Câu 26. Chọn D.

Vì $O_1O_2 \cap (BDE) = O_1$

Câu 27. Chọn D.

Vì mặt phẳng (α) song song với SA, BD nên (α) cắt các cạnh AD, SD, SC, SB lần lượt tại N, P, Q, K. Do đó thiết diện là ngũ giác $MNPQK$.

Câu 28. Chọn D.

Ta có $S \in (SAC) \cap (SBD)$ (1)

Mà: $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Câu 29. Chọn C.

Ta có $S \in (SAB) \cap (SCD)$ (3)

Mà: $\begin{cases} I \in AB \subset (SAB) \\ I \in CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$ (4)

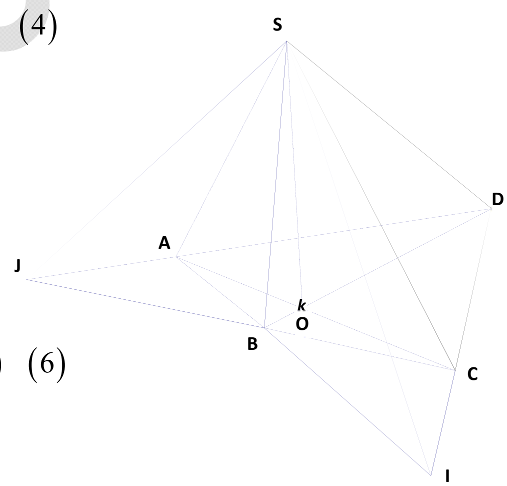
Từ (3) và (4) suy ra $(SAB) \cap (SCD) = SI$

Câu 30. Chọn B.

Ta có $S \in (SAD) \cap (SBC)$ (5)

Mà: $\begin{cases} J \in AD \subset (SAD) \\ J \in BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow J \in (SAD) \cap (SBC)$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $(SAD) \cap (SBC) = SJ$



II - BÀI TẬP NÂNG CAO KỸ NĂNG

Câu 31. Chọn B.

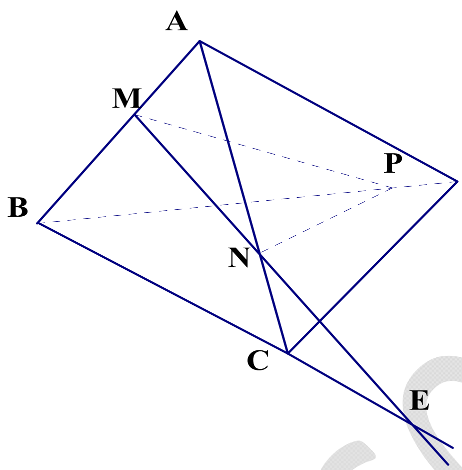
Ta có **:** $\begin{cases} P \in BD \subset (BCD) \\ P \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow P \in (BCD) \cap (MNP)$ (1)

Trong mặt phẳng (ABC) có MN không song song với BC. Gọi $MN \cap BC = E$. Khi đó:

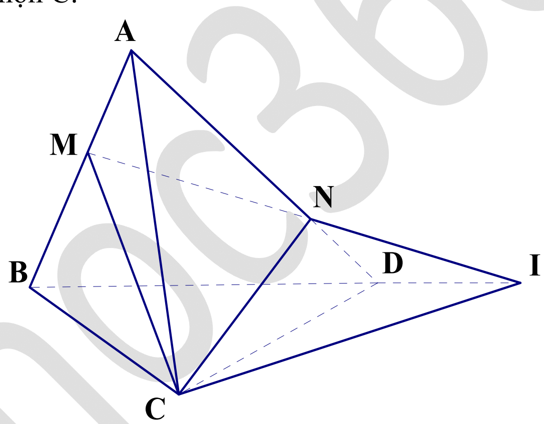
$$\begin{cases} E \in BC \subset (BCD) \\ E \in MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow E \in (BCD) \cap (MNP) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$(BCD) \cap (MNP) = PE$. Dễ thấy PE không thuộc mặt phẳng (ACD)



Câu 32. Chọn C.



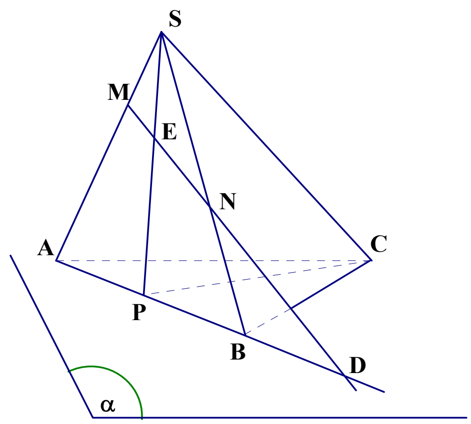
$I \in MN$ mà $MN \subset (ABD) \Rightarrow I \in (ABD)$

$I \in MN$ mà $MN \subset (MNC) \Rightarrow I \in (MNC)$

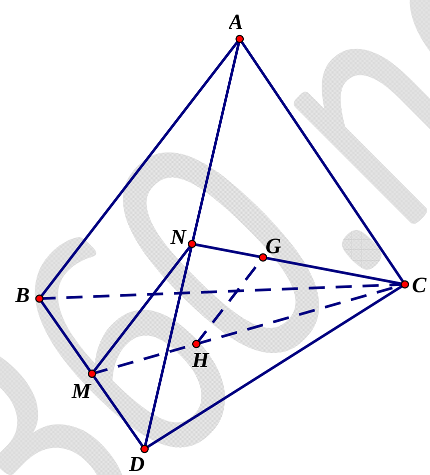
$I \in BD$ mà $BD \subset (BCD) \Rightarrow I \in (BCD)$

Câu 33. Chọn A.

Dễ thấy có 3 tứ giác cần tìm: $AMEP$, $PENB$, $AMNB$

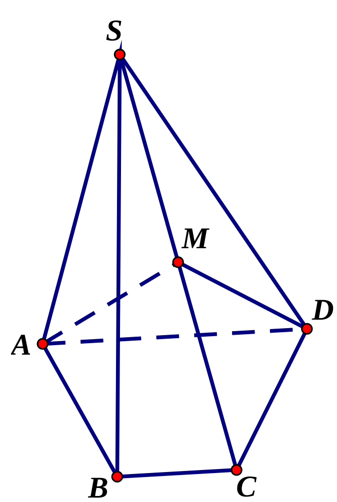


Câu 34. Chọn B.



Trong tam giác CMN, ta có: $\frac{CH}{CM}=\frac{CG}{CN}=\frac{1}{3}$ nên $HG//MN$. Mặt khác $MN//AB$ nên $HG//$ AB. Rõ ràng, CN cắt HG. Vậy chọn đáp án là CD.

Câu 35. Chọn C.

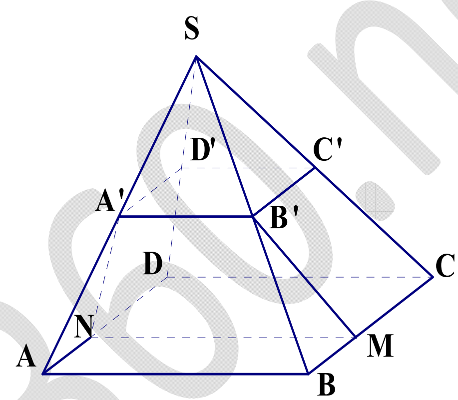


Do nên (ADM) chính là mặt phẳng qua AM, song song với BC. Vậy giao điểm của mặt phẳng qua AM, song song với BC và đường thẳng SD chính là D. Vậy: $\frac{SQ}{SD}=\frac{SD}{SD}=1$

Câu 36. Chọn D.

Mệnh đề (1) đúng vì tam giác ABC đều nên tâm đường tròn ngoại tiếp O nằm trên các trung tuyến AE, BF. Mệnh đề (2) sai vì trong hình 2 không bảo toàn tính thẳng hàng của A, O, E. Mệnh đề (3) sai vì tam giác ABC vuông thì O trùng trung điểm E của BC nên trong hình biểu diễn cũng phải bảo toàn tính chất này. Mệnh đề (4) đúng vì hình 4 bảo toàn tính thẳng hàng của A, O và trung điểm E của BC và thứ tự giữa các điểm này (tam giác ABC tù tại đỉnh A nên O nằm ngoài đoạn AE)

Câu 37. Chọn B.



Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành :

Trong tam giác SAB, ta có : $A'B'//AB, A'B'=\frac{1}{2}AB$

Trong tam giác SCD, ta có : $C'D'//CD; C'D'=\frac{1}{2}CD \Rightarrow A'B'//C'D'$.

Vậy : Tứ giác $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

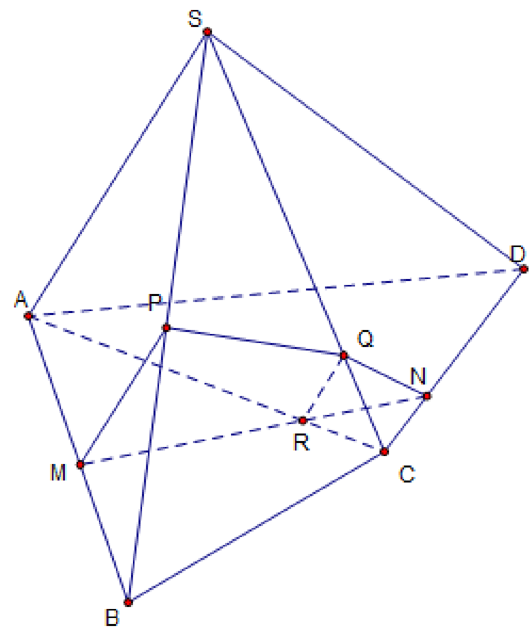
Tìm thiết diện của $(A'B'M)$ với hình chóp $S.ABCD$:

Ta có : $A'B'//AB$ và M là điểm chung của $(A'B'M)$ và $(ABCD)$

Do đó giao tuyến của $(A'B'M)$ và $(ABCD)$ là Mx song song AB và $A'B'$.

Gọi $N = Mx \cap AD$. Vậy : Thiết diện là hình thang $A'B'MN$. Do đó chọn đáp án A.

Câu 38. Chọn D.



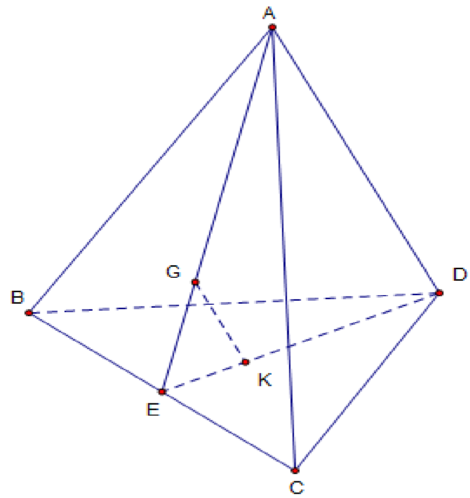
+ Mặt phẳng (α) song song với SA mà $SA \subset (SAB), M \in (\alpha) \cap (SAB)$. Ta biết một điểm chung M của mặt phẳng (α) và (SAB) đồng thời biết phương của giao tuyến là phương song song với SA. Vậy $(\alpha) \cap (SAB) = MP$ với $MP \parallel SA$, P thuộc SB.

+ Tương tự gọi $R = AC \cap MN$ là một điểm chung của (α) và (SAC) đồng thời (α) song song với SA mà $SA \in (SAC)$ nên ta có $(\alpha) \cap (SAC) = RQ$, $RQ \parallel SA, Q \in SC$. Nên đoạn giao tuyến (α) và (SCD) là đoạn QN

+ Đoạn giao tuyến của (α) và (SBC) là PQ.

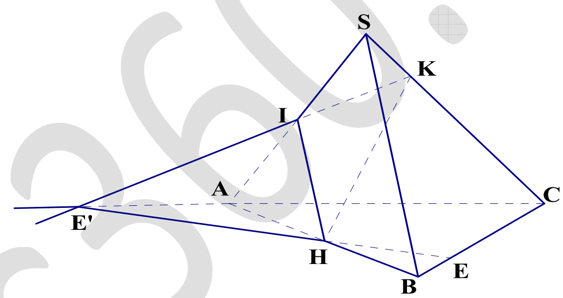
Vậy thiết diện tứ giác MNQP.

Câu 39. Chọn C.



+ Từ giả thiết ta có: $GK//AD, AG \cap DK = E$ với E là trung điểm của BC. Từ đó ta có: $\frac{EK}{KD} = \frac{EG}{GA} = \frac{1}{2} \Rightarrow K$ là trọng tâm tam giác ΔBCD

Câu 40. Chọn A.



Cách 1. (dựng điểm E, chỉ sử dụng kiến thức bài đại cương đường thẳng và mặt phẳng)

Chọn mp phụ $(ABC) \supset BC$

Tìm giao tuyến của (ABC) và (IHK)

Trong (SAC), có IK không song song với AC. Gọi $E' = IK \cap AC$ $\Rightarrow (ABC) \cap (IHK) = HE'$

Trong (ABC), gọi $E_1 = BC \cap HE'$

$E_1 \in BC, BC \subset (ABC) \Rightarrow E_1 \in (ABC)$

$E_1 \in HE', HE' \subset (IHK) \Rightarrow E_1 \in (IHK)$

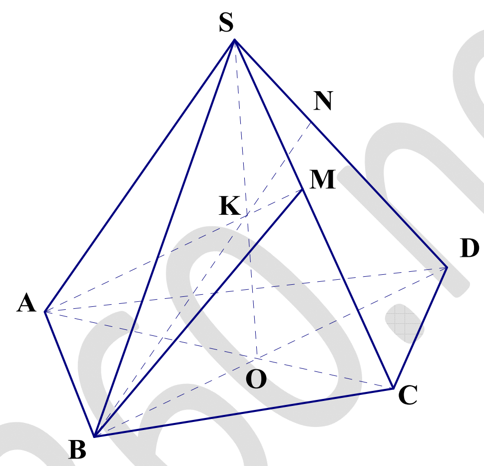
Suy ra: $E_1 = BC \cap (IHK) \Rightarrow E \equiv E_1$

Sau khi dựng xong điểm E, ta sẽ quan sát thấy $KE//SB$ (hoặc quan sát kĩ hình hơn sẽ thấy "vai trò" điểm E trong tam giác ABC cũng giống như điểm K trong tam giác SAC, do đó tỉ lệ của điểm E chia đoạn BC cũng giống như tỉ lệ điểm K chia đoạn SC. Do vậy, áp dụng định lí Ta-let cho tam giác SBC ta có $KE//SB$). Vậy chọn đáp án A.

Cách 2. (Sử dụng tính chất quan hệ song song của đường thẳng và mặt phẳng)

Ta có: IH là đường trung bình trong tam giác SAB nên song song với SB. Do đó hai mặt phẳng (SBC) và (IHK) lần lượt chứa hai đường thẳng SB, IH song song với nhau sẽ cắt nhau theo giao tuyến KE song song với SB. Vậy chọn đáp án A.

Câu 41. Chọn B.



Ta có $B \in (ABM) \cap (SBD)$ (1)

Gọi $O = AC \cap BD, K = AM \cap SO$. Khi đó:

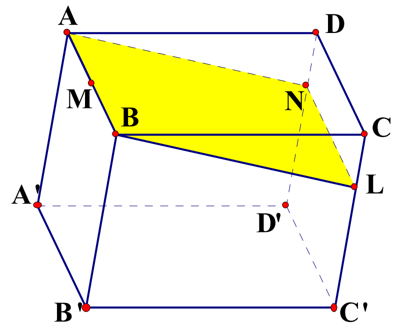
$$\begin{cases} K \in AM \subset (ABM) \\ K \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow K \in (ABM) \cap (SBD) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $(ABM) \cap (SBD) = BK$

Trong mặt phẳng (SBD). Gọi $N = BK \cap SD$. Khi đó:

$$\begin{cases} N \in SD \\ N \in BK \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow N = (ABM) \cap SD$$. Dễ thấy $AN = (ABM) \cap (SAD)$

Câu 42. Chọn C.



Ta có :

$$\left(MNB\right)\cap\left(\text{AA}'B'B\right)=MB$$
$$\left(MNB\right)\cap\left(\text{AA}'D'D\right)=AN$$
$$\left(MNB\right)\cap\left(\text{DD}'C'C\right)=NL$$

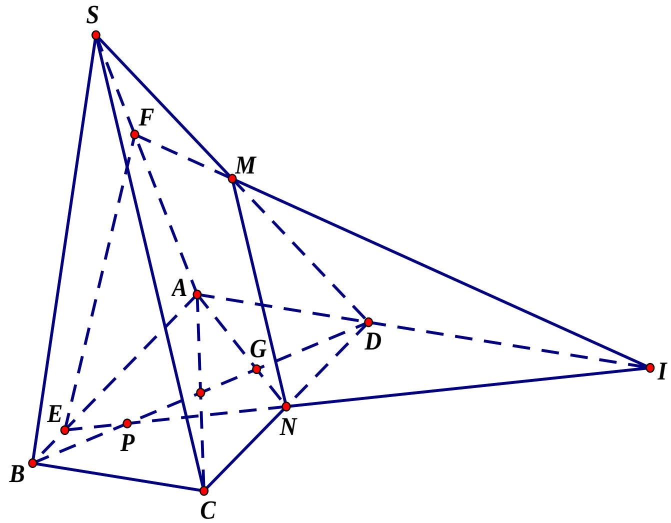
Trong đó $L = x\cap CC', L\in x//CD$, x đi qua N

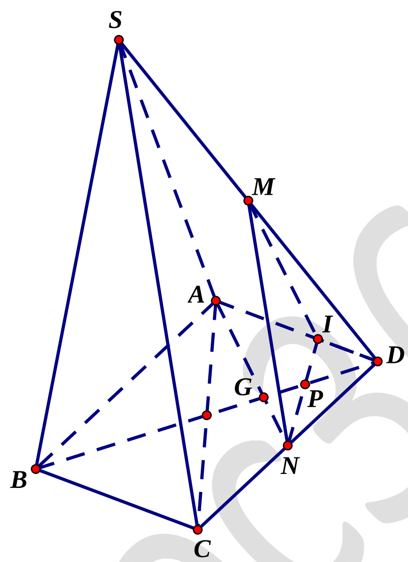
Mà: $\left(MNB\right)\cap\left(BB'C'C\right)=LB\Rightarrow$ thiết diện là tứ giác $ABLN$ (1)

Mặt khác: $\begin{cases} LN//DC, LN = DC \\ DC//AB, DC = AB \end{cases}\Rightarrow LN//AB, LN = AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra thiết diện cần tìm là hình bình hành

Câu 43. Chọn C.



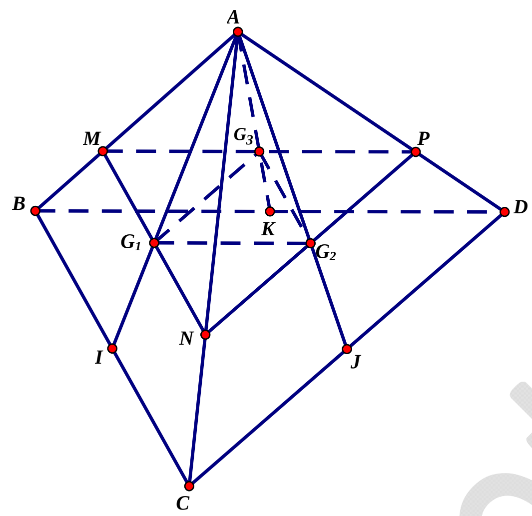


Gọi G là giao điểm của AN và BD. Trong $mp(ABCD)$, khi P thay đổi trên đoạn BG $(P \neq G)$, đường thẳng NP luôn cắt đoạn AB tại một điểm E (E thay đổi từ trên AB, $E \neq A$), đường thẳng EN cắt đường thẳng AD tại I. Trong $mp(\text{SAD})$, đường thẳng IM cắt SA tại F. Thiết diện là tứ giác $MNEF$.

Khi P chạy từ G đến D, đường thẳng NP cắt đoạn AD tại I. Thiết diện là tam giác MNI.

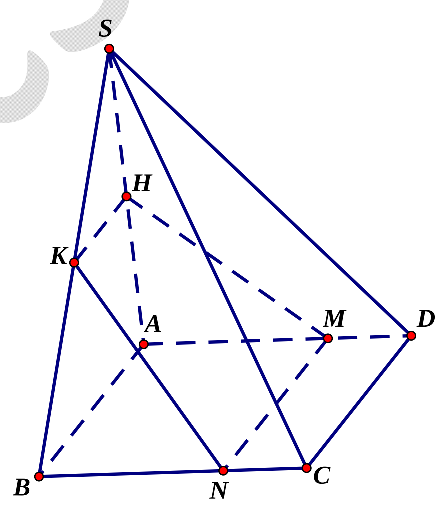
Vậy đáp án là $0 \leq k < \dfrac{2}{3}$

Câu 44. Chọn A.



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm BC, CD, DB. Ta có: $\dfrac{AG_1}{AI}=\dfrac{AG_2}{\text{AJ}}=\dfrac{AG_3}{AK}=\dfrac{2}{3}$ nên $G_1G_2//\text{IJ}$, $G_1G_3//IK$. Suy ra $\left(G_1G_2G_3\right)//(BCD)$. Do vậy, giao tuyến của $\left(G_1G_2G_3\right)$ và (ABC) là đường thẳng qua G_1 song song với BC, đường thẳng này cắt AB, AC lần lượt tại M, N $MG_3 \cap AD = P$. Thiết diện là tam giác MNP. Tam giác MNP có các cạnh tương ứng song song với các cạnh của tam giác BCD và $\dfrac{MN}{BC}=\dfrac{NP}{CD}=\dfrac{PM}{BD}=\dfrac{2}{3}$ nên diện tích tam giác MNP bằng $\dfrac{4}{9}$ lần diện tích tam giác BCD hay $k=\dfrac{4}{9}$.

Câu 45. Chọn a.



Mặt phẳng (HKM) và $(ABCD)$ chứa hai đường thẳng song song HK và AB nên giao tuyến của chúng là MN cũng song song với HK và AB. Xét hai tam giác HAM và KBN có:

$BN = AM$; $BK = AH$; $\widehat{KBN} = \widehat{MAH}$ (do $\triangle SBC = \triangle SAD$) nên $\triangle HAM = \triangle KBN$.

Từ đó suy ra: $MH = KN$. $MHKN$ là hình thang cân có hai đáy $MN = a; HK = \frac{a}{2}$.

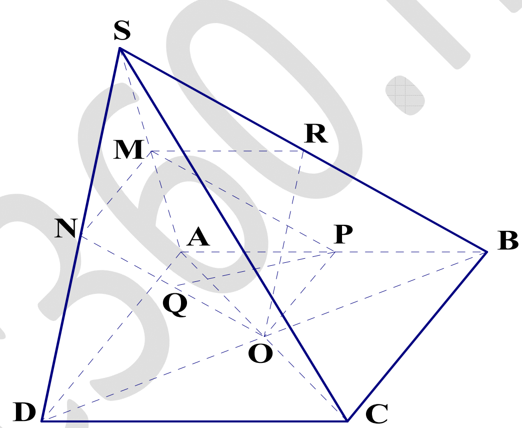
Sử dụng định lý hàm số $\cos$ cho tam giác SAD ta tính được $\cos\widehat{HAD} = -\frac{1}{2}$. Ta tính được:

$$HM^2 = HA^2 + AM^2 - 2HA.AM.\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{a^2 + 4x^2 + 2ax}{4}.$$

Đường cao của hình thang cân được tính bằng công thức:

$\sqrt{HM^2 - (\frac{MN - HK}{2})^2} = \frac{1}{2}\sqrt{16x^2 + 8ax + 3a^2}$. Do hai đáy có độ dài không đổi nên diện tích thiết diện bé nhất khi đường cao bé nhất đạt khi $x = 0$

Câu 46. Chọn a.



Hai đáp án A và D trái ngược nhau nên chắc chắn một trong 2 đáp án này sai. Do vậy ta cần kiểm

xem PQ có song song với mặt phẳng (SBC) hay không.

Chứng minh $mp(MON)//mp(SBC)$:

Xét tam giác SAC và SDB :

Ta có : $\begin{cases} OM // SC \\ ON // SB \end{cases} \Rightarrow (OMN)//(SBC)$

Chứng minh : $PQ // mp(SBC)$

Ta có : $\begin{cases} OP//AD \\ AD//MN \end{cases} \Rightarrow OP//MN \Rightarrow M,N,P,O$ đồng phẳng $\Rightarrow PQ \subset (MNO)$

Mà $\begin{cases} PQ \subset (MNO) \\ (MNO) \mathbin{//} (\text{SBC}) \end{cases} \Rightarrow PQ//(SBC)$. Do vậy : $PQ//mp(SBC)$

Câu 47. Chọn D.

Xét 2 .trường hợp :

a. M ở giữa C và D

b. M ở ngoài đoạn CD

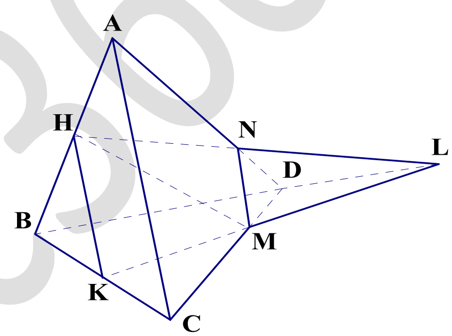
a. M ở giữa C và D :

Ta có : HK , KM là các đoạn giao tuyến của (HKM) với (ABC) và (BCD)

Trong (BCD), gọi $L = KM \cap BD$

Trong (ABD), gọi $N = AD \cap HL$

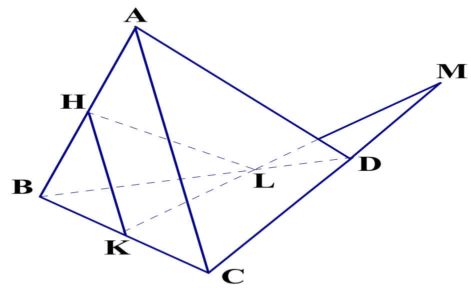
Vậy : thiết diện là tứ giác $HKMN$.



b. M ở ngoài đoạn CD:

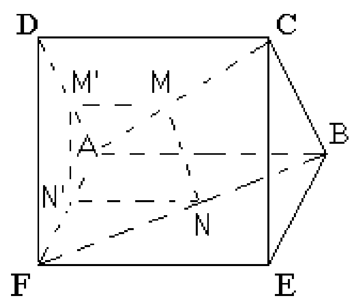
Trong (BCD), gọi $L = KM \cap BD$

Vậy : thiết diện là tam giác HKL



Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 48. Chọn C.



$\begin{cases}(P)//AB\\(P)\cap(ABCD)=MM'\end{cases}\Rightarrow MM'//AB\Rightarrow MM'//EF\,(1)$

Tương tự $NN'//\text{EF}\Rightarrow \text{MM'//NN'}$. Từ đó ta vẽ được các điểm M',N' như hình vẽ và quan sát thấy $MNN'M'$ mới là hình thang chưa thể là hình bình hành.

Dễ dàng quan sát thấy $M'N'//DF$ hoặc chứng minh được khẳng định đó như sau:

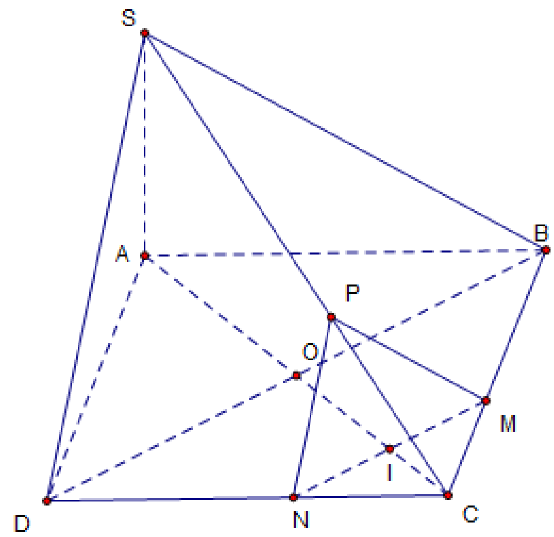
$MM'//CD\Rightarrow\dfrac{AM'}{AD}=\dfrac{AM}{AC}$; $NN'//AB\Rightarrow\dfrac{AN'}{AF}=\dfrac{BN}{BF}$

Mà $AC\ =BF;\ AM\ =BN\Rightarrow\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{BN}{BF}$

$\Rightarrow\dfrac{AM'}{AD}=\dfrac{AN'}{AF}\Rightarrow M'N'//DF\,(2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow(MNN'M')//(\text{DEF})\Rightarrow MN//(D\text{EF})$. Vậy chọn đáp án A.

Câu 49. Chọn D.



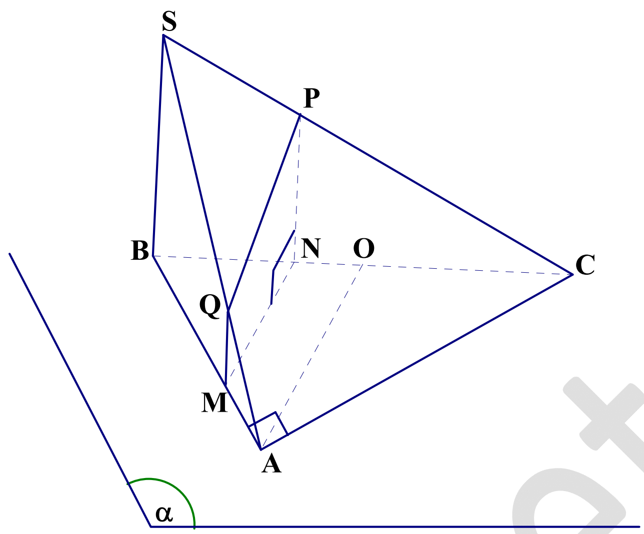
+ $(\alpha)//(SBD)$ nên (α) cắt các mặt phẳng (ABCD), (SBC), (SCD) theo các giao tuyến $MN//BD, MP//SB, NP//SD$. Vậy thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) là tam giác đều MNP.

+ $S_{SBD} = \dfrac{BD^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4}$.

+ $\dfrac{S_{MNP}}{S_{SBD}} = \left(\dfrac{MN}{BD}\right)^2 = \left(\dfrac{CI}{CO}\right)^2 = \left(\dfrac{AC-AI}{CO}\right)^2 = \dfrac{(a-x)^2}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \left[\dfrac{2(a-x)^2}{a}\right]^2$

+ Mà $S_{SBD} = \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4}$ nên $S_{SMN} = \dfrac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}$.

Câu 50. Chọn D.



+ *Chứng minh MNPQ là hình thang vuông* :

Ta có : $\begin{cases}(\alpha)//OA \\ OA \subset (ABC) \\ MN = (\alpha) \cap (ABC)\end{cases} \Rightarrow MN//OA \quad (1)$

$\begin{cases}(\alpha)//SB \\ SB \subset (SAB) \\ MQ = (\alpha) \cap (SAB)\end{cases} \Rightarrow MQ//SB \quad (2)$

$\begin{cases}(\alpha)//SB \\ SB \subset (SBC) \\ NP = (\alpha) \cap (SBC)\end{cases} \Rightarrow NP//SB \quad (3)$

Từ (2) và (3), suy ra $MQ//NP//SB$ (4)

$\Rightarrow MNPQ$ là hình thang

Từ (1) và (4), ta có: $\begin{cases}OA \perp SB \\ MN//OA \\ MQ//NP//SB\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}MN \perp MQ \\ MN \perp NP\end{cases}$

Vậy : $MNPQ$ là hình thang vuông , đường cao MN .

+ *Tính diện tích của hình thang theo a và x* .

Ta có : $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MQ + NP).MN$

Tính MN **:**

Xét tam giác ABC.

Ta có: $\cos B = \dfrac{AB}{BC} \quad \Rightarrow \quad BC = \dfrac{AB}{\cos B}$

$\Rightarrow \quad BC = 2a \Rightarrow BO = a$

Do $\begin{cases} \hat{B} = 60^0 \\ BA = BO \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \Delta ABO$ đều

Có $MN // OA \Rightarrow \dfrac{MN}{AO} = \dfrac{BM}{AB} = \dfrac{BN}{BO} \quad \Rightarrow \quad MN = MB = BN = x$

Tính MQ :

Xét tam giác SAB , ta có: $MQ // SB$

$\Rightarrow \dfrac{MQ}{SB} = \dfrac{AM}{AB} \quad \Rightarrow MQ = AM.\dfrac{SB}{AB} = (a-x).\dfrac{a}{a} = a - x$

Tính NP:

Xét tam giác SBC , ta có: $NP // SB$

$\Rightarrow \dfrac{NP}{SB} = \dfrac{CN}{CB} \quad \Rightarrow NP = CN.\dfrac{SB}{CB} = (2a-x).\dfrac{a}{2a} = \dfrac{2a-x}{2}$

Do đó : $S_{MNPQ} = \dfrac{x(4a-3x)}{4} = \dfrac{1}{12}.3x.(4a-3x)$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương $3x$ và $4a-3x$

$3x(4a-3x) \le \left(\dfrac{3x+4a-3x}{2}\right)^2 = 4a^2 \le 4a^2$

$\Rightarrow S_{MNPQ} \le \dfrac{1}{12}.4a^2 = \dfrac{a^2}{3}$

Đẳng thức xảy ra khi $3x = 4a - 3x \Leftrightarrow x = \dfrac{2a}{3}$

Vậy : $x = \dfrac{2a}{3}$ thì S_{MNPQ} đạt giá trị lớn nhất.