

Câu 41. Tìm các số thực x, y thỏa mãn đẳng thức $x(3+5i) + y(1-2i)^3 = -35 + 23i$.

A. $(x; y) = (-3; 4)$.

B. $(x; y) = (3; 4)$.

C. $(x; y) = (3; -4)$.

D. $(x; y) = (-3; -4)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $(1-2i)^3 = -11+2i$

Vậy ta có $x(3+5i) + y(1-2i)^3 = -35 + 23i \Leftrightarrow (3x-11y) + (5x+2y)i = -35 + 23i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-11y = -35 \\ 5x+2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 42. Giá trị của $i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34}$ là ?

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. -4.

Hướng dẫn giải

$$i^{105} + i^{23} + i^{20} - i^{34} = i^{4 \cdot 26 + 1} + i^{4 \cdot 5 + 3} + i^{4 \cdot 5} - i^{4 \cdot 8 + 2} = i - i + 1 + 1 = 2$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 43. Tìm số phức z , biết $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$.

A. $z = -2+i$.

B. $z = -2-i$.

C. $z = 2+i$.

D. $z = 2-i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có :

$$z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i \Leftrightarrow a+bi - (2+3i)(a-bi) = 1-9i$$

$$\Leftrightarrow -a-3b - (3a-3b)i = 1-9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a-3b = 1 \\ 3a-3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy $z = 2-i$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i$. Giá trị của $|z|$ là ?

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có :

$$(2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i \Leftrightarrow [(2a-1)+2bi](1+i) + [(a+1)-bi](1-i) = 2-2i$$

$$\Leftrightarrow (2a-2b-1) + (2a+2b-1)i = (a-b+1) - (a+b+1)i = 2-2i$$

Vậy

$$\Leftrightarrow (3a-3b) + (a+b-2) = 2-2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-3b = 2 \\ a+b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$|z| = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 45. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn : $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Giá trị của $ab + 1$ là :

- A.** -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

$z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Vậy ta có

$$a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow ab + 1 = -1$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo ?

- A.** 4. **B.** 3.
C. 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ và $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$

$$\text{Yêu cầu của bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi } \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn điều kiện bài toán

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 6z + 13 = 0$. Giá trị của $\left|z + \frac{6}{z+i}\right|$ là:

- A.** $\sqrt{17}$ hoặc 5. **B.** $-\sqrt{17}$ hoặc 5.
C. $\sqrt{17}$ hoặc -5. **D.** $\sqrt{17}$ hoặc $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

$$z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + 2i \\ z = 3 - 2i \end{cases}$$

$$\text{Với } z = 3 + 2i \Rightarrow z + \frac{6}{z+i} = 4 + i \Rightarrow \left|z + \frac{6}{z+i}\right| = \sqrt{17}$$

$$\text{Với } z = 3 - 2i \Rightarrow z + \frac{6}{z+i} = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i \Rightarrow \left|z + \frac{6}{z+i}\right| = 5$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 48. Cho số phức z thỏa $z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016}$. Viết z dưới dạng $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó tổng $a + b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.** 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

$$z = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2016} = (-i)^{2016} = (i^4)^{504} = 1.$$

Vậy chọn đáp án **C**.

- Câu 49.** Cho số phức z thỏa $\bar{z} = \frac{(1-2i)^5}{2+i}$. Viết z dưới dạng $z = a+bi, a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó tổng $a+2b$ có giá trị bằng bao nhiêu?
A. 38. **B.** 10. **C.** 31. **D.** 55.

Hướng dẫn giải

$\bar{z} = 24+7i \Rightarrow z = 24-7i$ Suy ra $a+2b=10$.
 Vậy chọn đáp án **B**.

- Câu 50.** Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{2(2-i)^3 \bar{z}}{1+i} + (4+i)^5 = 422+1088i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $z^2 = 5$.

C. Phần ảo của z bằng 0.

D. Không tồn tại số phức z thỏa mãn đẳng thức đã cho.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$ tìm được $z = 1 - 2i$.

Vậy chọn đáp án **A**.

- Câu 51.** Cho số phức z có phần thực và phần ảo là các số dương thỏa mãn $z + (1-i)^5 \bar{z} - \frac{(2-i)^3}{i^6} = 3+20i$. Khi đó môđun của số phức $w = 1+z+z^2+z^3$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 25.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$ tìm được $z = 1 + i$ Suy ra $w = 5i$.

Vậy chọn đáp án **B**.

- Câu 52.** Cho số phức z thỏa mãn $z^4 = 476 + 480i$ và z có phần thực và phần ảo là các số dương. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $z = \sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480}$.

B. $z^2 = 26$.

C. $|z| = \sqrt{26}$.

D. $z = \pm(\sqrt[4]{476} + i\sqrt[4]{480})$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng công cụ tìm căn bậc n trên MTCT, ta tìm được $z = 5 + i$.

Vậy chọn đáp án **C**.

- Câu 53.** Cho số phức $z = \left(\frac{2i}{1+i}\right)^8 - (1+i)^5 - 12$. Số phức $z + z^2 + z^3 + z^4$ là số phức nào sau đây?

A. $-8060 - 4530i$.

B. $-8060 + 4530i$.

C. $8060 + 4530i$.

D. $8060 - 4530i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính bỏ túi tính được $z = -8 + 6i$. Thay vào được kết quả là $-8060 + 4530i$.

Vậy chọn đáp án **B**.

- Câu 54.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

A. $(1+i)^{2016} = 2^{1008}$.

B. $\left| \frac{(1+i)^{2016}}{2^{1007}} - i \right| = \sqrt{5}$.

C. $\left| (1+i)^{2016} - 2^{1008}i \right| = 2^{1008}$.

D. $(1+i)^{2016} = (1-i)^{2016}$.

Hướng dẫn giải

$(1+i)^{2016} = (2i)^{1008} = 2^{1008}$. Do đó $\left| (1+i)^{2016} - 2^{1008}i \right| = \left| 2^{1008} - 2^{1018}i \right| = 2^{1018}\sqrt{2}$. Suy ra A sai.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 55. Cho số phức $z = (2i)^4 - \frac{(1+i)^6}{5i}$. Số phức $\overline{5z+3i}$ là số phức nào sau đây?

- A. $440+3i$. B. $88+3i$. C. $440-3i$. D. $88-3i$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính tính được $z = \frac{88}{5} \Rightarrow 5z+3i = 88+3i$.

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 56. Cho số phức $(\overline{2+i})^5 - (2+i)\overline{z} = -37-43i$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. z có phần ảo bằng 0. B. $z\overline{z} = 1$.
C. $z = -i$. D. z là một số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$(\overline{2+i})^5 = -38-41i \Rightarrow \overline{z} = \frac{1-2i}{-(2+i)} = i$. Do đó A sai.

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 57. Cho số phức $\frac{3-i}{z} + (2-i)^3 = 3-13i$. Số phức $\frac{(z+12i)^2}{i} + z^2$ là số phức nào sau đây?

- A. $-26-170i$. B. $-26+170i$. C. $26-170i$. D. $26+170i$.

Hướng dẫn giải

$(2-i)^3 = 2-11i \Rightarrow z = \frac{3-i}{1-2i} = 1+i$.

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 58. Cho 2 số phức $z_1 = \frac{z^2 - \left(\frac{-}{z}\right)^2}{z\overline{z}+1}$; $z_2 = \frac{z^2 + \left(\frac{-}{z}\right)^2}{z\overline{z}+1}$ với $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. z_1 và z_2 là số thuần ảo. B. z_2 là số thuần ảo.
C. z_1 là số thuần ảo. D. z_1 và z_2 là số thực.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = x + yi \rightarrow z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$

$$z = x - yi \rightarrow \left(\frac{-}{z}\right)^2 = x^2 - y^2 - 2xyi$$

$$z\overline{z} = x^2 + y^2$$

$$\text{Khi đó: } z_1 = \frac{4xyi}{x^2 + y^2 + 1}; z_2 = \frac{2(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2 + 1}$$

Suy ra z_1 là số thuần ảo, z_2 là số thực.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 59. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|\frac{z+1}{i-z}\right|=1$ và $\left|\frac{z-i}{2+z}\right|=1$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \left|\frac{z+1}{i-z}\right|=1 \\ \left|\frac{z-i}{2+z}\right|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z+1|=|i-z| \\ |z-i|=|2+z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-y \\ 4x+2y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow z = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2}i$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 60. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi$ $x, y \in \mathbb{R}$

$$|z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2 \quad (1)$$

$$z^2 = (x^2 - y^2) + 2xyi \text{ là số thuần ảo khi và chỉ khi } x^2 - y^2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x^2 - y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \pm 1 \end{cases} \rightarrow \text{Có 4 số phức thỏa yêu cầu đề bài.}$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 61. Cho số phức z thỏa $\bar{z} = \frac{(\sqrt{3} + i)^3}{i - 1}$. Môđun của số phức $\bar{z} + iz$ là:

A. $2\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 0.

D. 16.

Hướng dẫn giải

$$\bar{z} = \frac{(\sqrt{3} + i)^3}{i - 1} = 4 - 4i \rightarrow |\bar{z} + iz| = 0$$

Vậy chọn đáp án **C.**

Câu 62. Tìm tất cả số phức z thỏa $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$

A. $z = 0, z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

B. $z = 0, z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

C. $z = 0, z = -1 - \frac{1}{2}i, z = -1 + \frac{1}{2}i$.

D. $z = 0, z = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i, z = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$.

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R} \rightarrow \bar{z} = x - yi$

$$\text{Ta có: } z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow 2y^2 + x - (2xy + y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + x = 0 \\ 2xy + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow z = 0, z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 63. Cho số phức $z = (1 - i)^{2019}$. Dạng đại số của số phức z là:

A. $-2^{1009} - 2^{1009}i$.

B. $2^{1009} + 2^{1009}i$.

C. $-2^{2019} - 2^{2019}i$.

D. $2^{2019} + 2^{2019}i$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = (1 - i)^{2019} = (1 - i)^{2018} \cdot (1 - i) = (-2i)^{1009} \cdot (1 - i) = -2^{1009} - 2^{1009}i$$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 64. Cho số phức $z = i^{2016} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $z = 1 - i$.

B. $z = 1 + i$.

C. z là số thực.

D. z là số thuần ảo.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2016} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + (-1)^{1008} \cdot \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right) = 1+i$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 65. Cho số phức z thỏa $z = 2i - 2$. Môđun của số phức z^{2016} là:

- A. 2^{2016} . B. 2^{3024} . C. 2^{4032} . D. 2^{6048}

Hướng dẫn giải

Ta có: $z^{2016} = 2^{2016}(i-1)^{2016} = 2^{3024}i \Rightarrow |z| = 2^{6048}$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 66. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z|^2 + |\bar{z}|^2 = 26$ và $z + \bar{z} = 6$

- A. 2. B. 3. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải

Đặt $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có $\bar{z} = x - yi$, $|z|^2 = |\bar{z}|^2 = x^2 + y^2$

Ta có:

$$\begin{cases} |z|^2 + |\bar{z}|^2 = 26 \\ z + \bar{z} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 2 \end{cases}$$

\Rightarrow có 2 số phức thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 67. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z thỏa $\left(\frac{z}{2} - i\right)(1-i) = (1+i)^{3979}$

- A. Phần thực là 2^{1990} và phần ảo là 2.
B. Phần thực là -2^{1990} và phần ảo là 2.
 C. Phần thực là -2^{1989} và phần ảo là 1.
 D. Phần thực là 2^{1989} và phần ảo là 1.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\left(\frac{z}{2} - i\right)(1-i) = (1+i)^{3979} \Leftrightarrow \frac{z}{2} - i = \frac{(1+i)^{3980}}{2} \Leftrightarrow \frac{z}{2} - i = 2^{1989}i^{1990} \Leftrightarrow z = -2^{1990} + 2i$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 68. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là?

- A. $z = -2 + 2i$. B. $z = 2 - 2i$.
 C. $z = 2 + 2i$. D. $z = -2 - 2i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có $|x - 2 - 4(y - 4)i| = |x + (y - 2)x| \Leftrightarrow y = -x + 4$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $x + y - 4 = 0$

Mặt khác $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + x^2 - 8x + 16} = \sqrt{2x^2 - 8x + 16}$

Hay $|z| = \sqrt{2(x-2)^2 + 8} \geq 2\sqrt{2}$. Vậy $|z|_{\min} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2$. Vậy $z = 2 + 2i$

Vậy chọn đáp án **C**.

VẬN DỤNG 2

- Câu 69.** Cho số phức z thỏa $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2016}$. Khi đó phần thực và phần ảo của z lần lượt là
A. 0 và -1 . **B.** 0 và 1. **C.** 1 và 1. **D.** 1 và 0.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + i \frac{1 - i^{2016}}{1 - i} = 1.$$

Vậy chọn đáp án **D**.

- Câu 70.** Giá trị của biểu thức $1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{4k}, k \in \mathbb{N}^*$ là
A. 1. **B.** 0. **C.** $2ik$. **D.** ik .

Hướng dẫn giải

$$i^{2n} + i^{2n+2} = i^{2n}(1 + i^2) = 0, n \in \mathbb{N}^*.$$

Áp dụng tính được giá trị bằng 1.
 Vậy chọn đáp án **A**.

- Câu 71.** Cho các số phức z_1, z_2 . Khẳng định nào trong các khẳng định sau là khẳng định đúng?

(I): $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$. (II): $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. (III): $|z_1|^2 = z_1^2$.

- A.** (I) và (II) đúng. **B.** (I) và (III) đúng.
C. (II) và (III) đúng. **D.** Tất cả (I), (II), (III) đều đúng.

- Câu 72.** Số phức $z = 1 + i + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{20}$ là số phức nào sau đây?
A. $1025 - 1025i$. **B.** $-1025 - 1025i$. **C.** $-1025 + 1025i$. **D.** $1025 + 1025i$.

Hướng dẫn giải

$$z = (1+i) \frac{1 - (1+i)^{20}}{1 - (1+i)} = -1025 + 1025i.$$

Vậy chọn đáp án **C**.

- Câu 73.** Cho số phức $z = 1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{2n} + \dots + i^{2016}, n \in \mathbb{N}$. Môđun của z bằng?
A. 2. **B.** 1. **C.** 1008. **D.** 2016.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + i^2 \frac{1 - (i^2)^{1008}}{1 - i^2} = 1$$

Vậy chọn đáp án **A**.

- Câu 74.** Cho số phức $z = i + i^3 + i^5 + i^7 + \dots + i^{2n+1} + \dots + i^{2017}, n \in \mathbb{N}$. Số phức $\overline{1-z}$ là số phức nào sau đây?

- A.** $1+i$. **B.** $1-i$. **C.** i . **D.** $-i$.

Hướng dẫn giải

$$z = i(1 + i^2 + i^4 + i^6 + \dots + i^{2016}) = i \Rightarrow \overline{1-z} = 1+i$$

Vậy chọn đáp án **A**.

- Câu 75.** Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn $z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2 = 0$. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn cho số phức z_1, z_2 . Khi đó tam giác OAB là:

- A.** Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông tại O .
C. Tam giác tù. **D.** Tam giác có một góc bằng 45° .

Hướng dẫn giảiTa có $z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)(z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2) = 0$, suy ra:

$$z_1^3 = -z_2^3 \Rightarrow |z_1|^3 = |z_2|^3 \Rightarrow |z_1| = |z_2| \Rightarrow OA = OB.$$

Lại có

$$(z_1 - z_2)^2 = (z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2) - z_1 z_2 = -z_1 z_2 \text{ nên } |z_1 - z_2|^2 = |z_1| |z_2| \Rightarrow AB^2 = OA \cdot OB = OA^2$$

Suy ra $AB = OA = OB \Rightarrow \Delta OAB$ đều.Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 76. Cho các số phức z_1, z_2 . Xét các khẳng định

$$(I): z_1 = \overline{\overline{z_1}} \quad (II): \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}} \quad (III): \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$$

Trong các khẳng định trên, khẳng định nào là khẳng định sai?

- A. (III) sai. B. (I) sai.
 C. (II) sai. D. Cả ba (I), (II), (III) đều sai.

Câu 77. Số phức z thỏa $z = 1 + 2i + 3i^2 + 4i^3 + \dots + 18i^{19}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\overline{z} = 18$.
 B. z có phần thực bằng -9 và phần ảo -9 .
 C. z có phần thực bằng -18 và phần ảo bằng 0 .
 D. $z - i = -9 + 9i$.

Hướng dẫn giải

$$z - iz = 1 + i + \dots + i^{19} - 18i^{20} = 1 \cdot \frac{1 - i^{20}}{1 - i} - 18i^{20} = -18 \Rightarrow z = \frac{-18}{1 - i} = -9 - 9i$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 78. Cho số phức $z = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{26}$. Phần thực của số phức z là

- A. 2^{13} . B. $-(1+2^{13})$. C. -2^{13} . D. $(1+2^{13})$.

Hướng dẫn giải

$$z = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{26} = \frac{(1+i)^{27} - 1}{i}$$

$$= \frac{(1+i)^{26} \cdot (1+i) - 1}{i} = \frac{(2i)^{13} (1+i) - 1}{i} = \frac{2^{13}i - 2^{13} - 1}{i} = 2^{13} + (1+2^{13})i$$

Vậy phần thực là 2^{13}

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 79. Cho số phức $z = \left(\frac{4i}{i+1}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1; 100]$ để z là số thực?

- A. 27. B. 26. C. 25. D. 28.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = \left(\frac{4i}{i+1}\right)^m = (8i)^{\frac{m}{2}} = 8^{\frac{m}{2}} i^{\frac{m}{2}}$$

z là số thực khi và chỉ khi $\frac{m}{2} = 2k \Leftrightarrow m = 4k, k \in \mathbb{N}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 80. Cho số phức $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1; 50]$ để z là số thuần ảo?

- A. 26. B. 25. C. 24. D. 50.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m = (2i)^m = 2^m i^m$$

z là số thuần ảo khi và chỉ khi $m = 2k+1, k \in \mathbb{N}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 81. Cho số phức $z = x + iy, x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $z^3 = 2 - 2i$. Cặp số $(x; y)$ là

- A. (2; 2). B. (1; 1).

C. $(-2 + \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3})$.

D. $(-2 - \sqrt{3}; -2 - \sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải

Ta có $(x + iy)^3 = 2 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 2 \\ 3x^2y - y^3 = -2 \end{cases} \Rightarrow x^3 - 3xy^2 = -(3x^2y - y^3)$

Đặt $y = tx$ suy ra $t = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = (1; 1)$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 82. Cho biểu thức $L = 1 + z^3 + z^6 + \dots + z^{2016}$ với $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Biểu thức L có giá trị là

A. 2017.

B. 673.

C. -1.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$L = \frac{1 - (z^3)^{673}}{1 - z^3} = \frac{1 - (-1)^{673}}{1 - (-1)} = 1$$

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 83. Cho biểu thức $L = 1 - z + z^2 - z^3 + \dots + z^{2016} - z^{2017}$ với $z = \frac{1+2i}{2-i}$. Biểu thức L có giá trị là

A. $1 - i$.

B. $1 + i$.

C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

D. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \frac{1+2i}{2-i} = i$. Khi đó: $L = \frac{1 - (-z)^{2018}}{1+z} = \frac{1 - z^{2018}}{1+z} = \frac{1 - z^{2018}}{1+z} = \frac{1 - i^{2018}}{1+i} = 1 - i$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 84. Cho $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$; $z_2 = \frac{7+i}{4-3i}$; $z_3 = (1-i)^{2016}$. Tìm dạng đại số của $w = z_1^{25} \cdot z_2^{10} \cdot z_3^{2016}$.

A. $2^{1037} - 2^{1037}\sqrt{3}i$.

B. $-2^{1037}\sqrt{3} + 2^{1037}i$.

C. $-2^{1021}\sqrt{3} + 2^{1021}i$.

D. $2^{1021}\sqrt{3} - 2^{1021}i$.

Hướng dẫn giải

$$\left. \begin{aligned} z_1^{25} &= (1 + \sqrt{3}i)^{25} = 8^8 + 8^8\sqrt{3}i \\ z_2^{10} &= \left(\frac{7+i}{4-3i}\right)^{10} = (2i)^5 = 2^5i \\ z_3^{2016} &= (1-i)^{2016} = (-2i)^{1008} = 2^{1008} \end{aligned} \right\} \Rightarrow w = z_1^{25} \cdot z_2^{10} \cdot z_3^{2016} = -2^{1037}\sqrt{3} + 2^{1037}i$$

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 85. Cho số phức $z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)}$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm $|z|_{\max}$

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)} = \frac{m}{m^2+1} + \frac{i}{m^2+1} \Rightarrow |z| = \sqrt{\frac{1}{m^2+1}} \leq 1 \Rightarrow |z|_{\max} = 1 \Leftrightarrow m = 0$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 86. Cho số phức z thỏa mãn: $|z+i+1| = |\bar{z}-2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $|x + yi + i + 1| = |x - yi - 2i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y+2)^2$

$$\Leftrightarrow 2x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 + y$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(y+1)^2 + y^2} = \sqrt{2y^2 + 2y + 1} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow |z| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |z|_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2}$$

Vậy chọn đáp án **A**.

Câu 87. Tính tổng $L = C_{2016}^0 - C_{2016}^2 + C_{2016}^4 - C_{2016}^6 + \dots - C_{2016}^{2014} + C_{2016}^{2016}$

A. 2^{1008} .

B. -2^{1008} .

C. 2^{2016} .

D. -2^{2016} .

Hướng dẫn giải

Ta có $(1+i)^{2016} = C_{2016}^0 + C_{2016}^1 i + C_{2016}^2 i^2 + C_{2016}^3 i^3 + \dots + C_{2016}^{2015} i^{2015} + C_{2016}^{2016} i^{2016}$

$(1-i)^{2016} = C_{2016}^0 - C_{2016}^1 i + C_{2016}^2 i^2 - C_{2016}^3 i^3 + \dots - C_{2016}^{2015} i^{2015} + C_{2016}^{2016} i^{2016}$

$$\Rightarrow (1+i)^{2016} + (1-i)^{2016} = 2(C_{2016}^0 - C_{2016}^2 + C_{2016}^4 + \dots - C_{2016}^{2014} + C_{2016}^{2016}) = 2L$$

Mặt khác:
$$\left. \begin{aligned} (1+i)^{2016} &= (2i)^{1008} = 2^{1008} \\ (1-i)^{2016} &= (-2i)^{1008} = 2^{1008} \end{aligned} \right\} \Rightarrow L = 2^{1008}$$

Vậy chọn đáp án **A**.