

**VẬN DỤNG CAO**

**4.1.1. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC, PHÂN THỨC.**

**Câu 112.** Kết quả tính  $\int \frac{-x^3 + 5x + 2}{4 - x^2} dx$  bằng

**A.**  $\frac{x^2}{2} - \ln|2 - x| + C$ .

**B.**  $\frac{x^2}{2} + \ln|2 - x| + C$ .

**C.**  $\frac{x^3}{3} - \ln|2 - x| + C$ .

**D.**  $\frac{x^3}{3} + \ln|x - 2| + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\frac{-x^3 + 5x + 2}{4 - x^2} = \frac{x^3 - 5x - 2}{x^2 - 4} = \frac{(x + 2)(x^2 - 2x - 1)}{(x + 2)(x - 2)} = x - \frac{1}{x - 2}.$$

Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 113.** Họ nguyên hàm của  $f(x) = x^2(x^3 + 1)^5$  là

**A.**  $F(x) = \frac{1}{18}(x^3 + 1)^6 + C$

**B.**  $F(x) = 18(x^3 + 1)^6 + C$ .

**C.**  $F(x) = (x^3 + 1)^6 + C$ .

**D.**  $F(x) = \frac{1}{9}(x^3 + 1)^6 + C$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = x^3 + 1 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$ . Khi đó

$$\int x^2(x^3 + 1)^5 dx = \frac{1}{3} \int t^5 dt = \frac{1}{18} t^6 + C = \frac{1}{18}(x^3 + 1)^6 + C.$$

**Câu 114.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + x^3 + 1}{x^3}$  là hàm số nào?

**A.**  $F(x) = \ln|x| - \frac{1}{x} + x - \frac{1}{2x^2} + C$ .

**B.**  $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x} + x - \frac{1}{2x^2} + C$ .

**C.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$ .

**D.**  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$ .

**Hướng dẫn giải:**  $f(x) = \frac{x^2 + x + x^3 + 1}{x^3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 1 + \frac{1}{x^3}$ . Sử dụng bảng nguyên hàm.

**Câu 115.** Giá trị  $m$  để hàm số  $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$  là:

**A.**  $m = 1$ .

**B.**  $m = 0$ .

**C.**  $m = 2$ .

**D.**  $m = 3$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int (3x^2 + 10x - 4) dx = x^3 + 5x^2 - 4x + C$ , nên  $m = 1$ .

**Câu 116.** Gọi  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sin^4(2x)$  thoả mãn  $F(0) = \frac{3}{8}$ . Khi đó

$F(x)$  là:

**A.**  $F(x) = \frac{3}{8}(x+1) - \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x$ .      **B.**

$F(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x$ .

**C.**  $F(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\sin 2x + \frac{1}{64}\sin 4x + \frac{3}{8}$ .      **D.**  $F(x) = x - \sin 4x + \sin 6x + \frac{3}{8}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} \sin^4(2x) &= \left(\frac{1-\cos 4x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(1-2\cos 4x+\cos^2 4x) = \frac{1}{4}\left(1-2\cos 4x+\frac{1+\cos 8x}{2}\right) \\ &= \frac{3}{8} - \frac{\cos 4x}{2} + \frac{\cos 8x}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Nên } \int \sin^4(2x)dx = \int \left(\frac{3}{8} - \frac{\cos 4x}{2} + \frac{\cos 8x}{8}\right) dx = \frac{3}{8}x - \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 8x}{64} + C.$$

Vì  $F(0) = \frac{3}{8}$  nên suy ra đáp án.

**Câu 117.** Biết hàm số  $f(x) = (6x+1)^2$  có một nguyên hàm là  $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  thoả mãn điều kiện  $F(-1) = 20$ . Tính tổng  $a + b + c + d$ .

**A.** 46.      **B.** 44.      **C.** 36.      **D.** 54.

**Hướng dẫn giải**

$$\int (6x+1)^2 dx = \int (36x^2 + 12x + 1) dx = 12x^3 + 6x^2 + x + C \text{ nên } a = 12; b = 6; c = 1$$

Thay  $F(-1) = 20$ .  $d = 27$ , cộng lại và chọn đáp án.

**Câu 118.** Hàm số  $f(x) = x\sqrt{x+1}$  có một nguyên hàm là  $F(x)$ . Nếu  $F(0) = 2$  thì  $F(3)$  bằng

**A.**  $\frac{146}{15}$ .      **B.**  $\frac{116}{15}$ .      **C.**  $\frac{886}{105}$ .      **D.**  $\frac{105}{886}$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow 2tdt = dx$

$$\int x\sqrt{x+1}dx = \int (2t^4 - 2t^2)dt = \frac{2}{5}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + C = \frac{2}{5}(\sqrt{x+1})^5 - \frac{2}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$$

Vì  $F(0) = 2$  nên  $C = \frac{34}{15}$ . Thay  $x = 3$  ta được đáp án.

**Câu 119.** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x \cos x$  thỏa mãn  $F(0) = 1$ . Khi đó phát biểu nào sau đây đúng?

A.  $F(x)$  là hàm số chẵn.

B.  $F(x)$  là hàm số lẻ.

C. Hàm số  $F(x)$  tuần hoàn với chu kỳ là  $2\pi$ .

D. Hàm số  $F(x)$  không là hàm số chẵn cũng không là hàm số lẻ.

**Hướng dẫn giải**

$$\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$F(0) = 1$  nên  $C = 0$ . Do đó  $F(x)$  là hàm số chẵn.

**Câu 120.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3}$  thỏa mãn  $F(0) = 0$  là

A.  $\ln \left| 1 + \frac{\sin^2 x}{3} \right|$ .      B.  $\ln |1 + \sin^2 x|$ .      C.  $\frac{\ln |2 + \sin^2 x|}{3}$ .      D.

$\ln |\cos^2 x|$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sin^2 x + 3 \Rightarrow dt = 2 \sin x \cos x dx$

$$\int \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3} dx = \int \frac{dt}{t} = \ln |t| + C = \ln |\sin^2 x + 3| + C$$

vì  $F(0) = 0$  nên  $C = -\ln 3$ . Chọn đáp án.

**Câu 121.** Cho  $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$ . Tìm  $m$  để nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn

$$F(0) = 1 \text{ và } F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}.$$

A.  $-\frac{3}{4}$ .      B.  $\frac{3}{4}$ .      C.  $-\frac{4}{3}$ .      D.  $\frac{4}{3}$ .

**Hướng dẫn giải:**  $\int \left( \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x \right) dx = \frac{4m}{\pi} x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$  vì  $F(0) = 1$  nên  $C = 1$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8} \text{ nên tính được } m = -\frac{3}{4}$$

#### 4.1.2. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

**Câu 122.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$ .

A.  $\int f(x)dx = \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$ .      B.

$\int f(x)dx = \ln|\sin x| + \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$ .

C.  $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$ .      D.

$\int f(x)dx = -\ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos x} &= \int \frac{\cos x dx}{\sin x \cdot \cos^2 x} = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x \cdot (1 - \sin^2 x)} \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{d(\sin x)}{1 - \sin x} + \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} - \frac{1}{2} \int \frac{d(\sin x)}{1 + \sin x} \\ &= \frac{-1}{2} \ln|1 - \sin x| + \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 + \sin x| + C = \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C \end{aligned}$$

**Câu 123.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2 \sin^3 x}{1 + \cos x}$ .

A.  $\int f(x)dx = \cos^2 x - 2 \cos x + C$ .      B.

$\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cos^2 x - 2 \cos x + C$ .

C.  $\int f(x)dx = \cos^2 x + \cos x + C$ .      D.

$\int f(x)dx = \frac{1}{2} \cos^2 x + 2 \cos x + C$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} \int \frac{2 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx &= \int \frac{2 \sin^2 x}{1 + \cos x} \cdot \sin x dx = \int \frac{2 \cos^2 x - 2}{1 + \cos x} d(\cos x) \\ &= \int 2(\cos x - 1) d(\cos x) = \cos^2 x - 2 \cos x + C \end{aligned}$$

**Câu 124.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x}$ .

A.  $\int f(x)dx = \frac{-\cot^4 x}{4} + C$ .

B.  $\int f(x)dx = \frac{\cot^4 x}{4} + C$ .

C.  $\int f(x).dx = \frac{\cot^2 x}{2} + C.$

D.  $\int f(x).dx = \frac{\tan^4 x}{4} + C.$

Hướng dẫn giải  $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^5 x} = \int \cot^3 x \cdot \frac{dx}{\sin^2 x} = -\int \cot^3 x \cdot d(\cot x) = \frac{-\cot^4 x}{4} + C$

**Câu 125.** Tìm nguyên hàm của hàm số:  $f(x) = \cos 2x(\sin^4 x + \cos^4 x).$

A.  $\int f(x).dx = \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{12} \sin^3 2x + C.$

B.

$\int f(x).dx = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{12} \sin^3 2x + C.$

C.  $\int f(x).dx = \sin 2x - \frac{1}{4} \sin^3 2x + C.$

D.

$\int f(x).dx = \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{4} \sin^3 2x + C.$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \int \cos 2x(\sin^4 x + \cos^4 x) dx &= \int \cos 2x \left[ (\sin^2 x + \cos^2 x) - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x \right] dx \\ &= \int \cos 2x \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \right) dx = \int \cos 2x dx - \frac{1}{2} \int \sin^2 2x \cdot \cos 2x dx \\ &= \int \cos 2x dx - \frac{1}{4} \int \sin^2 2x \cdot d(\sin 2x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{12} \sin^3 2x + C \end{aligned}$$

**Câu 126.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = (\tan x + e^{2\sin x}) \cos x.$

A.  $\int f(x) dx = -\cos x + \frac{1}{2} e^{2\sin x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \cos x + \frac{1}{2} e^{2\sin x} + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\cos x + e^{2\sin x} + C.$

D.  $\int f(x) dx = -\cos x - \frac{1}{2} e^{2\sin x} + C$

Hướng dẫn giải

$$\int (\tan x + e^{2\sin x}) \cos x dx = \int \sin x dx + \int e^{2\sin x} d(\sin x) = -\cos x + \frac{1}{2} e^{2\sin x} + C$$

**Câu 127.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x + \sqrt{2}}.$

A.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C.$

B.

$\int f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C.$

C.  $\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{4}\right) + C.$                       D.

$\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} - \frac{3\pi}{8}\right) + C.$

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sin x + \cos x + \sqrt{2}} &= \int \frac{dx}{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{\left(\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{2 \sin^2\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C \end{aligned}$$

#### 4.1.3. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT.

**Câu 128.** Hàm số  $F(x) = \ln|\sin x - \cos x|$  là một nguyên hàm của hàm số

A.  $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}.$

B.  $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}.$

C.  $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}.$

D.  $f(x) = \frac{1}{|\sin x - \cos x|}.$

**Hướng dẫn giải:**  $F'(x) = \frac{(\sin x - \cos x)'}{\sin x - \cos x} = \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x}$

**Câu 129.** Kết quả tính  $\int 2x \ln(x-1)dx$  bằng:

A.  $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

B.  $x^2 \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

C.  $(x^2 + 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$

D.  $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} + x + C.$

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x-1) \\ dv = 2xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x-1} dx \\ v = x^2 - 1 \end{cases}$$

Ta có  $\int 2x \ln(x-1)dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \int (x+1)dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C$

**Câu 130.** Kết quả tính  $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$  bằng:

- A.  $e^{\tan x} + C$ .                      B.  $\tan x \cdot e^{\tan x} + C$ .                      C.  $e^{-\tan x} + C$ .                      D.  
 $-e^{\tan x} + C$ .

Hướng dẫn giải:  $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = \int e^{\tan x} d(\tan x) = e^{\tan x} + C$ .

**Câu 131.** Tính  $\int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx$  bằng:

- A.  $-e^{\cos^2 x} + C$ .                      B.  $e^{-\sin 2x} + C$ .                      C.  $e^{-2\sin x} + C$ .                      D.  
 $-e^{\sin 2x} + C$ .

Hướng dẫn giải:  $\int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx = -\int e^{\cos^2 x} d(\cos^2 x) = -e^{\cos^2 x} + C$ .

**Câu 132.** Tính  $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$  bằng:

- A.  $e^{\sin^2 x} + C$ .                      B.  $e^{\sin 2x} + C$ .                      C.  $e^{\cos^2 x} + C$ .                      D.  
 $e^{2\sin x} + C$ .

Hướng dẫn giải:  $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx = \int e^{\sin^2 x} d(\sin^2 x) = e^{\sin^2 x} + C$ .

**Câu 133.** Kết quả  $\int e^{\cos x} \sin x dx$  bằng:

- A.  $-e^{\cos x} + C$ .                      B.  $e^{\cos x} + C$ .                      C.  $-e^{-\cos x} + C$ .                      D.  
 $e^{-\sin x} + C$ .

Hướng dẫn giải:  $\int e^{\cos x} \sin x dx = -\int e^{\cos x} d(\cos x) = -e^{\cos x} + C$ .

#### 4.1.4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ CHỨA CĂN THỨC.

**Câu 134.** Biết hàm số  $F(x) = -x\sqrt{1-2x} + 2017$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{1-2x}}$ .

Khi đó tổng của  $a$  và  $b$  là

- A. 2.                      B. -2.                      C. 0.                      D. 1.

Hướng dẫn giải:  $F'(x) = (-x\sqrt{1-2x} + 2017)' = \frac{3x-1}{\sqrt{1-2x}}$

$$\Rightarrow a+b = 3+(-1) = 2$$

**Câu 135.** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ .

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

A.  $F(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 8)\sqrt{x^2 + 1} + C.$

B.

$$F(x) = \frac{1}{3}x^2\sqrt{1+x^2} + 8\sqrt{1+x^2} + C.$$

C.  $F(x) = \frac{1}{3}(8 - x^2)\sqrt{x^2 + 1} + C.$

D.  $F(x) = \frac{2}{3}(x^2 - 8)\sqrt{1+x^2} + C.$

Hướng dẫn giải:  $\int \frac{x^3 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \int \frac{(x^2 - 2)xdx}{\sqrt{x^2 + 1}}$

Đặt  $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow x^2 = t^2 - 1 \Rightarrow xdx = tdt$ . Khi đó

$$\begin{aligned} \int \frac{x^3 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx &= \int \frac{(t^2 - 3)(tdt)}{t} = \int (t^2 - 3) dt = \frac{t^3}{3} - 3t + C \\ &= \frac{(\sqrt{x^2 + 1})^3}{3} - 3\sqrt{x^2 + 1} + C = \frac{1}{3}(x^2 - 8)\sqrt{x^2 + 1} + C \end{aligned}$$

**Câu 136.** Tính  $F(x) = \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{4\sin^2 x + 2\cos^2 x + 3}} dx$ . Hãy chọn đáp án đúng.

A.  $F(x) = \sqrt{6 - \cos 2x} + C.$

B.  $F(x) = \sqrt{6 - \sin 2x} + C.$

C.  $F(x) = \sqrt{6 + \cos 2x} + C.$

D.  $F(x) = -\sqrt{6 - \sin 2x} + C.$

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{4\sin^2 x + 2\cos^2 x + 3}} dx = \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{6 - \cos 2x}} dx = \int \frac{d(6 - \cos 2x)}{2\sqrt{6 - \cos 2x}} = \sqrt{6 - \cos 2x} + C$$

**Câu 137.** Biết hàm số  $F(x) = (mx + n)\sqrt{2x - 1}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{2x-1}}$ .

Khi đó tích của  $m$  và  $n$  là

A.  $-\frac{2}{9}.$

B.  $-2.$

C.  $-\frac{2}{3}.$

D.  $0.$

Hướng dẫn giải

Cách 1: Tính  $\int \frac{1-x}{\sqrt{2x-1}} dx = \left(-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right)\sqrt{2x-1} + C.$  Suy ra

$$m = -\frac{1}{3}; n = \frac{2}{3} \Rightarrow m.n = -\frac{2}{9}$$



Cách 2: Tính  $F'(x) = \frac{3mx - m + n}{\sqrt{2x-1}}$ . Suy ra  $\begin{cases} 3m = -1 \\ n - m = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{3} \\ n = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow m.n = -\frac{2}{9}$

**Câu 138.** Biết hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\ln x}{x\sqrt{\ln^2 x + 3}}$  có đồ thị đi qua điểm  $(e; 2016)$ . Khi đó hàm số  $F(1)$  là

A.  $\sqrt{3} + 2014$ . B.  $\sqrt{3} + 2016$ .

C.  $2\sqrt{3} + 2014$ . D.  $2\sqrt{3} + 2016$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $t = \sqrt{\ln^2 x + 3}$  và tính được  $F(x) = \sqrt{\ln^2 x + 3} + C$ .

$F(e) = 2016 \Rightarrow C = 2014 \Rightarrow F(x) = \sqrt{\ln^2 x + 3} + 2014 \Rightarrow F(1) = \sqrt{3} + 2014$

#### 4.1.5. PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

**Câu 139.** Tính  $\int x^3 e^x dx = e^x(ax^3 + bx^2 + cx + d) + C$ . Giá trị của  $a + b + c + d$  bằng

A.  $-2$ . B.  $10$ . C.  $2$ . D.  $-9$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng

**Kết quả:**  $\int x^3 e^x dx = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + C = e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + C$ .

Vậy  $a + b + c + d = -2$ .

**Câu 140.** Tính  $F(x) = \int x \ln(x^2 + 3) dx = A(x^2 + 3) \ln(x^2 + 3) + Bx^2 + C$ . Giá trị của biểu thức  $A + B$  bằng

A.  $0$ . B.  $1$ . C.  $-1$ . D.  $2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng

$u$ và đạo hàm của $u$	$dv$ và nguyên hàm của $v$
$\ln(x^2 + 3)$	$x$
$\frac{2x}{x^2 + 3}$	$\frac{x^2 + 3}{2}$
$1$	$x$

(Chuyển $\frac{2x}{x^2+3}$ qua $dv$ )	(Nhận $\frac{2x}{x^2+3}$ từ $u$ )
0	$\frac{x^2}{2}$

Do đó  $F(x) = \int x \ln(x^2 + 3) dx = \frac{1}{2}(x^2 + 3) \ln(x^2 + 3) - \frac{1}{2}x^2 + C$ .

Vậy  $A + B = 0$ .

**Câu 141.** Tính  $\int x^2 \cos 2x dx = ax^2 \sin 2x + bx \cos 2x + c \sin x + C$ . Giá trị của  $a + b + 4c$  bằng

- A. 0.                                      B.  $\frac{3}{4}$ .                                      C.  $-\frac{3}{4}$ .                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần 2 lần.

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng

**Kết quả:**  $\int x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2}x^2 \sin 2x + \frac{1}{2}x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$ .

Vậy  $a + b + 4c = 0$ .

**Câu 142.** Tính  $\int x^3 \ln 2x dx = x^4(A \ln 2x + B) + C$ . Giá trị của  $5A + 4B$  bằng:

- A. 1.                                      B.  $-\frac{1}{4}$ .                                      C.  $\frac{1}{4}$ .                                      D. -1.

**Hướng dẫn giải:**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với  $u = \ln 2x, dv = x^3 dx$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng

**Kết quả:**  $\int x^3 \ln 2x dx = \frac{1}{4}x^4 \ln 2x - \frac{1}{16}x^4 + C = x^4 \left( \frac{1}{4} \ln 2x - \frac{1}{16} \right) + C$ .

Vậy  $5A + 4B = 1$ .

**Câu 143.** Tính  $F(x) = \int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx$ . Chọn kết quả đúng:

- A.  $F(x) = \frac{x^2 - 1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + x + C$                                       B.  $F(x) = \frac{x^2 + 1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + x + C$

Truy cập website: [hoc360.net](http://hoc360.net) để tải tài liệu đề thi miễn phí

C.  $F(x) = \frac{x^2 + 1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} - x + C$

D.  $F(x) = \frac{x^2 - 1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} - x + C$

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần và nguyên hàm của hàm số hữu tỉ.

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng

**Kết quả:**  $\int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx = \frac{x^2 - 1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + x + C$ .

**Câu 144.** Cho hàm số  $F(x) = \int x(1-x)^3 dx$ . Biết  $F(0) = 1$ , khi đó  $F(1)$  bằng:

A.  $\frac{21}{20}$ .

B.  $\frac{19}{20}$ .

C.  $\frac{-21}{20}$ .

D.  $\frac{-19}{20}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp đổi biến số với  $u = 1 - x$ .

Sử dụng phương pháp từng phần với  $u = x; dv = (1-x)^3 dx$ .

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng với  $u = x; dv = (1-x)^3 dx$

**Kết quả**  $F(x) = \int x(1-x)^3 dx = \frac{-x(1-x)^4}{4} - \frac{(1-x)^5}{20} + C$

$F(0) = 1$  suy ra  $C = \frac{21}{20}$ . Do đó  $F(1) = \frac{21}{20}$ .

**Câu 145.** Tính  $\int (2x+1) \sin x dx = a x \cos x + b \cos x + c \sin x + C$ . Giá trị của biểu thức  $a + b + c$  bằng

A.  $-1$ .

B.  $1$ .

C.  $5$ .

D.  $-5$ .

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng phương pháp bảng.

**Kết quả**  $F(x) = \int (2x+1) \sin x dx = -2x \cos x - \cos x + 2 \sin x + C$  nên  $a + b + c = -1$ .

**Câu 146.** Cho hàm số  $F(x) = \int x \ln(x+1) dx$  có  $F(1) = 0$ . Khi đó giá trị của  $F(0)$  bằng

A.  $\frac{-1}{4}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

C.  $\frac{-1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải:**



$(x+1)e^x$ (Chuyển $(x+1)e^x$ qua $dv$ )	$\frac{-1}{x+1}$
1	- $-e^x$ (nhận $(x+1)e^x$ từ $u$ )
0	$-e^x$

Kết quả  $f(x) = \int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = \frac{e^x}{x+1} + C$ . Với  $f(0) = 1$  suy ra  $C = 0$ . Vậy  $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$

**Câu 149.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$  thỏa mãn  $F(0) = 1$ . Chọn kết quả đúng

**A.**  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + 2$ . **B.**

$F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} - 2$ .

**C.**  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + 1$ . **D.**

$F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1}$ .

**Hướng dẫn giải:**

Đặt  $u = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ,  $dv = dx$  ta được

$F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + C$ . Vì  $F(0) = 1$  nên  $C = 2$

Vậy  $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + 2$ .

**Câu 150.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$  thỏa mãn  $F(\pi) = 2017$ . Khi đó  $F(x)$

là hàm số nào dưới đây?

**A.**  $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| + 2017$ . **B.**

$F(x) = x \tan x - \ln |\cos x| + 2018$ .

**C.**  $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| + 2016$ . **D.**

$F(x) = x \tan x - \ln |\cos x| + 2017$ .

**Hướng dẫn giải:** Đặt  $u = x$ ,  $dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx$  ta được  $du = dx$ ,  $v = \tan x$

Kết quả  $F(x) = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x + \ln |\cos x| + C$ .

Vì  $F(\pi) = 2017$  nên  $C = 2017$ . Vậy  $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| + 2017$ .

**Câu 151.** Tính  $F(x) = \int x(1 + \sin 2x) dx = Ax^2 + Bx \cos 2x + C \sin 2x + D$ . Giá trị của biểu thức  $A + B + C$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      B.  $-\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{5}{4}$ .                      D.  $-\frac{3}{4}$ .

**Hướng dẫn giải:**

**Cách 1:** Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

**Cách 2:** Sử dụng phương pháp bảng với  $u = x, dv = (1 + \sin 2x) dx$  ta được

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + D. \text{ Vậy } A + B + C = \frac{1}{4}.$$

**Câu 152.** Tính  $F(x) = \int \frac{1+x \sin x}{\cos^2 x} dx$ . Chọn kết quả đúng

A.  $F(x) = \tan x + \frac{x}{\cos x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$ .                      B.

$$F(x) = \tan x - \frac{x}{\cos x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C.$$

C.  $F(x) = \tan x + \frac{x}{\cos x} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$ .                      D.

$$F(x) = \tan x - \frac{x}{\cos x} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C.$$

**Hướng dẫn giải**

**Cách 1:** Biến đổi  $F(x) = \int \frac{dx}{\cos^2 x} + \int \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx = \tan x + I(x)$

Tính  $I(x)$  bằng cách đặt  $u = x; dv = \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$  ta được  $I(x) = \frac{x}{\cos x} - \int \frac{dx}{\cos x}$

Tính  $J(x) = -\int \frac{dx}{\cos x} = \int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 1} = \int \frac{d(\sin x)}{(\sin x - 1)(\sin x + 1)} = \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$

**Kết quả**  $F(x) = \tan x + \frac{x}{\cos x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính kiểm tra  $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x) = 0$  tại một số điểm ngẫu nhiên  $x_0$ .

#### 4.1.6. ÔN TẬP

**Câu 153.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$  thỏa mãn điều kiện

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ là}$$

- A.  $F(x) = -\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$ .                      B.  $F(x) = \cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$ .  
C.  $F(x) = -\cos x + \tan x + 1 - \sqrt{2}$ .                      D.  $F(x) = -\cos x + \tan x$ .

#### Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int \left( \sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\cos x + \tan x + C \Rightarrow F(x) = -\cos x + \tan x + C$$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow C = \sqrt{2} - 1. \text{ Vậy } F(x) = -\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$$

**Câu 154.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = 2 \sin 5x + \sqrt{x} + \frac{3}{5}$  thỏa mãn đồ thị của hai hàm số  $F(x)$  và  $f(x)$  cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung là

- A.  $F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + 1$ .                      B.  $F(x) = \frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + 1$ .  
C.  $F(x) = 10 \cos 5x + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{3}{5} x + 1$ .                      D.  $F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x$ .

#### Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + C \text{ và } F(0) = f(0) \Leftrightarrow C = 1$$

$$\text{Vậy } F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + 1$$

**Câu 155.** Hàm số  $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 e^x$  thì  $a + b + c$  bằng:

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. -2.

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } F'(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 + (2a+b)x + b+c = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ 2a+b=0 \\ b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=2 \end{cases}$$

Vậy  $a+b+c=1$

**Câu 156.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = a + b \cos 2x$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{\pi}{2}$ ,  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$

$$, F\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ là}$$

**A.**  $F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x + \frac{\pi}{2}$ .

**B.**  $F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x$ .

**C.**  $F(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{7\pi}{9} \sin 2x + \frac{\pi}{2}$ .

**D.**  $F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x - \frac{\pi}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } F(x) = ax + \frac{b}{2} \sin 2x + C \text{ và } \begin{cases} F(0) = \frac{\pi}{2} \\ F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \\ F\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{7\pi}{9} \\ C = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x + \frac{\pi}{2}$$

**Câu 157.** Cho hàm số  $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 3$ ,  $f(3) = 4$ . Hàm số  $F(x)$  là

**A.**  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ .

**B.**  $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$ .

**C.**  $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$ .

**D.**  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ .

**Hướng dẫn giải**

$$\text{Ta có } f(x) = F'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \text{ và } \begin{cases} f(1) = 2 \\ f(2) = 3 \\ f(3) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 2 \\ 12a + 4b + c = 3 \\ 27a + 6b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 1 \end{cases}$$



Vậy  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ .

**Câu 158.** Một nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \tan x \cdot \sin 2x$  thỏa mãn điều kiện  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$  là

A.  $F(x) = x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$ .

B.  $F(x) = x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\pi}{4} - 1$ .

C.  $F(x) = \frac{2}{3} \cos^3 x + \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $x + \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{\pi}{4}$ .

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\int \tan x \cdot \sin 2x dx = \int (1 - \cos 2x) dx = x - \frac{1}{2} \sin 2x + C \Rightarrow F(x) = x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$

và  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$

Vậy  $F(x) = x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$ .

**Câu 159.** Cho hàm số  $f(x) = \tan^2 x$  có nguyên hàm là  $F(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = F(x)$  cắt trục tung tại điểm  $A(0; 2)$ . Khi đó  $F(x)$  là

A.  $F(x) = \tan x - x + 2$ .

B.  $F(x) = \tan x + 2$ .

C.  $F(x) = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2$ .

D.  $F(x) = \cot x - x + 2$ .

**Hướng dẫn giải**

$F(x) = \int f(x) dx = \int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$ .

Vì đồ thị hàm số  $y = F(x)$  đi qua điểm  $A(0; 2)$  nên  $C = 2$ .

Vậy  $F(x) = \tan x - x + 2$ .

**Câu 160.** Cho hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \tan^2 x$ . Giá trị của  $F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0)$  bằng

A.  $1 - \frac{\pi}{4}$ .

B.  $\frac{\pi}{4}$ .

C.  $1 + \frac{\pi}{4}$ .

D.  $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$ .

**Hướng dẫn giải:**  $F(x) = \tan x - x + C \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0) = 1 - \frac{\pi}{4}$ .