**Chương I : Căn bậc hai.Căn bậc ba**

**A./ Kiến thức cơ bản:**

1. Căn bậc hai

a. Định nghĩa: Căn bậc hai của số thực a là số x sao cho x2 = a

- Chú ý:

+ Mỗi số thực a > 0, có đúng 2 căn bậc hai là 2 số đối nhau: số dương: , số âm: 

b. Căn bậc hai số học

- Định nghĩa: Với  thì số  được gọi là căn bậc hai số học của a. Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0

- Định lý: Với a, b > 0, ta có:

+ Nếu 

+ Nếu 

2. Căn thức bậc hai

a.Định nghĩa : Cho A là 1 biểu thức thì biểu thức  được gọi là căn thức bậc hai của A ; A được gọi là biểu thức lấy căn hay biểu thức dưới dấu căn

-  có nghĩa (hay xác định hay tồn tại) 

b. Hằng đẳng thức 

- Định lý : Với mọi số thực a, ta có : 

- Tổng quát : Với A là biểu thức, ta có : 

3. Khai phương một tích. Khai phương một thương

a) Định lý : 

- Mở rộng : a ;b ;c ≥ 0 ,ta có =..

b) Định lý : 

4.Các phép biến đổi đơn giản

a. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn



b. Đưa thừa số vào trong dấu căn



c. Khử mẫu của biểu thức lấy căn : 

d. Trục căn thức ở mẫu

a) 

b) 

c) 

5.Căn bậc ba:

**+** Căn bậc ba của một số a là số x sao cho =a.

**+** Mỗi số a đều có duy nhất một căn bậc ba

+Kí hiệu căn bậc ba của a là

+ Căn bậc ba của một số dương là một số dương, căn bậc ba của một số âm là một số âm, căn bậc ba của số 0 là số 0

+ a > b 

+ Với mọi số a,b ta có = .

+ Với mọi số a,b ta có 

**B.Bài tập**

**BÀI TẬP NHẬN BIẾT**

**Câu 1**:Căn bậc hai số học của số a không âm là:

A. B.  C. D. Số có bình phương bằng a

Đáp án: B

**Câu 2**:Căn bậc hai số học của 25 là:

A. 25 và -25 B. -5 C.  và  D. 5

Đáp án: D

**Câu 3:** Cho 4 số -7; 0; 1,2 ; .Trong bốn số này có bao nhiêu số có hai căn bậc hai.

A.1 B.2 C.3 D.4

Đáp án: C

**Câu 4:** Câu nào dưới đây sai:

A.Với  , nếu x =  thì  B. Với , nếu  thì 

C.Nếu y =  thì y> 0 D. Nếu x = -3 thì x có hai căn hậc hai

Đáp án: D

**Câu 5**:  xác định khi:

A.  B. >0 C. D.

Đáp án: C

**Câu 6:** Nếu  thì :

A**.** B**. ** C**. ** D**.** Một kết quả khác

Đáp án: B

**Câu 7: ** bằng:

A.  . B C.  D. 

Đáp án: C

**Câu 8: ** xác định khi:

A.  B.  C.  D. 

Đáp án: D

**Câu 9**.  xác định khi:

A. A > 0 C. A < 0

B. A ≥ 0 D. A ≤ 0

Đáp án: B

**Câu 10**. 

A.  C. 

B.  D. 

Đáp án: C

**Câu 11**. 

A. 0,5 C. - 0,5

B. 0,52 D. 0,25

Đáp án: A

**Câu 12**.  với A,B không âm.

A.  C. 

B.  D. *A.B*

Đáp án: A

**Câu 13**. 

A.  C. 36

B. . D. 1296

Đáp án: C

**Câu 14.**

A. 180 C. 18

B. 0,18 D. 1,8

Đáp án: C

**Câu 14**:Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng.

A.với; B. với;b > 0

C. với; D. với; b > 0

Đápán: B

**Câu 15:** Điều kiện để có đẳng thứclà:

1. ; B. ; 

C. ; b > 0 D. ; b > 0

Đáp án: D

**Câu 16** :Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai.

B. với;b > 0

B. với;

C. với mọi giá trị của a

D. với;

Đáp án: D

**Câu 17**:Giá trị của biểu thứcbằng:

A. B.  C. 3 D. 9

Đáp án: B

**Câu 18:**  Kết quả của phép tính bằng:

1. 2 B. -2 C. 4 D. -4

Đáp án: A

**Câu 19**: Kết quả của phép tính bằng:

A. B. C. D.

Đáp án: C

**Câu 20:**Kết quả của phép tính  bằng

1. 4 B. 16 C.  D. 

Đáp án: A

**Câu 21**  Chọn câu trả lời đúng:

A. = với a,b ≥ 0 B. = - với a,b < 0

C. = với a ≥ 0, b > 0 D. với a,b > 0

Đáp án: C

**Câu 22:** Sau khi thực hiện phép tính đưa thừa số ra ngoài dấu căn của biểu thức ta được kết quả bằng

A.  B.  C.  D. 

Đáp án: B

**Câu 23:** Sau khi thực hiện phép tính đưa thừa số ra ngoài dấu căn của biểu thức (với x ≥ 0; y ≥ 0) ta được kết quả cuối cùng bằng

A.  B.  C.  D. 

Đáp án: D

**Câu 24:** Sau khi thực hiện phép tính đưa thừa số vào trong dấu căn của biểu thức  ta được kết quả cuối cùng bằng

A.  B.  C.  D. 

Đáp án: A

**Câu 25:** Sau khi thực hiện phép tính đưa thừa số vào trong dấu căn của biểu thức  (với a ≥ 0) ta được kết quả cuối cùng bằng:

A.  B.  C.  D. 

Đáp án: D

**Câu 25**: Khoanh tròn vào đáp án đúng trong các khẳng định sau.

A**.=** B**.=** C**.=** D.=(với B0)

Đáp án: D

**Câu 26:**Trong các khẳng định sau khẳng định nào là đúng.

A**.** B**.** C.(với x0**)** D**.**(với x0)

Đáp án: C

**Câu 27**: Hãy chọn cụm từ thích hợp để điền vào dấu (…)để được khẳng định đúng nhất.

Khẳng định:Ta chỉ đưa được … vào trong dấu căn.

A.Thừa số dươngB**.**Thừa số âm

C**.**Thừa số lớn hơn 0D**.**Thừa số lớn hơn hoặc bằng 0

Đáp án: D

**Câu 28**:Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A**.** B**.**

C**.**  D**.**

Đáp án:B

**Câu 29: **bằng

A.  B.  – C.  D. ( - )2

Đáp án: C

**Câu 30: =** 5 thì x bằng

A. 25 B. 5 C. ±5 D. ±25

Đáp án: C

**Câu 31:** Giá trị biểu thức **** bằng:

A.  B.  C.  D. 12

Đáp án: D

**Câu 32**:.So sánh 9 và , ta có kết luận sau:

A**.** **.** B**.** **.** C**.** **.** D**.** Không so sánh được

Đáp án: C

**Câu 33**: **.**Biểu thức  bằng

A**.** 3 – 2x**.** B**.** 2x – 3**.** C**. ‌****.** D**.** 3 – 2x và 2x – 3.

Đáp án: C

**Câu 34**: Biểu thức  bằng

A**.** 3ab2**.** B. – 3ab2**.** C**.** **.** D**.** **.**

Đáp án: C

**Câu 35:** Giá trị của****bằng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

Đáp án: D

**Câu 36:** Trục căn thức ở mẫu của **** ta được:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

Đáp án: A

**Câu 37:** Với x > 0, y > 0, biểu thức  được biến đổi thành:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. - | C. | D. - |

Đáp án: C

**Câu 38:** Biểu thức  bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. |  |  |

Đáp án: C

**Câu 39 :** Căn bậc ba của 8 là

A : 23 B:  C: 2

**Đáp án:** C

**Câu 40:** -7 là căn bậc ba của

A:  B: - 343 C: - 49

**Đáp án:** B

**Câu 41:** Căn bậc ba của số 0 là

A: 0 B: là số âm C: là số dương

**Đáp án:** A

**Câu 42 :**  là:

A. 4 B. 9 C. 3 D. 2

Đáp án : C

**Câu 43.** Tính 

Đáp án : 5

**BÀI TẬP THÔNG HIỂU**

**Câu 1**: So sánh  và 4 ta có kết luận sau:

A.  > 4 B.  < 4 C.  = 4 D.Không so sánh được.

Đáp án: B

**Câu 2**: Nếu  là căn bậc hai số học của x thì x bằng:

A. 2- B. 3-  C.3 -  D. Số khác

Đáp án: B

**Câu 3:** Nếu **** thì a bằng:

A.81 B.9 C. 3 D. Một số khác

Đáp án: A

**Câu 4:** Số các giá trị nguyên dương của x thỏa mãn  là:

A.1 B.2 C.3 D.4

Đáp án**:** C

**Câu 5:** Nếu x2 = 2 thì x bằng:

A. B.- C.  D. Một số khác.

Đáp án: C

**Câu 6**:Biểu thức  có giá trị bằng:

A.  B.  C.  D. -1

Đáp án: B

**Câu 7:**Với giá trị nào của x thì biểu thức **** có nghĩa**:**

A**.**  B. **** C.  và  D.

Đáp án: C

**Câu 8 :** Câu nào dưới đây sai:

A.  B. 

C.  D. 

Đáp án: A

**Câu 9**: Nếu  thì biểu thức  bằng biểu thức nào dưới đây**:**

A.  B.  C.  D. 

Đáp án:D

**Câu 10:** Biểu thức  có giá trị là:

A.  B.  C.  D. 

Đáp án: A

**Câu 11.**  Biết , x = ?

A. 49 C.- 49

B.48 D. - 48

Đáp án: B

**Câu 12.** Tính : 

A.  C. 

B.  D. 

Đáp án: B

**Câu13**. Với giá trị nào của x thì căn thức sau có nghĩa:



Đáp án: 



Đáp án: Căn thức xác định với mọi x

**Câu 14*.*** Tính 

A. 18 B. 10

B. 19 D. 

Đáp án: A

**Câu 15:** Tính

A. 1125 C. 1225

B. 1152 D. 15

Đáp án: A

**Câu 16:**

A. 1 C.

B. 5 D. 4

Đáp án: C

**Câu 17:** Đểthì điều kiện của x và y là:

A. ;  B.; 

C. ;  D. ; 

Đáp án: B

**Câu 18**:Rút gọn biểu thứcvới ; ta được kết quả:

1. 9a B. C.-3a D. 3a

Đáp án: D

**Câu 19**:Rút gọn biểu thứcvới ta được kết quả:

1.  B. C. D. 

Đáp án: B

**Câu20:**Rút gọn biểu thứcvới ;ta được kết quả:

A. B.  C. D. 

Đáp án: C

**Câu 21:** Rút gọn biểu thứcvới ; ta được kết quả:

A. B.  C. D. 

Đáp án: A

**Câu 22:**  Kết quả của phép tính bằng:

*A. B. C. D.*

Đáp án: B

**Câu** **23:**  Với b ≠ 0 thì bằng:

A. B. 3a2 C.  D. a2

Đáp án: D

**Câu 24:**Với x > 1, biểu thức  bằng kết quả nào dưới đây?

1. -3 B. 3 C. 9 D.-9

Đáp án: B

**Câu** **25:** Rút gọn biểu thức E = (x >0)

Đáp án: E=

**Câu 26:**  Rút gọn biểu thức

B = . với a>0

***Đáp án:***  B =

**Câu 27:** Sau khi rút gọn biểu thức  ta được kết quả cuối cùng bằng:

A.  B.  C.12 D. 24

Đáp án: C

**Câu 28:** So sánh và 

Đáp án: ta có = ; 

Mà 144 > 96 nên > 

**Câu 29:** Rút gọn biểu thức  (với x ≥ 0).

Đáp án: 

**Câu 30:** Rút gọn biểu thức 

Đáp án: 

**Câu 31:** Rút gọn  (với a ≥ 0)

Đáp án: 

**Câu 32:**Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a. b

Đáp án:

a. b. 

**Câu 33**:Đưa thừa số vào trong dấu căn.

a. b.(với )

Đáp án: a. b.

**Câu 34**:So sánh: và 

Đáp án: >

**Câu 35:**Rút gọn biểu thức.

A=

Đáp án : A=

**Câu 36:** Rút gọn biểu thức

P=

Đáp án:P=

**Câu 37:** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a, 

b, 

Đáp án:

nếu  ≥ 0

-nếu 0

{

a, =

b, **=** {****

**Câu 38:** Đưa thừa số vào trong dấu căn

a,  b,  với a > 0 và b > 0

Đáp án:

a, =



b, 

**Câu 39:** Đưa thừa số vào trong dấu căn

a, với a>0 b, 

Đáp án: a,  vì a>0 là điều kiện.

nếu  > 

-nếu  < 

{

b, 

**Câu 40:** So sánh :

a, 2 và 

b, 2 và 

Đáp án :a, 

b, xét  ⇒ 2 > 

**Câu 41**:Biểu thức  với y < 0 được rút gọn là:

A. –yx2. B. . C. yx2  D. .

Đáp án: A

**Câu 42**: **.**Giá trị của biểu thức  bằng

A. . B. 1. C. -4. D. 4.

Đáp án: D

**Câu 43**: Giá trị của biểu thức  là

A. . B. 5. C. . D. .

Đáp án: A

**Câu 44 :** Với a > 1 thì kết quả rút gọn biểu thức  là

A. a. B. . C. . D. a + 1.

Đáp án: C

**Câu 45:** Tính giá trị M = 

Đáp án:

M = 

M = 

M = 

**Câu 46:** Giải phương trình (Với x> 5)

Đáp án:



⇔ 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

⇔ 

⇔ (Thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập hợp nghiệm của phương

trình trên là: S = 

**Câu 47:** Khử mẫu của biểu thức lấy căn

a)  ( với x 0)

Đáp án:



b)  ( với x.y>0)

Đáp án:



( vì điều kiện x.y>0)



**Câu 48:** Trục căn thức ở mẫu.

a) Trục căn thức ở mẫu của  ta được :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. - | B . 4+2 | C. 4 - 2 | D. |

Đáp án: B

b) Trục căn thức ở mẫu: 

Đáp án:



**Câu 49:** So sánh  và 

Đáp án:

Ta có 

có 

Vậy  < 

**Câu 50:**Tính giá trị của biểu thức:

a)

Đáp án:



b)

Đáp án:



**Câu 51:** Biểu thức  có giá trị bằng :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. 4 | B. 2 | C. 2 | D. kết quả khác |

Đáp án: B

**Câu 52:** Kết quả của phép nhân (với a > 0) bằng

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

Đáp án: D

**Câu 53:** Giá trị của biểu thức  bằng:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A. | B. | C. | D. |

Đáp án: C

**Câu 54:** Tính giá trị của 

Đáp án: 

**Câu 55:** Kết quả của phép tính  là = ?

A :  ; B ; C:  ; D: Một kết quả khác

Đáp án: B

**Câu 56:** Mỗi số có bao nhiêu căn bậc ba

A: Không có số nào

B: Có hai căn bậc ba

C: Có duy nhất một căn bậc ba

Đáp án: C

**Câu 57:** Tính  - 

Đáp án:  -  = 8 - (-9) = 17

**Câu 58:** Tìm kết quả đúng 

A: -3 B: 3 C: 6

Đáp án: A

**Câu 59 :** Tìm x biết  = 2

Đáp án : 8

**Câu 60 :** So sánh 2 và 3

Đáp án là : 2 < 3

**Câu 61 :** Tính  3

Đáp án là : 2x-3

**Câu 62 :** Tính  .

Đáp án là : 1

**BÀI TẬP VẬN DỤNG**

**Câu 1:** Tìm x không âm, biết:

a) b) 

Đáp án:





**Câu 2:** Tính cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác vuông cân,biết diện tích của nó bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng bằng 2,5cm và chiều dài bằng 12,8cm.

Đáp án:

Diện tích của hình chữ nhật là: cm2

Gọi độ dài cạnh góc vuông và độ dài cạnh huyền của tam giác vuông cân lần lượt

là  và  (

Diện tích của tam giác vuông cân là: 

Theo đề bài ta có: ( do 

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông ,ta có:



Vậy cạnh góc vuông = 8cm ; cạnh huyền = cm

**Câu 3:** Tìm x không âm,biết: a)  b)

Đáp án:

a)  kết hợp với . Vậy 

b)  kết hợp với . Vậy 

**Câu 4:** Không dùng máy tính và bảng số ,chứng minh:

a)  b)

**Đáp án**:

a) Xét hiệu :  = 6  > 0 (do 

 

b) Tương tự

**Câu 5:**Tìm x không âm, biết:

a)

b) x + +1 = 0

Đáp án:

a) Vì  với  nên



b) Do x + +1 =   nên không tồn tại giá trị của x .

**Câu 6:**Tìm x để mỗi biểu thức sau có nghĩa:

**a)  b) **

Đáp án: a) **** có nghĩa khi 

b) ****có nghia khi ****

**Câu 7:** Tìm x ,biết:

a)  b) 

Đáp án:

a)

b) 

Nếu  thì ,ta có phương trình:  ( loại)

Nếu  thì ,ta có phương trình:  ( thỏa mãn)

**Câu 8:**Cho biểu thức:

a)Tìm điều kiện xác định của A.

b)Rút gọn biểu thức A

Đáp án: a) ĐKXĐ: 

b) 

Nếu  thì 

Nếu  thì 

**Câu 9:** Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức A khi 

b) Chứng minh rằng khi  thì giá trị của biểu thức A là bình phương

của một số.

Đáp án:

a) 

Khi thì 

Vậy 

b)Thay  >  vào biểu thức  ,ta có:

 là bình phương của một số.

**Câu 10:**

a) Rút gọn biểu thức 

b) Chứng minh rằng:với 

Đáp án:





(vì nên ** )**

**Câu 11**: Giải phương trình 

Đáp án: 

**Câu 12**. Giải phương trình 

Đáp án: x = 1 và 

**Câu 13**. Giải phương trình 

Đáp án: x = 3 và x = - 2

**Câu 14**. Tính: 

Đáp án: 

**Câu 15**. Tìm x:





Đáp án: a, x = 4

b, x = 1 và x = 13

**Câu 16**.Tính: 

Đáp án: 12

**Câu 17**: Tìm x, biết:

a) b)

Đáp án:

a) 

Đáp số: 

b) ĐKXĐ: x > 1

⬄



Đáp số: 

**Câu 18:** Rút gọn biểu thức:

a)với  b) với ;

Đáp án

1. 

=vì

b)



**Câu 19:**Tính :

1.  b)

Đáp án:

1. 



b)



**Câu 19:** Tính :

a) b)

Đáp án:

a)

b) 

**Câu 20:**Chứng minh đẳngthức:

1. với a > b > 0
2. với x ≠ 3; y > 1

Đáp án:

a)

vì a > b> 0

b)

vì y > 1

**Câu 21:** a) Tính A=

Đáp án A=

=

b) Rút gọn B = với a,b > 0

Đáp án

B =

= + - = a + b -

**Câu 22**: a) Tính A = 

Đáp án: A = 

= 1/3 – 2/3 + 1

= 2/3

b) Rút gọn biểu thức A =  với  và 

Đáp án:

A =  với  và 



 ( có x + y > 0 do )

**Câu 23**: a) Tính 

Đáp án: 



b) Rút gọn biểu thức M =  với a < 0 ; 

Đáp án: M = 



(với a < 0 )

**Câu 24*:*** a) Giải phương trình 

Đáp án: 



b) Tính 

Đáp án:  =  = 

**Câu 25:** a) Giải phương trình 

Đáp án:



b) Rút gọn biểu thức  với 

Đáp án: 



 (với  )

**Câu 26**: Rút gọn biểu thức

A= với x

Đáp án:

Với x≥ 1 ta có A =

=

= 3

= 9

**Câu 27:** Thực hiện phép tính (5

Đáp án: (5

= ( 10

= ( 6

= 12

**Câu 28:** Tìm x, biết:

a)  

Đáp án: a) ĐK:





c) ĐK:





**Câu 29:** Rút gọn:  (với x ≥ 0; y ≥ 0; x ≠ y)

Đáp án: với x ≥ 0; y ≥ 0; x ≠ y ta có



**Câu 30:** Tính giá trị mỗi biểu thức sau:



Đáp án:



**Câu 31**:Tìm x biết:

Đáp án: x=

**Câu 32**:Cho biểu thức:



a.Rút gọn biểu thứcP

b.Tìm x để P=6

Đáp án:a.

b.x=2

**Câu 33:** Khai triển và rút gọn biểu thức.

A= với 

Đáp án:

**Câu 34:** Chứng minh đẳng thức:

**(**với x>0;y>0**)**

Đáp án:

Phân tích rồi suy ra ĐPCM

**Câu 35:** Rút gọn

a, 

b,  

Đáp án: a, =  

nếu a+b>0 ;a≠b

nếu a + b < 0; a ≠b

{

b, =

**Câu 36:** Rút gọn

a, A = ( – 2) 

b, B = ( - )

**-**2 nếu  < 2 

2 nếu > 2

Đáp án

a, A = với 

hoặc A với 

b, Điều kiện  –> 0 ⇔  > ⇔  –  < 0

Vậy B = 

**Câu 37:** Rút gọn A =  với *x* ≥

Đáp án: A = 

**Câu 38:** Rút gọn B =  (*x* ≥0)

Đáp án B = 

**Câu 39:** Rút gọn

a)  (với  )

Đáp án:



( do )



b)  với a  0, b  0 và a  b

Đáp án:

Với a  0, b  0 và a  b



**Câu 40:** Rút gọn

a) 

Đáp án:

 =  =  = 2

b) 

Đáp án:

Ta có:

****

****

**Câu 41:** Rút gọn các biểu thức

a)  ()

Đáp án:

Với 



b)  (với a > 0)

Đáp án:



**Câu 42:** Rút gọn

****

Đáp án:

****

**Câu 43**: Cho biểu thức:

P =  Với x > 0; x ≠ 1

a. Rút gọn P.

b. Tìm x để P< 0.

c. Tìm x nguyên để P nhận giá trị nguyên.

Đáp án:

a) P = 

P = 

P = 

P = 

P = 

P = 

b. Để P < 0 thì: < 0

⬄ 

⬄ 

⬄x<1

Kết hợp ĐKXĐ ta có: Để P<0 thì 0<x<1.

c. Ta có: P = = 

Do x là số nguyên dương nên

- Nếu x không là số chính phương thì không là số nguyên ⇒ không nguyên ⇒ P không nguyên

- Nếu x là số chính phương thì nguyên nên để PZ thì 2 ⬄ 

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | 1 | 2 |
| x | Không có giá trị của x | 0 | 4 | 9 |

Dựa vào bảng trên và ĐKXĐ ta có: x = 4; 9

Vậy để PZ thì x = 4 hoặc x = 9

**Câu 44**: Cho biểu thức:

 với x 0, x 9, x4

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tính giá trị của P biết x = 16

Đáp án: 





b) Khi x = 16 thỏa mãn điều kiện thì P =  =5

**Câu 45:** Cho biểu thức A **= ** với x > 0 và x ≠ 1

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để A = 3

Đáp án: Ta có :

A =  = 

A = 

A = 

A =  =  = 

b) A = 3 =>  = 3

=> 3x +  - 2 = 0 =>3. ( +1)( -  ) =0 => - = 0 => x =  thỏa mãn điều kiên.

Vậy với x= thì A=3

**Câu 46:** Cho biểu thức  với 

a) Rút gọn P.

b) Tìm *x* để P < .

Đáp án:

a.Với  ta có:



P 

P 

b) Theo phần a ta có  với:

Ta có P <  khi và chỉ khi: 

, (do>0)



Vậy thì P < 

**Câu 47:** Cho biểu thức : P =  với x

a) Rút gọn P

b) Tìm x để P =2

c) Tính giá trị của P khi 

Đáp án

a)

P = 











b) P = 2 



c)  thỏa mãn điều kiện xác định nên ta thay vào ta được :

P = 

**Câu 48:** Cho biểu thức M =**** với x ≥ 0, x≠ 4,x≠ 9

1. Rút gọn M
2. Tìm x để M = 5

Đáp án:

M = 

a.

Ta có





Vậy 

b) Với  thì 

Để 



 ( Thỏa mãn ĐK)

Vậy x=16 thì M = 5

**Câu 49:** Cho biểu thức  với 

a) Rút gọn

b) Tìm x sao cho Q < -1

Đáp án:

1. Ta có:





Vậy

b) Vớithì 

Để  thì 



x>16 thỏa mãn điều kiện

Vậy x>16 thì Q < -1

**Câu 50:** Cho biểu thức  với x ≥ 0

1. Rút gọn A
2. Tìm x để A nhận giá trị nguyên.

Đáp án : a. Với x ≥ 0 ta có

A= ( - ): = .=

b.A= 1-

Để A nguyên thì nguyên đặt = k ( k Z ,k>0)Type equation here.

⇒ = mà ≥ 0 ⇒ ≥ 0 ⇒ 0 < k ≤ mà k nguyên nên k=1 ⇒ x=1 .

Vậy với x=1 thì A nguyên.

**Câu 51:** Tính a) . 

b)  : 

c)  .  . 

**Đáp án:**

a) .  = = = . b)  =  =  = -3

c) . . = 

**Câu 52:** So sánh a) 5 và 

b)  và 

**Đáp án:**

a) Ta có 5 =  >  => 5 > 

b) = 

 >  => 

 = 

**Câu 53:** Rút gọn

a) - 4a ; b)  - 5b2

**Đáp án:**

a) ;

= 3a - 4a = -a

b) 

= -5ab2 - 5b2 = -5b2(a+1)

**Câu 54:** Tìm x biết

a)  = 2; b)  - 3 = 0

**Đáp án:**

a) =2 ⇔ 3x -1 = 23

3x -1 = 8

⇔ 3x = 9

⇔ x = 3

b) 

⇔ 

⇔ 4 - 2x = 27

⇔ 2x = -23

⇔ x

**Câu 55**. Rút gọn  - 10 + 

Đáp án là : -16

**Câu 56 :** Tính  .

Đáp án là : 4

**Câu 57 :** Trục căn thức ở mẫu 

Đáp án là :2( + +1)

**Câu 58 :** Giải pt :  =2

Đáp án là : x=9

**Câu 59:** Rút gọn biểu thức: B =

Đáp án: B =

**Câu 60:** Tìm x biết:

Đáp án: Ta có

2x – 1 > -27

**Câu 61:** Rút gọn C =

Đáp án : ta có C=

**BÀI TẬP VẬN DỤNG CAO**

**Câu 1:**Chứng minh: = 3

Đáp án: Đặt x =  > 0

Ta có  

**Câu 2:**Chứng minh số **** là một số nguyên.

Đáp án: **=**

**Câu 3:**Giải phương trình**:**

Đáp án**:** Ta có:

**.**

Dấu bằng xảy ra khi ****

**.** Dấu bằng xảy ra khi 

Vậy  là nghiệm duy nhất của phương trình.

**Câu 4:**Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Đáp án**: 

Dấu = xảy ra khi 

Vậy giá trị nhỏ nhất của  khi 

**Câu 5:** Giải phương trình ****

Đáp án: Điều kiện: 

****

** (** Do > 0 )



 **(** Do > 0 )

 ( Thỏa mãn)

**Câu 6:** Giải phương trình  ****

Đáp án: Điều kiện:  .Ta có:

****

Dấu = xảy ra khi



Ta có: -+4x-2 = -+2 ≤ 2

Dấu = xảy ra khi 

Vậy  là nghiệm duy nhất của phương trình. -+4x-2 = -+2 ≤ 2

**Câu 7.**  Tính

Đáp án: 

**Câu 8** Tính 

Đáp án: 7

**Câu 9**. So sánh: và 3

Đáp án: > 3

**Câu 10*.*** Chứng minh  và là hai số nghịch đảo của nhau

Đáp án: Tính được 

**Câu 11*.*** Cho biết  (x ≥ 5), tính 

Đáp án: Ta có



**Câu 12.**Cho biểu thức . Hãy tính giá trị của A

Đáp án: 

**Câu 13:** Cho hai số thực x và y thỏa mãn x + y = 15.

Tìm GTLN và GTNN của biểu thức: A=

Đápán:

ĐKXĐ: x  4; y  3

*Tìm min A:*

Áp dụng bất đẳng thức vớivới ,

Dấu bằng xảy ra khi a=0 hoặc b=0

Ta có

Hay A

Dấu bằng xảy ra khi x=4 và y=11 hoặc x=12 và y=3

Vậy min A = khi x=4 và y=11 hoặc x=12 và y=3

*Tìm max A:*

Xét A2= x+y – 7+28+ x – 4 + y - 3

Hay A216=> A4

A=4 khi x–4=y-3 và x+y=15=> x = 8; y = 7

Vậy max A = 4khi x = 8 và y = 7

**Câu 14:** : Cho a > c; b > c; c > 0. Chứng minh:  + 

Đáp án:

Do a > c; b > c; c > 0.

Nên: + 

<=> c(a – c) + c(b – c) + 2ab

<=> ac + bc – 2c2 + 2cab ( Vì c > 0)

<=> c2 – 2c + ab – ac + c2 – bc 0

<=> c2 – 2c + a(b – c) – c(b – c)  0

<=> c2 – 2c + (a – c)(b – c)  0 <=> 0 (đúng)

Vậy + 

**Câu 15**: a) Chứng minh: a + b 

b)Áp dụng: tìm x để A = đạt giá trị lớn nhất.

Đáp án

1. Ta luôn có : (a + b)2 (a + b)2 + (a – b)2<=> (a + b)2 a2 + 2ab + b2 + a2 –2ab +b2

<=>(a+b)2 2a2 + 2b2<=> |a + b| 

Mà a + b  |a + b| nên a + b 

1. Ápdụng A  = 2

Min A = 2 <=> x = 4

**Câu 16:** Giải phương trình:  (1)

Đáp án:

ĐKXĐ: luôn đúng với mọi x

Phương trình (1)  = -x + 4

Với –x + 40⬄ x  4, ta có:

⇔ (thỏamãn)

Vậy phương trình (1) có nghiệmx = 0 ; x = 2.

**Câu 17*:***  Giải phương trình (1)

Đáp án: Điều kiện x ≥ .

(1)



2x -3 = 4x – 4 2x = 1 x = (Loại vì không thoả mãn điều kiện)



Vậy phương trình vô nghiệm.

**Câu 18 :** Cho A =  (x≥ 0)

Tìm giá trị lớn nhất của A, giá trị đó đạt đ­ược khi x bằng bao nhiêu?

Đáp án

Ta có x - 2 + 3 = (- 1)2 + 2

Mà ( - 1)2 ≥ 0 với mọi x ≥ 0

⇒ ( - 1)2 + 2 ≥ 2 với mọi x≥ 0

⇒ A =   

A =  ⇔  = 1 ⇔ x = 1 (Thỏa mãn điều kiện x≥ 0 )

Vậy GTLN của A =  khi x = 1

**Câu 19**: Tìm GTLN của A =  với mọi x****

Đáp án

|  |  |
| --- | --- |
| Ta có A = |  |
| = |  |
| A =  khi x **=** (Thỏa mãn điều kiện x) |  |
| GTLN của A =  khi x **=** |  |

**Câu 20:** Cho B =  trong đó x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện

xy = 1. Chứng minh rằng B  1

Đáp án

B = 

= 

=  (Với xy = 1)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si với hai số dương x2, y2, x4, y4 ta có

B   = = 1

Dấu « = » xảy ra khi x = y = 1

**Câu 21:** Chứng minh rằng: 

Đáp án:

Ta có: 

Vậy 

**Câu 22:** Cho  Với 

Chứng minh rằng: 

Đáp án:

Ta có 

“=” xảy ra khi x = 2016 hoặc x = 2010

Mặt khác  

Dấu “=” xảy ra khi x = 2013

Vậy 

**Câu 23:** Cho 

Tính giá trị của biểu thức



Đáp án:

Ta có:



Do x > 0 nên x = 

Mà 

Do đó 

Vậy giá trị của biểu thức A = 3 tại



**Câu 24:**Chứng minh các đẳng thức sau:



Đáp án: Với a ≥ 0; b ≥ 0; a ≠ b ta có:



**Câu 25**:Rút gọn biểu thức:

****với

Đáp án: A= 

**Câu 26**:Tìm x biết:.

Đáp án: x=0

**Câu 27:**Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

****

Đáp án:GTNN của A là -7khi x=16

**Câu 28:**Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:



Đáp án:GTLN của B là 26 khi x=25

**Câu 29:** Tìm  ∈N biết :



Đáp án điều kiện   1

< 4

**⇔** <4

⇔ 

⇔  –  <kết hợp điều kiện  ≤ < mà *x* ∈N ⇒ *x* = 1

**Câu 30**: Chứng minh rằng: 

Đáp án

Ta có:

 Theo bất đẳng thức cô si

**Câu 31**: Cho a. b = 1. Chứng minh rằng 

Đáp án:  (vì a.b =1)

**Câu 32**: Cho biểu thức A = 

a. Tìm điều kiện của x để A xác định.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Đáp án: A xác định khi



b) Tìm giá trị nhỏ nhất của A



Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng 2 khi 2 x 10

**Câu 33:**.Giải phương trình sau: ****

Đáp án.

****

Điều kiện:****

Đặt:****

Ta có phương trình

****

****

****Thỏa mãn điều kiện 

Suy ra

Vậy phương trình có nghiệm

( x; y; z) = ( 2014; 2015; 2016)

**Câu 34**: Rút gọn



Đáp án:

Ta có







Vậy A= 9

**Câu 35:** Cho 

So sánh a với b ?

.

Đáp án :

Ta có





Ta thấy 

Nên a > b.

**Câu 36:**Tính

Đáp án :





**Câu 37:** Cho biểu thức  với x ≥ 0,x ≠ 1

a) Rút gọn M

b)Tìm x để biểu thức M có giá trị lớn nhất.

Đáp án:

a)

M







Vậy với x ≥ 0, x ≠ 1 thì 

b)

Với x ≥ 0, x ≠ 1 thì  > 0 và  ≥ 0 ⇒  ≤ 0

⇒ M ≤ 1 => maxM =1

Dấu bằng xảy ra ⇔  = 0 ⇔ x = 4 (thoả mãn ĐKXĐ).

Vậy giá trị lớn nhất của M = 1 ⇔ x = 4.

**Câu 38:** Rút gọn

a)  + 

b) 

Đáp án:

a)  = a+1 + a-1 = 2a

b) 

**Câu 39:** Giải phương trình

a) 3-  = 0 ; b)  + 5 = 3

Đáp án:

a) 3-  = 0

⇔  = 3

⇔ 2x + 1 = 27

⇔ x = 13

b)  + 5 = 3

⇔  = -2

⇔ 4 - 2x = -8

⇔ x = 6

**Câu 40:** Rút gọn

 - 

Đáp án:

 - = 

= 

= x+1 - (x-1)

= 2.

**Câu 41**. Cho A= Chứng minh 3< A < 4

Đáp án : >  =3.

< =4

**Câu 42**. Giải phương trình  +  = 

Đáp án lập phương hai vế biến đổi ta được 4x(x2-5)=0 ⟺ x =0 và x=± .

**Câu 43**. Giải phương trình 22 -2 =

Đáp án

Đặt  =a;  =b . phương trình mới 2a2-b2-ab=0⇔(a-b)(2a+b)=0⇔ hoặc a=b hoặc 2a=-b

 pt có nghiệm x=-

**Câu 44** Tính B =

Ta có

= 0

B = 1 vì

Vậy B = 1