Câu 49. Vậy loại C, chọn **A.**Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-6x+5\right)+\log_3\left(x-1\right)\ge 0$ là:

A. $S=[1;6]$. **B.** $S=(5;6]$. **C.** $S=(5;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2-6x+5\right)+\log_3\left(x-1\right)\ge 0 \Leftrightarrow \log_3\left(x-1\right)\ge \log_3\left(x^2-6x+5\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x+5>0 \\ x-1\ge x^2-6x+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \vee x>5 \\ 1\le x\le 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5<x\le 6$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{1}{3}}\left(X^2-6X+5\right)+\log_3\left(X-1\right)$

Nhấn CALC và cho $X=2$ (thuộc đáp án A và D) máy tính không tính được. Vậy loại đáp án A và D.

Nhấn CALC và cho $X=7$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị – 0,6309297536.

Vậy loại C, chọn **B.**

Câu 50. Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $S=(-\infty;1)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0 \Leftrightarrow 2x^2-x+1>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{\frac{2}{3}}\left(2X^2-X+1\right)$

Nhấn CALC và cho $X=-5$ (thuộc đáp án A và D) máy tính hiển thị – 9,9277…. Vậy loại đáp án A và B.

Nhấn CALC và cho $X=1$ (thuộc đáp án C) máy tính hiển thị – 1,709511291. Vậy chọn C.

Câu 51. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\frac{4x+6}{x}\le 0$ là:

A. $S=\left[-2;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=[-2;0)$. **C.** $S=(-\infty;2]$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\left[-\frac{3}{2};0\right]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$$\log_3\frac{4x+6}{x}\le 0\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{4x+6}{x}>0\\ \frac{4x+6}{x}\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-\frac{3}{2}\vee x>0\\ -2\le x<0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x<-\frac{3}{2}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3\frac{4X+6}{X}$

Nhấn CALC và cho $X=1$ (thuộc đáp án C và D) máy tính hiển thị 2,095903274. Vậy loại đáp án C và **D.**

Nhấn CALC và cho $X=-1$ (thuộc đáp án B) máy tính không tính đượ**C.** Vậy loại B, chọn **A.**

Câu 52. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_{0,2}x-\log_5(x-2)<\log_{0,2}3$ là:

A. $x=6$. **B.** $x=3$. **C.** $x=5$. **D.** $x=4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>2$

$$\log_{0,2}x-\log_5(x-2)<\log_{0,2}3\Leftrightarrow\log_{0,2}\left[x(x-2)\right]<\log_{0,2}3\Leftrightarrow x^2-2x-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\ x>3\end{array}\right.$$

So điều kiện suy ra $x>3$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_{0,2}X-\log_5(X-2)-\log_{0,2}3$

Nhấn CALC và cho $X=3$ (nhỏ nhất) máy tính hiển thị 0. Vậy loại đáp án B.

Nhấn CALC và cho $X=4$ máy tính hiển thị -0.6094234797.Vậy chọn D.

Câu 53. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_3\left(4.3^{x-1}\right)>2x-1$ là:

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$\log_3\left(4.3^{x-1}\right)>2x-1 \Leftrightarrow 4.3^{x-1}>3^{2x-1} \Leftrightarrow 3^{2x}-4.3^{x}<0 \Leftrightarrow 0<3^{x}<4 \Leftrightarrow x<\log_3 4$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào màn hình máy tính $\log_3\left(4.3^{X-1}\right)-2X+1$

Nhấn CALC và cho $X=3$ (lớn nhất) máy tính hiển thị –1.738140493. Vậy loại đáp án A.

Nhấn CALC và cho $X=2$ máy tính hiển thị – 0.7381404929. Vậy loại B.

Nhấn CALC và cho $X=1$ máy tính hiển thị 0.2618595071. Vậy chọn C.

Câu 54. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2\left[3\log_2\left(3x-1\right)-1\right]=x$ là:

A. $x>\dfrac{\sqrt[3]{2}+1}{3}$. **B.** $x\ge\dfrac{1}{3}$. **C.** $x>0$. **D.** $x\in(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Biểu thức $\log_2\left[3\log_2\left(3x-1\right)-1\right]=x$ xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}3\log_2\left(3x-1\right)-1>0\\3x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2\left(3x-1\right)>\dfrac{1}{3}\\x>\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x-1>2^{\frac{1}{3}}\\x>\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\dfrac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}\\x>\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{2^{\frac{1}{3}}+1}{3}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=\dfrac{1}{3}$(thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_2\left(3x-1\right)$ được $\log_2(0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án **A.**

Câu 55. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$ là:

A. $x\le -1$.　　**B.** $x\ge 1$.

C. $x>0, x\ne 1$.　　**D.** $x\le -1$ hoặc $x\ge 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Phương trình xác định khi và chỉ khi : $\begin{cases} x-\sqrt{x^2-1}>0 \\ x+\sqrt{x^2-1}>0 \Leftrightarrow x\ge 1 \\ x^2-1\ge 0 \end{cases}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=-1$ (thuộc A, D) vào biểu thức $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$ được $\log_2(-1)$ không xác định, Thay $x=\frac{1}{2}$ (thuộc C) vào biểu thức $\sqrt{x^2-1}$ được $\sqrt{\frac{-3}{4}}$ không xác định

Vậy loại A, C, D chọn đáp án B.

Câu 56. Nghiệm nguyên của phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$ là:

A. $x=1$.　　**B.** $x=-1$.　　**C.** $x=2$.　　**D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x\ge 1$

$\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left|x-\sqrt{x^2-1}\right|$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).\log_3\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_2 6.\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).\log_3 6.\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)-\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=0$

Đặt $t=\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ ta được

$\log_2 6.\log_3 6.t^2 - t = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \dfrac{1}{\log_2 6.\log_3 6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = 0 \\ \log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = \dfrac{1}{\log_2 6.\log_3 6} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = 1 \ (1) \\ \log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right) = \log_6 3 \ (2) \end{array}\right.$

$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+\sqrt{x^2-1} = 1 \\ x-\sqrt{x^2-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \in \mathbb{Z}$

$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x+\sqrt{x^2-1} = 2^{\log_6 3} \\ x-\sqrt{x^2-1} = 2^{-\log_6 3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{2^{\log_6 3} + 2^{-\log_6 3}}{2} \notin \mathbb{Z}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $VT = VP$ chọn đáp án **A.**

Câu 57. Nếu đặt $t = \log_2 x$ thì bất phương trình $\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2\left(\dfrac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\dfrac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}^2(x)$ trở thành bất phương trình nào?

A. $t^4 + 13t^2 + 36 < 0$.

B. $t^4 - 5t^2 + 9 < 0$.

C. $t^4 - 13t^2 + 36 < 0$.

D. $t^4 - 13t^2 - 36 < 0$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2\left(\dfrac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\dfrac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}^2(x)$

$\Leftrightarrow \log_2^4 x - (3\log_2 x - 3)^2 + 9(5 - 2\log_2 x) - 4\log_2^2 x < 0$

$\Leftrightarrow \log_2^4 x - 13\log_2^2 x + 36 < 0$

Câu 58. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2\left(\dfrac{x^3}{8}\right) + 9\log_2\left(\dfrac{32}{x^2}\right) < 4\log_{2^{-1}}^2(x)$ là:

A. $x = 7$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_2^4 x-\log_{\frac{1}{2}}^2\left(\frac{x^3}{8}\right)+9\log_2\left(\frac{32}{x^2}\right)<4\log_{2^{-1}}^2(x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x-(3\log_2 x-3)^2+9(5-2\log_2 x)-4\log_2^2 x<0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^4 x-13\log_2^2 x+36<0$$

$$\Leftrightarrow 4<\log_2^2 x<9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2<\log_2 x<3\\ -3<\log_2 x<-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4<x<8\\ \frac{1}{8}<x<\frac{1}{4}\end{array}\right.$$

chọn đáp án **A.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x=7; x=8; x=4; x=1$ thấy $x=7$ đúng, chọn đáp án **A.**

Câu 59. Bất phương trình $\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)\le 1$ có tập nghiệm là:

A. $S=\left[\log_3\sqrt{73};2\right]$. **B.** $S=\left(\log_3\sqrt{72};2\right]$. **C.** $S=\left(\log_3\sqrt{73};2\right]$. **D.** $S=\left(-\infty;2\right]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x>\log_3\sqrt{73}$

$$\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)\le 1 \Leftrightarrow \log_3\left(9^x-72\right)\le x \Leftrightarrow 9^x-3^x-72\le 0 \Leftrightarrow 3^x\le 9 \Leftrightarrow x\le 2$$

Chọn đáp án **A.**

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=\log_3\sqrt{73}$ (thuộc B, C, D) vào biểu thức $\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)$ được $\log_x(0)$ không xác định, vậy loại B, C, D, chọn đáp án **A.**

Câu 60. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_2\left[x(x-1)\right]=1$. Khi đó tích $x_1.x_2$ bằng:

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x<0$ hoặc $x>1$

$$\log_2\left[x(x-1)\right]=1 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-1\\ x_2=2\end{array}\right. \Leftrightarrow x_1.x_2=-2$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 61. Nếu đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$ thì phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=1$ trở thành phương trình nào?

A. $t^2+t-2=0$. **B.** $2t^2=1$. **C.** $t^2-t-2=0$. **D.** $t^2=1$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$

$\log_2\left(5^x - 1\right).\log_4\left(2.5^x - 2\right) = 1$

$\Leftrightarrow \log_2\left(5^x - 1\right).\left[1 + \log_2\left(5^x - 1\right)\right] - 2 = 0$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\log_4\left(x+12\right).\log_x 2 = 1$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Điều kiện : $0 < x \neq 1$

$\log_4\left(x+12\right).\log_x 2 = 1 \Leftrightarrow \log_2\left(x+12\right) = \log_2 x^2 \Leftrightarrow -x^2 + x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Loại $x = -3$ chọn đáp án A

Câu 63. Phương trình $\log_5^2(2x-1) - 8\log_5\sqrt{2x-1} + 3 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\{-1;-3\}$. **B.** $\{1;3\}$. **C.** $\{3;63\}$. **D.** $\{1;2\}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > \frac{1}{2}$

$\log_5^2(2x-1) - 8\log_5\sqrt{2x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow \log_5^2(2x-1) - 4\log_5\left(2x-1\right) + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_5\left(2x-1\right) = 1 \\ \log_5\left(2x-1\right) = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 63 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x = 1$ (thuộc B, D) vào vế trái ta được $3 = 0$ vô lý, vậy loại B, D,

Thay $x = -1$ vào $\log_5\left(2x-1\right)$ ta được $\log_5\left(-3\right)$ không xác định, nên loại A

Vậy chọn đáp án C.

Câu 64. Nếu đặt $t = \log_3\frac{x-1}{x+1}$ thì bất phương trình $\log_4\log_3\frac{x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{4}}\log_{\frac{1}{3}}\frac{x+1}{x-1}$ trở thành bất phương trình nào?

A. $\frac{t^2-1}{t} < 0$. **B.** $t^2 - 1 < 0$. **C.** $\frac{t^2-1}{t} > 0$. **D.** $\frac{t^2+1}{t} < 0$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$

Sau khi đưa về cùng cơ số 4, rồi tiếp tục biến đổi về cùng cơ số 3 ta được bất phương trình

$\log_3 \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{\log_3 \frac{x-1}{x+1}} < 0$

Chọn đáp án **A.**

Câu 65. Phương trình $\log_{2x-3}\left(3x^2-7x+3\right)-2=0$ có nghiệm là:

A. $x=2; x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1; x=5$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x>\frac{3}{2}; x \neq 2$

$\log_{2x-3}\left(3x^2-7x+3\right)-2=0 \Leftrightarrow 3x^2-7x+3=(2x-3)^2 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Lần lượt thay $x=1; x=2$ (thuộc B,A, D) vào vế trái ta được đẳng thức sai, vậy loại B, A, D. Vậy chọn đáp án C.

Câu 66. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_2\left(\log_4 x\right)>\log_4\left(\log_2 x\right)$ là:

A. 18. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 17.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>1$

$\log_2\left(\log_4 x\right)>\log_4\left(\log_2 x\right) \Leftrightarrow \log_2\left(\log_2 x\right)>2 \Leftrightarrow \log_2 x>4 \Leftrightarrow x>16$

Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $x=16;15$ (thuộc B, C) vào phương trình ta được bất dẳng thức sai nên loại B, C

Thay $x=17;18$ vào phương trình ta được bất đẳng thức đúng

Vậy chọn đáp án D.

Câu 67. Phương trình $\frac{1}{4-\ln x}+\frac{2}{2+\ln x}=1$ có tích các nghiệm là:

A. e^3. **B.** $\frac{1}{e}$. **C.** e. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $x>0, x \neq e^{-2}; x \neq e^4$

$\frac{1}{4-\ln x}+\frac{2}{2+\ln x}=1 \Leftrightarrow \ln^2 x-3\ln x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \ln x=1 \\ \ln x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=e \\ x=e^2 \end{array}\right.$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 68. Phương trình $9x^{\log_9 x} = x^2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 0; x \neq 1$

$9x^{\log_9 x} = x^2 \Leftrightarrow \log_9\left(9x^{\log_9 x}\right) = \log_9\left(x^2\right) \Leftrightarrow 1 + \log_9^2 x - 2\log_9 x = 0 \Leftrightarrow \log_9 x = 1 \Leftrightarrow x = 9$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 69. Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0$ là:

A. $x = 3$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 4$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 0; x \neq 1; x \neq 3$

$$\log_x 3 - \log_{\frac{x}{3}} 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x.\left(\log_3 x - 1\right)} < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x < 0\\ \log_3 x > 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0 < x < 1\\ x > 3\end{array}\right.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Loại B, A vì $x \neq 1; x \neq 3$

Loại C vì $x = 2 \Rightarrow \log_2 3 - \log_{\frac{2}{3}} 3 > 0$ Vậy chọn đáp án D.

Câu 70. Phương trình $x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98$ có nghiệm là:

A. $x = e$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = e^2$. **D.** $x = \sqrt{e}$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x > 0; x \neq 1$

Đặt $x = e^t$

$x^{\ln 7} + 7^{\ln x} = 98 \Leftrightarrow e^{t.\ln 7} + 7^{\ln e^t} = 98 \Leftrightarrow 2.7^t = 98 \Leftrightarrow t = 2$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Lần lượt thay $x = 2; x = e; x = \sqrt{e}$ vào phương trình ta được đẳng thức sai, vậy loại A, B, D, vậy chọn đáp án C.

Câu 71. Bất phương trình $\log_2\left(x^2 - x - 2\right) \geq \log_{0,5}\left(x - 1\right) + 1$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left[1 - \sqrt{2}; +\infty\right)$. **B.** $S = \left[1 + \sqrt{2}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(-\infty; 1 + \sqrt{2}\right]$. **D.** $S = \left(-\infty; 1 - \sqrt{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện : $x>2$

$\log_2\left(x^2-x-2\right)\ge\log_{0,5}\left(x-1\right)+1\Leftrightarrow\log_2\left[\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)\right]\ge 1\Leftrightarrow\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)-2\ge 0$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-\sqrt{2}\le x\le 0\\ x\ge 1+\sqrt{2}\end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Dựa vào điều kiện ta loại A, C, D. Vậy chọn đáp án B.

Câu 72. Biết phương trình $\frac{1}{\log_2 x}-\frac{1}{2}\log_2 x+\frac{7}{6}=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $x_1^3+x_2^3=\frac{2049}{4}$. **B.** $x_1^3+x_2^3=-\frac{2047}{4}$. **C.** $x_1^3+x_2^3=-\frac{2049}{4}$. **D.** $x_1^3+x_2^3=\frac{2047}{4}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ \log_2 x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ x\ne 1\end{cases}$.

Đặt $t=\log_2 x$. Phương trình đã cho trở thành $3t^2-7t-6=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\ t=-\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=3\\ \log_2 x=-\frac{2}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2^3=9\\ x=2^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{8;\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right\}\Rightarrow x_1^3+x_2^3=\frac{2049}{4}$

Câu 73. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{x+1}-3\right)$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $2^{x+1}-3>0\Leftrightarrow x>\log_2 3-1$.

Ta có: $\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{x+1}-3\right)\Leftrightarrow\log_2\frac{4^x+4}{2^{x+1}-3}=x\Leftrightarrow\frac{4^x+4}{2^{x+1}-3}=2^x\quad(1)$

Đặt $t=2^x,t>0$. Ta có $(1)\Rightarrow t^2+4=2t^2-3t\Leftrightarrow t^2-3t-4=0\Rightarrow t=4$.

$\Leftrightarrow 2^x=2^2\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=2$.

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(2x-1\right)\right)>0$ là:

A. $S=\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $S=\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $S=\left(0;1\right)$. **D.** $S=\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases}2x-1>0\\ \log_2(2x-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1.$

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(2x-1\right)\right)>0\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(2x-1\right)\right)>\log_{\frac{1}{2}}1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2(2x-1)<1\\ \log_2(2x-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<2x-1<2\\ 2x-1>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<\frac{3}{2}.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_2\left(2x+1\right)$ là:

A. $S=\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $S=\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $S=\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases}2x^2+3x+1>0\\ 2x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-1\vee x>-\frac{1}{2}\\ x>-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}.$

Ta có: $\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_2\left(2x+1\right)\Leftrightarrow\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_4\left(2x+1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2+3x+1>4x^2+4x+1\Leftrightarrow 2x^2+x<0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}<x<0.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x).\log_{25}x>\frac{3}{2}+\log_5^2x$ là:

A. $S=\left(1;\sqrt{5}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\sqrt{5}\right)$. **C.** $S=\left(-\sqrt{5};1\right)$. **D.** $S=\left(-\sqrt{5};-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0<x\neq 1\quad(*)$.

Ta có: $\log_x(125x).\log_{25}x>\frac{3}{2}+\log_5^2x\Leftrightarrow\left(\log_x5^3+\log_xx\right).\log_{5^2}x>\frac{3}{2}+\log_5^2x$

$\Leftrightarrow (3\log_x 5+1).\left(\frac{1}{2}\log_5 x\right) > \frac{3}{2}+\log_5^2 x \Leftrightarrow \frac{3}{2}+\frac{1}{2}\log_5 x > \frac{3}{2}+\log_5^2 x \Leftrightarrow 2\log_5^2 x-\log_5 x<0$

$\Leftrightarrow 0<\log_5 x<\frac{1}{2} \Leftrightarrow 5^0<x<5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 1<x<\sqrt{5}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(1;\sqrt{5}\right)$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16} x=\frac{81}{24}$ là :

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0$.
Ta có:

$$\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16} x=\frac{81}{24} \Leftrightarrow (\log_2 x)\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)\left(\frac{1}{3}\log_2 x\right)\left(\frac{1}{4}\log_2 x\right)=\frac{81}{24}$$

$\Leftrightarrow \log_2^4=81 \Leftrightarrow \log_2 x=\pm 3 \Leftrightarrow x=8$ hoặc $x=\frac{1}{8}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{1}{8};8\right\} \Rightarrow x_1.x_2=1$.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1|=2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x\neq -1$

Ta có: $\log_{\sqrt{3}}|x+1|=2 \Leftrightarrow |x+1|=3 \Leftrightarrow x+1=\pm 3 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=-4$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-4;2\}$.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x}-6.2^{\log_9 x}+2^{\log_3 27}=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó $x_1^2+x_2^2$ bằng :

A. 6642. **B.** $\frac{82}{6561}$. **C.** 20. **D.** 90.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0$.

Ta có phương trình tương đương $2^{2\log_9 x}-6.2^{\log_9 x}+2^3=0$. (1)

Đặt $t=2^{\log_9 x}, t>0$. $(1)\Rightarrow t^2-6t+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=4 \end{array}\right.$

- Với $t=2 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x}=2 \Leftrightarrow \log_9 x=1 \Leftrightarrow x=9$.
- Với $t=4 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x}=2^2 \Leftrightarrow \log_9 x=2 \Leftrightarrow x=81$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{9;81\}\Rightarrow x_1^2+x_2^2=6642$.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x}-10x^{\log_2\frac{1}{x}}+3>0$ là:

A. $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

B. $S=(-2;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};2\right)$.

D. $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0$ $(*)$. Đặt $u=\log_2 x\Rightarrow x=2^u$.

Bất phương trình đã cho trở thành $2^{u^2}-10\left(2^u\right)^{-u}+3>0\Leftrightarrow 2^{u^2}-\frac{10}{2^{u^2}}+3>0$ (1)

Đặt $t=2^{u^2}$, $t\ge 1$. $(1)\Rightarrow t^2+3t-10>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t<-5\ \ (l)\\ t>2\end{array}\right.\Leftrightarrow 2^{u^2}>2\Leftrightarrow u^2>1\Leftrightarrow u>1$

hoặc $u<-1$

- Với $u>1\Rightarrow\log_2 x>1\Rightarrow x>2$
- Với $u<-1\Rightarrow\log_2 x<-1\Rightarrow x<\frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x>2$ hoặc $0<x<\frac{1}{2}$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $S=\left\{\frac{4}{9}\right\}$. **B.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$. **D.** $S=\{-2\}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0<x\neq 1$

Ta có:

$4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}\Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x}-6^{\log_2 x}=2.3^{2+2\log_2 x}\Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x}-6^{\log_2 x}=19.9^{\log_2 x}$ (1)

Chia 2 vế cho $4^{\log_2 x}$.

$(1)\Leftrightarrow 18.\left(\frac{9}{4}\right)^{\log_2 x}+\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}-4=0$. Đặt

$t=\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}>0$. $PT\Rightarrow 18t^2+t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{4}{9}\\ t=-\frac{1}{2}\ \ (l)\end{array}\right.$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}=\left(\frac{4}{9}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\Leftrightarrow\log_2 x=-2\Leftrightarrow x=2^{-2}=\frac{1}{4}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ có nghiệm?

A. $m > 1$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \le 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > 2; m > 0$

$\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m \Leftrightarrow x = (x-2)m^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2m^2}{m^2-1}$

Phương trình có nghiệm $x > 2$ khi $m > 1$,chọn đáp án A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m = 0$(thuộc C, D) vào biểu thức $\log_{\sqrt{3}} m$ không xác định, vậy loại C, D,

Thay $m = 1$ (thuộc B) ta được phương trình tương đương $x = x - 2$ vô nghiệm

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 83. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2+4x+m) \ge 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.?

A. $m \ge 7$. **B.** $m > 7$. **C.** $m < 4$. **D.** $4 < m \le 7$

.

Hướng dẫn giải

$\log_3(x^2+4x+m) \ge 1\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2+4x+m-3 \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \le 0 \Leftrightarrow m \ge 7$

Vậy chọn **A.**

Câu 84. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx-x^2) \le \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

A. $-4 \le m \le 4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < -4 \end{array}\right.$. **C.** $m < 4$. **D.** $-4 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

$\log_{\frac{1}{5}}(mx-x^2) \le \log_{\frac{1}{5}} 4 \Leftrightarrow mx - x^2 \ge 4 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 \le 0$

$x^2 - mx + 4 \le 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow x^2 - mx + 4 > 0\ \forall x \in R \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2\left(mx-x^2\right)=2$ vô nghiệm?

A. $m<4$. **B.** $-4<m<4$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<-4 \end{array}\right.$. **D.** $m>-4$.

Hướng dẫn giải

$\log_2\left(mx-x^2\right)=2 \Leftrightarrow -x^2+mx-4=0(*)$

Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta<0 \Leftrightarrow m^2-16<0 \Leftrightarrow -4<m<4$

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x+3\log_4 x+2m-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m<\frac{13}{8}$. **B.** $m>\frac{13}{8}$. **C.** $m\le\frac{13}{8}$. **D.** $0<m<\frac{13}{8}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow 13-8m>0 \Leftrightarrow m<\frac{13}{8}$

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge m$ có nghiệm $x\ge1$?

A. $m\ge6$. **B.** $m>6$. **C.** $m\le6$. **D.** $m<6$.

Hướng dẫn giải

BPT $\Leftrightarrow \log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\le \text{m} \Leftrightarrow \log_2(5^x-1).\left[1+\log_2(5^x-1)\right]\le \text{m}$

Đặt $t=\log_6\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ do $x\ge1 \Rightarrow t\in\left[2;+\infty\right)$

BPT $\Leftrightarrow t(1+t)\ge m \Leftrightarrow t^2+t\ge m \Leftrightarrow f(t)\ge m$

Với $f(t)=t^2+t$

$f'(t)=2t+1>0$ với $t\in\left[2;+\infty\right)$ nên hàm đồng biến trên $t\in\left[2;+\infty\right)$

Nên $Minf(t)=f(2)=6$

Do đó để để bất phương trình $\log_2(5^x-1).\log_2(2.5^x-2)\ge \text{m}$ có nghiệm $x\ge1$ thì :

$m\le Minf(t) \Leftrightarrow m\le6$

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x+2\log_3 x+m-1=0$ có nghiệm?

A. $m<2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m>2$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x>0$

PT có nghiệm khi $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow 1-(m-1)\ge 0 \Leftrightarrow 2-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 2$.

Câu 89. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x-1)\le m$ có nghiệm $x\ge 1$?

A. $m\ge 2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m<2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$x\ge 1 \Leftrightarrow 5^x-1\ge 4 \Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right)\ge 2 \Leftrightarrow m\ge 2$

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$?

A. $m\in[0;2]$. **B.** $m\in(0;2)$. **C.** $m\in(0;2]$. **D.** $m\in[0;2)$

.

Hướng dẫn giải

Với $x\in\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$ hay $1\le x\le 3^{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{\log_3^2 1+1}\le\sqrt{\log_3^2 x+1}\le\sqrt{\log_3^2 3^{\sqrt{3}}+1}$ hay $1\le t\le 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: "Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$". Ta có $PT \Leftrightarrow 2m=t^2+t+2.$

Xét hàm số

t	1		2
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	4

$f(t)=t^2+t-2,\ \forall t\in[1;2],\ f'(t)=2t+1>0,\ \forall t\in[1;2]$

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1;2]$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $0\le 2m\le 4 \Leftrightarrow 0\le m\le 2.$

Vậy $0\le m\le 2$ là các giá trị cần tìm.

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$ có nghiệm $x\ge 1$.?

A. $m\in[2;+\infty)$. **B.** $m\in[3;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;2]$. **D.** $m\in(-\infty;3]$.

Hướng dẫn giải

Với $x \geq 1 \Rightarrow 5^x \geq 5 \Rightarrow \log_2\left(5^x - 1\right) \geq \log_2\left(5 - 1\right) = 2$ hay $t \geq 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: "Tìm m để phương trình có nghiệm $t \geq 2$".

Xét hàm số

$$f(t) = t^2 + t,\ \forall t \geq 2,\ f'(t) = 2t + 1 > 0,\ \forall t \geq 2$$

Suy ra hàm số đồng biến với $t \geq 2$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $2m \geq 6 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Vậy $m \geq 3$ là các giá trị cần tìm.

t	2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2 = 27$.?

A. $m = -2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$. Khi đó phương trình có dạng: $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(3m-1) = m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 4 - 2\sqrt{2} \\ m > 4 + 2\sqrt{2} \end{array}\right. \quad (*)$$

Với điều kiện $(*)$ ta có: $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3\left(x_1.x_2\right) = \log_3 27 = 3$.

Theo Vi-ét ta có: $t_1 + t_2 = m + 2 \Rightarrow m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 93. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m\left(\log_4 x^2 - 3\right)$ có nghiệm thuộc $[32; +\infty)$?

A. $m \in \left(1; \sqrt{3}\right]$. **B.** $m \in \left[1; \sqrt{3}\right)$. **C.** $m \in \left[-1; \sqrt{3}\right)$. **D.** $m \in \left(-\sqrt{3}; 1\right]$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$. Khi đó phương trình tương đương:

$\sqrt{\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3} = m\left(\log_2 x - 3\right)$.

Đặt $t = \log_2 x$ với $x \geq 32 \Rightarrow \log_2 x \geq \log_2 32 = 5$ hay $t \geq 5$.

Phương trình có dạng $\sqrt{t^2 - 2t - 3} = m(t-3)$ $(*)$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: "Tìm m để phương trình (*) có nghiệm $t \geq 5$"

Với $t \geq 5$ thì $(*) \Leftrightarrow \sqrt{(t-3).(t+1)} = m(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{t-3}.\left(\sqrt{t+1} - m\sqrt{t-3}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{t+1} - m\sqrt{t-3} = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}}$

Ta có $\dfrac{t+1}{t-3} = 1 + \dfrac{4}{t-3}$. Với $t \geq 5 \Rightarrow 1 < 1 + \dfrac{4}{t-3} \leq 1 + \dfrac{4}{5-3} = 3$ hay

$1 < \dfrac{t+1}{t-3} \leq 3 \Rightarrow 1 < \sqrt{\dfrac{t+1}{t-3}} \leq \sqrt{3}$

suy ra $1 < m \leq \sqrt{3}$. Vậy phương trình có nghiệm với $1 < m \leq \sqrt{3}$.

Câu 94. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2+1) > \log_5(x^2+4x+m) - 1 \quad (1)$.

A. $m \in [-12;13]$. **B.** $m \in [12;13]$. **C.** $m \in [-13;12]$. **D.** $m \in [-13;-12]$.

Hướng dẫn giải

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1 > \dfrac{x^2+4x+m}{5} \\ x^2+4x+m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2-4x = f(x) \\ m < 4x^2-4x+5 = g(x) \end{cases}$$

Hệ trên thỏa mãn $\forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \underset{2<x<3}{Max}\, f(x) = -12 & \text{khi } x=2 \\ m \leq \underset{2<x<3}{Min}\, f(x) = 13 & \text{khi } x=2 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 13.$

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2+7) \geq \log_2(mx^2+4x+m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in (2;5]$. **B.** $m \in (-2;5]$. **C.** $m \in [2;5)$. **D.** $m \in [-2;5)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7x^2+7 \geq mx^2+4x+m > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (7-m)x^2 - 4x + 7 - m \geq 0 & (2) \\ mx^2+4x+m > 0 & (3) \end{cases},\ \forall x \in \mathbb{R}.$$

- ✓ $m = 7$: (2) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$
- ✓ $m = 0$: (3) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

$$(1) \text{ thỏa } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 7-m > 0 \\ \Delta'_2 = 4-(7-m)^2 \leq 0 \\ m > 0 \\ \Delta'_3 = 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \leq 5 \\ m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5.$$

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1+\log_5\left(x^2+1\right)\geq \log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

A. $m\in\left(2;3\right]$. **B.** $m\in\left(-2;3\right]$. **C.** $m\in\left[2;3\right)$. **D.** $m\in\left[-2;3\right)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7\left(x^2+1\right)\geq mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(5-m\right)x^2-4x+5-m\geq 0 & (2)\\ mx^2+4x+m>0 & (3)\end{cases}\ (*),\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

✓ $m=0$ hoặc $m=5$: (*) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

✓ $m\neq 0$ và $m\neq 5$: (*) $\Leftrightarrow\begin{cases}5-m>0\\ \Delta_2'=4-\left(5-m\right)^2\leq 0\\ m>0\\ \Delta_3'=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow\ 2<m\leq 3.$