightarrow t'=-2\Rightarrow\overrightarrow{MM'}(4-t;-1-t;3-2t)$$

Ta có $\cos30^0=\cos\left(\overrightarrow{MM'},\vec{u}_d\right)\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{|-6t+9|}{\sqrt{36t^2-108t+156}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\\t=-1\end{array}\right.$

Vậy, có 2 đường thẳng thoả mãn là $\Delta_1:\begin{cases}x=5\\y=4+t\\z=10+t\end{cases};\Delta_2:\begin{cases}x=t'\\y=-1\\z=t\end{cases}$.

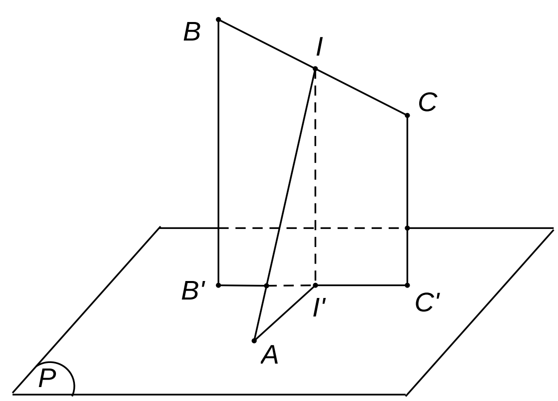
Khi đó, $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{1}{2}$

Câu 8. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;0;1)$; $B(3;\ -2;0)$; $C(1;2;\ -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến (P) lớn nhất biết rằng (P) không cắt đoạn BC. Khi đó, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $E(1;3;1)$ B. $F(3;\ 0;\ -2)$ C. $G(-2;\ 0;\ 3)$ D. $H(0;3;1)$

Hướng dẫn giải:

Gọi I là trung điểm đoạn BC; các điểm B',C',I' lần lượt là hình chiếu của B,C,I trên (P).



Ta có tứ giác $BCC'B'$ là hình thang và II' là đường trung bình.

$\Rightarrow d(B,(P))+d(C,(P))=BB'+CC'=2II'$

Mà $II'\le IA$ (với IA không đổi)

Do vậy, $d(B,(P))+d(C,(P))$ lớn nhất khi $I'\equiv A$

$\Rightarrow (P)$ đi qua A và vuông góc $\overrightarrow{IA}$ với $I(2;0;\ -1)$

$\Rightarrow (P):-x+2z-1=0\Rightarrow E(1;3;1)\in(P)$

Câu 9. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz* cho các điểm $A(1;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ trong đó b,c dương và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Biết rằng $mp(ABC)$ vuông góc với $mp(P)$ và $d(O;(ABC))=\frac{1}{3}$, mệnh đề nào sau đây **đúng**:

A. $b+c=1$ B. $2b+c=1$ C. $b-3c=1$ D. $3b+c=3$

Hướng dẫn giải:

Ta có phương trình mp(ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

$(ABC)\perp(P)\Rightarrow\frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0\Rightarrow b=c\,(1)$

Ta có $d(O,(ABC))=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=8\,(2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow b=c=\frac{1}{2}\Rightarrow b+c=1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;2;3); B(0;1;1); C(1;0;-2)$. Điểm $M\in(P): x+y+z+2=0$ sao cho giá trị của biểu thức $T=MA^2+2MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó ,điểm M cách $(Q): 2x-y-2z+3=0$ một khoảng bằng:

A. $\frac{101}{54}$ B. 24 C. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{121}{54}$

Hướng dẫn giải:

Gọi $M(x;y;z)$. Ta có $T=6x^2+6y^2+6z^2-8x-8y+6z+31$

$$\Rightarrow T=6\left[\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2\left(z+\frac{1}{2}\right)^2\right]+\frac{145}{6}$$

$\Rightarrow T=6MI^2+\frac{145}{6}$ với $I\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow T$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$\Rightarrow M\left(-\frac{5}{18};-\frac{5}{18};-\frac{13}{9}\right)$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 11. Cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z-1=0; (\beta): 5x+2y+11z-3=0$. Góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $60°$. B. $30°$. C. $150°$. D. $120°$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho mặt phẳng (*P*) có phương trình $x+y-3=0$. Điểm *H*(2; 1; 2) là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ *O* trên một mặt phẳng (*Q*). Góc giữa hai mặt phẳng (*P*) và (*Q*) bằng:

A. $45°$. B. $30°$. C. $60°$. D. $120°$.

Câu 13. Cho vectơ $|\vec{u}|=2; |\vec{v}|=1; (\vec{u},\vec{v})=\frac{\pi}{3}$. Góc giữa vectơ $\vec{v}$ và vectơ $\vec{u}-\vec{v}$ bằng:

A. $90°$. B. $30°$. C. $60°$. D. $45°$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{9}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-1}{1}$,

$\Delta: \begin{cases} 2x-3y-3z+9=0 \\ x-2y+z+3=0 \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng *d* và đường thẳng Δ bằng:

A. $0°$. B. $30°$. C. $90°$. D. $180°$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y-2z-10=0$; đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{1-y}{2}=\frac{z+3}{3}$. Góc giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng (α) bằng:

A. $90°$. B. $30°$. C. $60°$. D. $45°$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* phương trình đường thẳng qua A(3; – 1; 1), nằm trong (*P*): $x-y+z-5=0$ và hợp với đường thẳng *d:* $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{2}$ một góc 45^0 có dạng:

A. $\Delta_1: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1+t, t\in R; \\ z=1 \end{cases}$ $\Delta_2: \begin{cases} x=3+15t \\ y=-1-8t, \ t\in R \\ z=1-23t \end{cases}$

B. $\Delta_1: \begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+2t, t\in R; \\ z=1 \end{cases}$ $\Delta_2: \begin{cases} x=3+15t \\ y=-1+38t, \ t\in R \\ z=1+23t \end{cases}$

C. $\Delta_1: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1+t, t\in R; \\ z=1 \end{cases}$ $\Delta_2: \begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-2t, \ t\in R \\ z=1-5t \end{cases}$

D. $\Delta_1:\begin{cases}x=3-t\\y=-1-t,t\in R;\\z=1+t\end{cases}$ $\Delta_2:\begin{cases}x=3+15t\\y=-1-8t,\ t\in R\\z=1-23t\end{cases}$

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi *M, N, P* lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'$, BC, DD'. Góc giữa đường thẳng *AC'* và mặt phẳng (*MNP*) là:

A. 90° B. 120° C. 60° D. 30°

Câu 18. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, gọi (*P*) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3t\end{cases}$ và tạo với trục Ox góc có số đo lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ điểm $A(1;-4;2)$ đến mp(*P*) là:

A. $\frac{12\sqrt{35}}{35}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{20\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho điểm $M(2;1;-12), N(3;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M,N và tạo với mặt phẳng $(Q):2x+2y-3z+4=0$ góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(3;1;0)$ cách mp(P) một khoảng là:

A. $\frac{1}{\sqrt{22}}$. B. $\frac{\sqrt{22}}{11}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho $(P):x+y-z-7=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1};\Delta_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+4}{-5}$.

Gọi M là điểm thuộc đường thẳng Δ_1, M có toạ độ là các số dương, M cách đều Δ_2 và (P) Khoảng cách từ điểm M đến mp(P) là:

A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. 7. D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho 2 điểm $A(1;-4;3);B(1;0;5)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3t\\y=3+2t\\z=-2\end{cases}$. Gọi *C* là điểm trên đường thẳng *d* sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất.

Khoảng cách giữa điểm C và gốc toạ độ O là:

A. $\sqrt{14}$. B. 14. C. $\sqrt{6}$. D. 6.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $B(2;0;-3)$ đến mp(P) là:

A. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$. C. 7. D. $\frac{\sqrt{18}}{18}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho điểm $A(4;-3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+3t\\y=2+2t\\z=-2-t\end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Tính khoảng cách từ điểm $B(-2;1;-3)$ đến mặt phẳng (P) đó?

A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. 0. D. $\sqrt{38}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho 3 điểm $A(1;1;-2);B(-1;2;1);C(-3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho tổng khoảng cách từ B và C đến (P) lớn nhất biết rằng (P) không cắt đoạn BC. Khi đó, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $E(2;\ -2;1)$. B. $F(-1;2;0)$. C. $G(2;1;\ -3)$. D. $H(1;-3;1)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz* cho các điểm $A(a;0;0),B(0;2;0),C(0;0;c)$ trong đó *a*, *c* dương và mặt phẳng $(P):2x-z+3=0$. Biết rằng $mp(ABC)$ vuông góc với $mp(P)$ và $d(O;(ABC))=\frac{2}{\sqrt{21}}$, mệnh đề nào sau đây đúng:

A. $a+4c=3$. B. $a+2c=5$. C. $a-c=1$. D. $4a-c=3$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(-2;\ 2;\ 3);B(1;-1;3);C(3;\ 1;-1)$. Điểm $M\in(P):x+2z-8=0$ sao cho giá trị của biểu thức $T=2MA^2+MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, điểm M cách $(Q):-x+2y-2z-6=0$ một khoảng bằng:

A. 4. B.2. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 27. Tính khoảng cách từ điểm H(3; – 1; – 6) đến mặt phẳng (α): $x+y-z+1=0$.

A. $3\sqrt{3}$ B. 9 C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. 3.

Câu 28. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (*P*): $2x+y+2z=0$ và (*Q*) $2x+y+2z+7=0$.

A. $\frac{7}{3}$ B. 7 C. $\frac{7}{9}$ D. 2.

Câu 29. Khoảng cách từ điểm *K*(1;2;3) đến mặt phẳng (*Oxz*) bằng:

A. 2 B. 1 C. 3 D. 4.

Câu 30. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng (α): $2x+y+2z+4=0$ và đường thẳng *d*: $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \\ z=-4t \end{cases}$.

A. $\frac{8}{3}$ B. 0 C. $\frac{4}{3}$ D. 4.

Câu 31. Khoảng cách từ giao điểm *A* của mặt phẳng $(R): x+y+z-3=0$ với trục *Oz* đến mặt phẳng (α): $2x+y+2z+1=0$ bằng:

A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 0.

Câu 32. Cho hai mặt phẳng $(P): x+y+2z-1=0$, $(Q): 2x+y+z=0$ và đường thẳng *d*: $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Gọi $d(d,(P))$, $d(d,(Q))$, $d((P),(Q))$ lần lượt là khoảng cách giữa đường thẳng *d* và (*P*), *d* và (*Q*), (*P*) và (*Q*). Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**:

A. $d(d,(Q))=\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $d(d,(P))=0$

C. $d((P),(Q))=0$ D. $d(d,(Q))=0$.

Câu 33. Khoảng cách từ điểm $C(-2;1;0)$ đến mặt phẳng (*Oyz*) và đến đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1+t \\ y=4+t \\ z=6+2t \end{cases}$

lần lượt là d_1 và d_2. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d_1 > d_2$ B. $d_1 = d_2$ C. $d_1 = 0$ D. d_2=1.

Câu 34. Khoảng cách từ điểm $B(1;1;1)$ đến mặt phẳng (*P*) bằng 1. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. (*P*): $2x + y + 2z - 2 = 0$ B. (*P*): $x + y + z - 3 = 0$.

C. (*P*): $2x + y - 2z + 6 = 0$ D. (*P*): $x + y + z - 3 = 0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z + 5 = 0$. Tập hợp các điểm M cách đều mặt phẳng (α) và (β) là:

A. $2x - y + 2z + 3 = 0$ B. $2x - y - 2z + 3 = 0$

C. $2x - y + 2z - 3 = 0$ D. $2x + y + 2z + 3 = 0$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Tập hợp các điểm cách đều mặt phẳng (α) và (β) là

A. $\left[\begin{array}{l} x + y + 2 = 0 \\ 3x - 3y + 4z + 4 = 0 \end{array}\right.$ B. $\left[\begin{array}{l} x - y + 2 = 0 \\ 3x - 3y + 4z + 4 = 0 \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} x - y + 2 = 0 \\ 3x - 3y + 4z + 4 = 0 \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} x - y + 2 = 0 \\ 3x + 3y + 4z + 4 = 0 \end{array}\right.$