

Câu 36. Chọn C.

Phương pháp tự luận

Ta có $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$ là phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và $y = m$ (là đường thẳng song song hoặc trùng với Ox).

Xét $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = 3x^2 - 6x$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$

Ta có $x = 1 \Rightarrow y = -1$

Dựa vào đồ thị, số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3 < m < -1$.

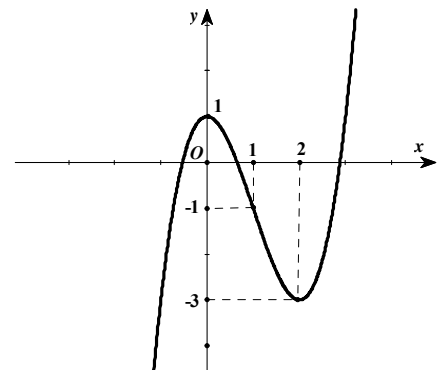
Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = 2$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) chỉ có một nghiệm. Suy ra loại được đáp án B.

Tiếp tục thử $m = -1$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm nhưng có một nghiệm bằng 1. Suy ra loại A.

Tiếp tục thử $m = -2$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính. Ta nhận thấy (1) có ba nghiệm thỏa yêu cầu bài toán. Suy ra loại D.

Vậy C là đáp án cần tìm.



Câu 37. Chọn B.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x^2 - x - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Khi đó ta có $A(1; 0)$, $B(x_1; x_1 - 1)$ và $C(x_2; x_2 - 1)$ (x_1, x_2 là nghiệm của (1))

Ta có $\overline{BC} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1)$, suy ra

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{2\left(\frac{1}{4} + 4\right)} = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

Vậy chọn B.

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm

$$2x^3 - 3x^2 + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0.$$

- Nhập máy tính tìm nghiệm phương trình bậc ba.

- Gán hai nghiệm khác 1 vào B và C .

- Nhập máy $X - 1$. Dùng lệnh CALC tìm tung độ của điểm B và C gán vào hai biến D

và E . Khi đó $BC = \sqrt{(C - B)^2 + (E - D)^2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$.

Vậy chọn B.

Câu 38. Chọn D.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 1 & \Rightarrow A(2; 1) \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -4 & \Rightarrow B\left(-\frac{1}{2}; -4\right) \end{cases}$$

Ta có $\overline{AB} = \left(-\frac{5}{2}; -5\right)$. Suy ra $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. Vậy chọn $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x-1}{x+1} = 2x-3$ ($x \neq -1$).

Dùng lệnh CALC của máy tính, ta tìm được hai nghiệm của phương trình lần lượt là $x = 2$

và $x = -\frac{1}{2}$. Suy ra $A(2; 1)$ và $B\left(-\frac{1}{2}; -4\right)$. Dùng máy tính thu được $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Vậy chọn $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Câu 39. Chọn D.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán \Leftrightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 8(1-m) > 0 \\ 2+m+1-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -4 - 2\sqrt{6} \vee m > -4 + 2\sqrt{6}.$$

Vậy chọn $m < -4 - 2\sqrt{6}$ hoặc $m > -4 + 2\sqrt{6}$.

Phương pháp trắc nghiệm

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x-1}{x+1} = 2x - m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow 2x^2 - mx + 1 - m = 0 \quad (1)$$

Chọn $m = 0$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính, ta nhận thấy (1) vô nghiệm. Suy ra loại được A và C.

Tiếp tục chọn $m = -4 + 2\sqrt{6}$ thay vào (1) tìm nghiệm bằng máy tính, ta nhận thấy (1) có nghiệm kép. Suy ra loại B.

Vậy chọn $m < -4 - 2\sqrt{6}$ hoặc $m > -4 + 2\sqrt{6}$.

Câu 40. Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{x}{x-1} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x - m = 0 \quad (1)$$

(C) cắt d tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4 > 0 \text{ (đúng với mọi } m).$$

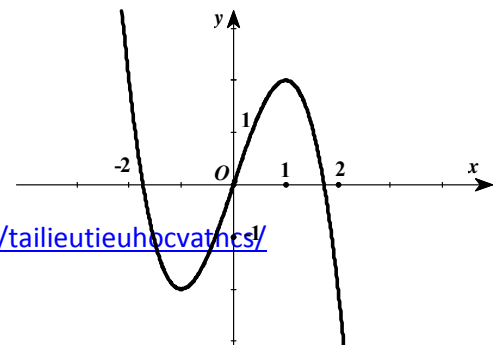
Vậy chọn \mathbb{R} .

Câu 41. Chọn D.

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$-x^3 + 4x = x + m^2 \Leftrightarrow -x^3 + 3x = m^2$$



Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Ta khảo sát hàm số $(C): y = -x^3 + 3x$ có đồ thị sau như hình bên.

Tìm được $y_{CT} = -2, y_{CD} = 2$ nên yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow -2 < m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}.$$

Vậy chọn $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Phương pháp trắc nghiệm:

+ Với $m = -3$, ta có phương trình $-x^3 + 3x - 9 = 0$, bấm máy tính ta chỉ tìm được một nghiệm \Rightarrow loại B, C.

+ Với $m = 1.4$, ta có phương trình $-x^3 + 3x - 1.4^2 = 0$, bấm máy tính ta ra được ba nghiệm \Rightarrow loại A.

Vậy chọn $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Câu 42. Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là:

$$x^4 = (3m+4)x^2 - m^2 \Leftrightarrow x^4 - (3m+4)x^2 + m^2 = 0 \quad (1).$$

(C) cắt (P) tại bốn điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2 + 24m + 16 > 0 \\ m^2 > 0 \\ 3m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \vee m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \\ m > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Vậy chọn $\begin{cases} m > -\frac{4}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$.

Câu 43. Chọn B.

Phương trình đường thẳng $d: y = kx - 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$2x^3 - 3x^2 - 1 = kx - 1 \Leftrightarrow x(2x^2 - 3x - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (1) \\ 2x^2 - 3x - k & (2) \end{cases}$$

(C) cắt d tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy chọn } \begin{cases} k > -\frac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

Câu 44. Chọn D.

Phương pháp tự luận:

Phương trình $d: y = k(x-1) + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx - k + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - kx + k + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - k - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \underbrace{x^2 - 2x - k - 2}_{g(x)} = 0 \quad (*) \end{cases}$$

d cắt (C) tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + 3 > 0 \\ -3 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Hơn nữa theo Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên I là trung điểm AB .

Vậy chọn $k > -3$, hay $(-3; +\infty)$.

Phương pháp trắc nghiệm:

Ta tính toán đến phương trình (1)

+ Với $k = -2$, ta giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ thu được $x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = 1$.

+ Hơn nữa $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên I là trung điểm $AB \Rightarrow$ loại A, C từ đó ta loại được B.

Vậy chọn $k > -3$.

Câu 45. Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục Ox :

$$x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 4m + 1)x - 4m(m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + 2m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2m \\ x=m+1 \end{cases}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < 2m \neq 2 \\ 1 < m+1 \neq 2 \\ 2m \neq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m \neq 1 \\ 0 < m \neq 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m \neq 1.$$

Vậy chọn $\frac{1}{2} < m \neq 1$.

Câu 46. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và d là $4x^3 - 3x + 1 = m(x-1) + 2$

$$\Leftrightarrow 4x^3 - (m+3)x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 4x^2 + 4x - m + 1 = 0 \end{cases} (1)$$

(C) cắt d tại một điểm \Leftrightarrow Phương trình (1) vô nghiệm hay phương trình (1) có nghiệm kép bằng 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ \Delta' = 0 \\ 4 + 4 - m + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m < 0 \\ 4m = 0 \Leftrightarrow m < 0 \\ m = 9 \end{cases}$$

Vậy chọn $m < 0$.

Câu 47. Chọn A.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0 \end{cases} (1)$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai

$$\text{ng nghiệm phân biệt khác } -1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ (-1)^2 - (m-1) + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5 \quad (*)$$

Khi đó ta lại có

$$A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m) \Rightarrow \overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}|x_2 - x_1|$$

$$\text{và } \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}. \text{ Từ đây ta có}$$

$$AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (1 - m)^2 - 4(m - 1) = 5 \Leftrightarrow m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \text{ (thỏa } (*) \text{)}$$

Vậy chọn $m = 0 \vee m = 6$.

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = 0$ thay vào d . Ta được $\frac{2x+1}{x+1} = x$ ($x \neq -1$).

Dùng lệnh SHIFT CALC tìm được $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

$$\text{Suy ra } A\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right), B\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \Rightarrow \overline{AB}(-\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \Rightarrow AB = \sqrt{10}.$$

Nhận thấy $m = 0$ thỏa yêu cầu.

Tương tự chọn $m = 6$ kiểm tra tương tự $m = 0$ nhận thấy $m = 6$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy chọn $m = 0 \vee m = 6$.

Câu 48. Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d

$$\frac{2x+1}{x+1} = x + m \quad (x \neq -1) \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m - 1 = 0 \quad (1)$$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ 1^2 - (m-1) + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \vee m > 5 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5$$

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1) (nên ta có $x_1 + x_2 = 1 - m$). Suy ra hệ số góc của các tiếp tuyến tại điểm A và B lần lượt là $k_A = \frac{1}{(x_1+1)^2}$ và $k_B = \frac{1}{(x_2+1)^2}$

Vì tiếp tuyến tại A và B song song, đồng thời $x_1 \neq x_2$ nên phải có $\frac{1}{(x_1+1)^2} = \frac{1}{(x_2+1)^2}$, suy ra

$$x_1 + 1 = -x_2 - 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \text{ (l)}.$$

Vậy chọn không tồn tại.

Câu 49. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) và đường thẳng d :

$$x^2 - 2x - m^2 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - m^2 - 1 = 0 \text{ (1)}$$

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 5 > 0 \text{ (đúng với mọi } m \text{)}$$

Hoành độ của điểm A, B là nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) và tung độ trung điểm I

$$\text{thỏa phương trình } d, \text{ nên tọa độ trung điểm } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = 2 \\ y_I = 2x_I + 1 = 5 \end{cases}.$$

Vậy chọn $I(2; 5)$.

Câu 50. Chọn B.

Phương pháp tự luận: Xét $m = 1$, phương trình $x^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm (loại).

Khi $m \neq 1$ ta thấy đồ thị hàm luôn có hai điểm cực trị. Vậy ta tìm giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số như sau:

$$y' = 3(m-1)x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -m \\ x = \frac{-2}{3(m-1)} \Rightarrow y = \frac{-27m^3 + 54m^2 - 27m + 4}{27(m-1)^2} \end{cases}$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$(C_m) \text{ có 1 điểm chung với } Ox \Leftrightarrow y_{CD} \cdot y_{CT} > 0 \Leftrightarrow \frac{m(27m^3 - 54m^2 + 27m - 4)}{27(m-1)^2} > 0.$$

$$\Leftrightarrow m < 0 \vee m > \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy chọn } m < 0 \vee m > \frac{4}{3}.$$

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra trực tiếp các đáp án của đề bài

+ Với $m = -1$, phương trình $-2x^3 + x^2 + 1 = 0$ thu được $x = 1$ là nghiệm duy nhất \Rightarrow loại A, D.

+ Với $m = 2$, phương trình $x^3 + x^2 - 2 = 0$ thu được $x = 1$ là nghiệm duy nhất \Rightarrow loại C.

$$\text{Vậy chọn } m < 0 \vee m > \frac{4}{3}.$$

Câu 51. Chọn C.

Phương pháp tự luận

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm phân biệt tạo thành cặp số cộng khi và chỉ khi phương trình $x^3 - 3x^2 - 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

Suy ra đường thẳng $y = m$ đi qua điểm uốn của đồ thị $y = x^3 - 3x^2 - 1$ (do đồ thị (C) nhận điểm uốn làm tâm đối xứng). Mà điểm uốn của $y = x^3 - 3x^2 - 1$ là $I(1; -3)$. Suy ra $m = -3$. Vậy chọn $m = -3$.

Phương pháp trắc nghiệm

Chọn $m = -3$ thay vào phương trình $x^3 - 3x^2 - m - 1 = 0$.

Ta được $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$. Dùng chức năng tìm nghiệm phương trình bậc ba ta được ba nghiệm $x = 1 - \sqrt{3}$, $x = 1$, $x = 1 + \sqrt{3}$ thỏa cấp số cộng.

Vậy chọn $m = -3$.

Câu 52. Chọn B.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x+1}{x-1} = x+m \quad (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0 \quad (1)$$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 + 4(m+1) > 0 \\ 1^2 + (m-3) - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ -1 \neq 0 \end{cases}$ đúng $\forall m \in \mathbb{R}$.

Gọi $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1), theo Viet ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -m - 1 \end{cases}$$

Gọi $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{x_1 + x_2 + 2m}{2}\right)$ là trung điểm của AB , suy ra $I\left(\frac{3-m}{2}; \frac{3+m}{2}\right)$, nên

$$\overline{CI}\left(-2 - \frac{3-m}{2}; 5 - \frac{3+m}{2}\right) \Rightarrow CI = \frac{1}{2}\sqrt{(m-7)^2 + (7-m)^2}.$$

Mặt khác $\overline{AB} = (x_2 - x_1; x_2 - x_1) \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$. Vậy tam giác ABC đều khi và chỉ khi

$$CI = \frac{\sqrt{3}}{2} AB \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2(m-7)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2(m^2 - 2m + 13)}$$

$$\Leftrightarrow (m-7)^2 = 3(m^2 - 2m + 13) \Leftrightarrow 2m^2 + 8m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}$$

Vậy chọn $m = 1 \vee m = -5$.

Câu 53. Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d :

$$x^4 - (2m-1)x^2 + 2m = 2 \Leftrightarrow x^4 - (2m-1)x^2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2m-2 \end{cases} \quad (1)$$

Đường thẳng d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 3 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-2 \neq 1 \\ 0 < 2m-2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} m \neq \frac{3}{2} \\ 1 < m < \frac{11}{2} \end{cases}.$$

Câu 54. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + 3(m-1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3(m-1) = 0(1) \end{cases}$$

Đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 3 > 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m \in \mathbb{R} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$

Khi đó ta có: $C(x_1; -x_1 + 2), B(x_2; -x_2 + 2)$ trong đó x_1, x_2 là nghiệm của (1), nên theo

Viết thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = 3m - 3 \end{cases}$. Vậy

$$\overline{CB} = (x_2 - x_1; -x_2 + x_1) \Rightarrow CB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)}$$

$$d(M; (d)) = \frac{|-3 - 1 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

Diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{7}$ khi và chỉ khi

$$\frac{1}{2} \sqrt{8(m^2 - 3m + 3)} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow m^2 - 3m + 3 = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 4 \end{cases} \text{ (thỏa } m \neq 1)$$

Vậy chọn $m = -1 \vee m = 4$.

Câu 55. Chọn A.

Phương pháp tự luận

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là $x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

(C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\text{khác 1} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi $x_3 = 1$ còn x_1, x_2 là nghiệm phương trình (1) nên theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$. Vậy

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa } (*)$$

Vậy chọn $m = 1$.

Câu 56. Chọn A.

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d :

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (-3m+1)x - 3m - 2] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 + \underbrace{(-3m+1)x - 3m - 2}_{g(x)} = 0 \quad (1) \end{cases}$$

(C_m) cắt Ox tại ba điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Gọi $x_1 = 1$ còn x_2, x_3 là nghiệm phương trình (1) nên theo Viet ta có $\begin{cases} x_2 + x_3 = 3m - 1 \\ x_2 x_3 = -3m - 2 \end{cases}$.

Vậy

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 &\Leftrightarrow 1 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 x_3 > 15 \\ &\Leftrightarrow (3m - 1)^2 + 2(3m + 2) - 14 > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \vee m < -1 \end{aligned}$$

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$.

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra ngay trên đáp án

+ Với $m = -2$, ta giải phương trình bậc ba: $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - x - \frac{4}{3} = 0$ thu được 3 nghiệm $x_1 = -6.37\dots, x_2 = 1, x_3 = -0.62\dots$ Ta chọn những giá trị nhỏ hơn các nghiệm này và kiểm tra điều kiện của bài toán.

$$\text{Cụ thể ta tính } (-6.4)^2 + 1^2 + (-0.63)^2 = 42.3569 > 15 \Rightarrow \text{loại C, D.}$$

+ Với $m = 2$, ta làm tương tự thu được 3 nghiệm $x_1 = 6.27\dots, x_2 = 1, x_3 = -1.27\dots$

$$\text{Tính } 6.2^2 + 1^2 + (-1.3)^2 = 41.13 > 15 \Rightarrow \text{loại B.}$$

Vậy chọn $m > 1 \vee m < -1$.

Câu 57. Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm (C) và d là $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = m$

Truy cập website: hoc360.net để tải tài liệu đề thi miễn phí

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - (m+1)x + m + 1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

(C) cắt d tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m+1)(m-3) > 0 \\ 1 - m - 1 + m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \vee m > 3 \quad (*)$$

Hoành độ giao điểm x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên theo Vi-et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = m + 1 \end{cases}. \text{ Khi đó: } A(x_1; m), B(x_2; m), \text{ suy ra}$$

$$AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 2 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 = 2 + \sqrt{6} \\ m + 1 = 2 - \sqrt{6} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + \sqrt{6} \\ m = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy chọn $m = 1 + \sqrt{6} \vee m = 1 - \sqrt{6}$.