Câu 39. Cho phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=6$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình có một nghiệm vô tỉ. **B**. Phương trình có một nghiệm hữu tỉ.

C. Phương trình có hai nghiệm trái dấu. **D**. Tích của hai nghiệm bằng -6 .

Hướng dẫn giải

$\left(7+4\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=6 \quad (8)$

$(8)\Leftrightarrow\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^2\right]^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x-6=0\Leftrightarrow\left[\left(2+\sqrt{3}\right)^x\right]^2+\left(2+\sqrt{3}\right)^x-6=0 \quad (8')$

Đặt $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x>0$.

Khi đó: $(8')\Leftrightarrow t^2+t-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} t=2 & (N) \\ t=-3 & (L)\end{array}\right.$. Với

$t=2\Rightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^x=2\Leftrightarrow\boxed{x=\log_{\left(2+\sqrt{3}\right)}2}$

Chọn đáp án A

Câu 40. Phương trình $3^{3+3x}+3^{3-3x}+3^{4+x}+3^{4-x}=10^3$ có tổng các nghiệm là ?

A. 0. **B**. 2. **C**. 3. **D**. 4 .

Hướng dẫn giải

$3^{3+3x}+3^{3-3x}+3^{4+x}+3^{4-x}=10^3 \qquad (7)$

$(7)\Leftrightarrow 27.3^{3x}+\dfrac{27}{3^{3x}}+81.3^x+\dfrac{81}{3^x}=10^3\Leftrightarrow 27.\left(3^{3x}+\dfrac{1}{3^{3x}}\right)+81.\left(3^x+\dfrac{1}{3^x}\right)=10^3 \quad (7')$

Đặt $t=3^x+\dfrac{1}{3^x}\overset{Côsi}{\geq}2\sqrt{3^x.\dfrac{1}{3^x}}=2$

$\Rightarrow t^3=\left(3^x+\dfrac{1}{3^x}\right)^3=3^{3x}+3.3^{2x}.\dfrac{1}{3^x}+3.3^x.\dfrac{1}{3^{2x}}+\dfrac{1}{3^{3x}}\Leftrightarrow 3^{3x}+\dfrac{1}{3^{3x}}=t^3-3t$

Khi đó: $(7')\Leftrightarrow 27\left(t^3-3t\right)+81t=10^3\Leftrightarrow t^3=\dfrac{10^3}{27}\Leftrightarrow t=\dfrac{10}{3}>2 \quad (N)$

Với $t=\dfrac{10}{3}\Rightarrow 3^x+\dfrac{1}{3^x}=\dfrac{10}{3} \quad (7")$

Đặt $y=3^x>0$. Khi đó: $(7")\Leftrightarrow y+\frac{1}{y}=\frac{10}{3}\Leftrightarrow 3y^2-10y+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} y=3\quad (N)\\ y=\frac{1}{3}\quad (N)\end{array}\right.$

Với $y=3\Rightarrow 3^x=3\Leftrightarrow\boxed{x=1}$

Với $y=\frac{1}{3}\Rightarrow 3^x=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\boxed{x=-1}$

Câu 41. Phương trình $9^{\sin^2x}+9^{\cos^2x}=6$ có họ nghiệm là ?

A. $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $x=\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},\ (k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải

$9^{\sin^2x}+9^{\cos^2x}=6\ \Leftrightarrow 9^{1-\cos^2x}+9^{\cos^2x}=6\Leftrightarrow\frac{9}{9^{\cos^2x}}+9^{\cos^2x}-6=0\quad (*)$

Đặt $t=9^{\cos^2x},\ (1\le t\le 9)$. Khi đó: $(*)\Leftrightarrow\frac{9}{t}+t-6=0\Leftrightarrow t^2-6t+9=0\Leftrightarrow t=3$

Với

$t=3\Rightarrow 9^{\cos^2x}=3\Leftrightarrow 3^{2\cos^2x}=3^1\Leftrightarrow 2\cos^2x-1=0\Leftrightarrow\cos 2x=0\Leftrightarrow\boxed{x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}},\ (k\in\mathbb{Z})$

Câu 42. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=m$ vô nghiệm?

A. $m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $m=2$. **D.** $m\le 2$.

Câu 43. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x+\left(2-\sqrt{3}\right)^x=m$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m>2$. **B.** $m<2$. **C.** $m=2$. **D.** $m\le 2$.

Hướng dẫn giải câu 8 & 9

Nhận xét: $\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)=1\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^x\left(2-\sqrt{3}\right)^x=1$.

Đặt $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x\Rightarrow\left(2-\sqrt{3}\right)^x=\frac{1}{t},\forall t\in(0,+\infty)$.

$(1)\Leftrightarrow t+\frac{1}{t}=m\Leftrightarrow f(t)=t+\frac{1}{t}=m\quad (1'),\forall t\in(0,+\infty)$.

Xét hàm số $f(t)=t+\dfrac{1}{t}$ xác định và liên tục trên $(0,+\infty)$.

Ta có: $f'(t)=1-\dfrac{1}{t^2}=\dfrac{t^2-1}{t^2}$. Cho $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

t	-1	0		1		$+\infty$
$f'(t)$			$-$	0	$+$	
$f(t)$		$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên:

+ Nếu $m<2$ thì phương trình $(1')$ vô nghiệm $\Rightarrow pt(1)$ vô nghiệm.

Câu 8 chọn đáp án A

+ Nếu $m=2$ thì phương trình $(1')$ có đúng một nghiệm $t=1 \Rightarrow pt(1)$ có đúng một nghiệm $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x=1 \Rightarrow x=0$.

+ Nếu $m>2$ thì phương trình $(1')$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow pt(1)$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 9 chọn đáp án A

Câu 44. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+4}=2^{2(x^2+1)}+\sqrt{2^{2(x^2+2)}-2^{x^2+3}+1}$. Khi đó, tổng hai nghiệm bằng?

A. 0. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

$$2^{x^2+4}=2^{2(x^2+1)}+\sqrt{2^{2(x^2+2)}-2^{x^2+3}+1} \Leftrightarrow 8.2^{x^2+1}=2^{2(x^2+1)}+\sqrt{4.2^{2(x^2+1)}-4.2^{x^2+1}+1}$$

Đặt $t=2^{x^2+1}\ (t\ge 2)$, phương trình trên tương đương với

$8t=t^2+\sqrt{4t^2-4t+1} \Leftrightarrow t^2-6t-1=0 \Leftrightarrow t=3+\sqrt{10}$ (vì $t\ge 2$). Từ đó suy ra

$$2^{x^2+1}=3+\sqrt{10}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\sqrt{\log_2\dfrac{3+\sqrt{10}}{2}}\\x_2=-\sqrt{\log_2\dfrac{3+\sqrt{10}}{2}}\end{array}\right.$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng 0.

Câu 45. Với giá trị của tham số m thì phương trình $(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $-4<m<-1$. B. Không tồn tại m. C. $-1<m<\dfrac{3}{2}$. D. $-1<m<-\dfrac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $4^x=t>0$. Phương trình đã cho trở thành: $\underbrace{(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5}_{f(t)}=0.\ (*)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm $t_1,\ t_2$ thỏa mãn $0<t_1<1<t_2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m+1\neq0\\(m+1)f(1)<0\\(m+1)(6m+5)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+1\neq0\\(m+1)(3m+12)<0\\(m+1)(6m+5)>0\end{cases}\Leftrightarrow-4<m<-1.$$

Câu 46. Cho bất phương trình: $\dfrac{1}{5^{x+1}-1}\geq\dfrac{1}{5-5^x}$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình.

A. $S=(-1;0]\cup(1;+\infty)$. **B.** $S=(-1;0]\cap(1;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;0]$. **D.** $S=(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

$$\frac{1}{5^{x+1}-1}\geq\frac{1}{5-5^x}\Leftrightarrow\frac{6(1-5^x)}{(5.5^x-1)(5-5^x)}\geq0\ (1).$$

Đặt $t=5^x$, BPT $(1)\Leftrightarrow\dfrac{6(1-t)}{(5t-1)(5-t)}\geq0$. Đặt $f(t)=\dfrac{6(1-t)}{(5t-1)(5-t)}$.

Lập bảng xét dấu $f(t)=\dfrac{6(1-t)}{(5t-1)(5-t)}$, ta được nghiệm:

$$\left[\begin{array}{l}5<t\\ \dfrac{1}{5}<t\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5<5^x\\ \dfrac{1}{5}<5^x\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x\\ -1<x\le 0\end{array}\right..$$

Vậy tập nghiệm của BPT là $S=(-1;0]\cup(1;+\infty)$.

Câu 47. Bất phương trình $25^{-x^2+2x+1}+9^{-x^2+2x+1}\ge 34.15^{-x^2+2x}$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(-\infty;1-\sqrt{3}\right]\cup[0;2]\cup\left[1+\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $S=(0;+\infty)$.

C. $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=\left(1-\sqrt{3};0\right)$.

Hướng dẫn giải

$$25^{-x^2+2x+1}+9^{-x^2+2x+1}\ge 34.15^{-x^2+2x}\Leftrightarrow\left(\frac{5}{3}\right)^{2\left(-x^2+2x+1\right)}+1\ge\frac{34}{15}.\left(\frac{5}{3}\right)^{\left(-x^2+2x+1\right)}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0\le x\le 2\\ x\le 1-\sqrt{3}\\ x\ge 1+\sqrt{3}\end{array}\right.$$

Câu 48. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2=3$?

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $4^x-m.2^{x+1}+2m=0\Leftrightarrow\left(2^x\right)^2-2m.2^x+2m=0$ $(*)$

Phương trình $(*)$ là phương trình bậc hai ẩn 2^x có: $\Delta'=(-m)^2-2m=m^2-2m$.

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow m^2-2m\ge 0\Leftrightarrow m(m-2)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le 0\end{array}\right.$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $2^{x_1}.2^{x_2}=2m\Leftrightarrow 2^{x_1+x_2}=2m$

Do đó $x_1+x_2=3\Leftrightarrow 2^3=2m\Leftrightarrow m=4$.

Thử lại ta được $m=4$ thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 49. Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $2^{\sin^2 x}+3^{\cos^2 x}\ge m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

A. $m\le 4$. **B.** $m\ge 4$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\ge 1$.

Hướng dẫn giải

Chia hai vế của bất phương trình cho $3^{\sin^2 x} > 0$, ta được

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3.\left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x} \geq m$$

Xét hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3.\left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x}$ là hàm số nghịch biến.

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ nên $1 \leq y \leq 4$

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m \leq 4$. Chọn đáp án A

Câu 50. Cho bất phương trình: $9^x + (m-1).3^x + m > 0\ (1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$.

A. $m \geq -\frac{3}{2}$. **B.** $m > -\frac{3}{2}$. **C.** $m > 3 + 2\sqrt{2}$. **D.** $m \geq 3 + 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x$

Vì $x > 1 \Rightarrow t > 3$ Bất phương trình đã cho thành: $t^2 + (m-1).t + m > 0$ nghiệm đúng $\forall t \geq 3$

$\Leftrightarrow \frac{t^2 - t}{t+1} > -m$ nghiệm đúng $\forall t > 3$.

Xét hàm số $g(t) = t - 2 + \frac{2}{t+1}, \forall t > 3, g'(t) = 1 - \frac{2}{(t+1)^2} > 0, \forall t > 3$. Hàm số đồng biến trên $[3;+\infty)$ và $g(3) = \frac{3}{2}$. Yêu cầu bài toán tương đương $-m \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$.