Câu 61. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên $\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$

Câu 62. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$$y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên . Suy ra : $y_{CĐ} = -4$

Câu 63. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0, \forall x \in R$$

Hàm số không có cực trị

Câu 64. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Vậy hàm số có 2 cực trị .

Câu 65. Chọn A

Câu 66. Chọn A

[Phương pháp tự luận]: $y' = 4mx^3 - 2(m+1)x = 0$

$$\Leftrightarrow 2x(2mx^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 = m + 1 \end{array}\right.$$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm] : Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 cực trị khi và chỉ khi a và b trái dấu , tức là : $ab < 0$

Suy ra : $m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$

Câu 67. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 4x + m + 3$

Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} \le 0 \Leftrightarrow 4 - 3(m+3) \le 0 \Leftrightarrow m \ge -\frac{5}{3}$

Câu 68. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$y' = x^2 - 2mx + m + 1$

$y'' = 2x - 2m$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ khi : $\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 4m + m + 1 = 0 \\ 4 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m > 2 \end{cases}$

(không tồn tại m).

Câu 69. Chọn C

Câu 70. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$y' = mx^2 + 4x + m$

ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$

Câu 71. Chọn B

$y' = x^2 + 2mx + m + 6$

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 3 \end{array} \right.$$

Câu 72. Chọn A

$y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ne -2 \\ m^2 + 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-3;1) \setminus \{-2\}$$

Câu 73. Chọn D

$y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3)$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $-1 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4(m+3) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ x_1 + x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m-1) > 0 \\ x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1 + x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 1 \end{array}\right. \\ m > -\dfrac{7}{2} \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < m < -3$$

Câu 74. Chọn B

$y' = x^2 + 2(m^2 - m + 2)x + 3m^2 + 1$

$y'' = 2x + 2(m^2 - m + 2)$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ khi:

$$\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4m - 3 = 0 \\ m^2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 75. Chọn B

$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1 + 2x_2 = 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \\ x_1x_2 = \dfrac{3(m-2)}{m} \\ x_1 + x_2 = \dfrac{2(m-1)}{m} \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \dfrac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \dfrac{3m-4}{m} \\ x_2 = \dfrac{2-m}{m} \\ x_1x_2 = \dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \dfrac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \dfrac{3m-4}{m} \\ x_2 = \dfrac{2-m}{m} \\ \left(\dfrac{3m-4}{m}\right)\left(\dfrac{2-m}{m}\right) = \dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$$

Câu 76. Chọn C

Trường hợp 1: $m = 0$

Ta có hàm số: $y=-x^2$, hàm số này có 1 cực trị. Vậy $m=0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m\neq 0$

$y'=4mx^3+2(m-1)x$

Hàm số có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow \frac{m-1}{m}\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 1 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Kết hợp TH1 và TH2, ta có: $\left[\begin{array}{l} m\leq 0 \\ m\geq 1 \end{array}\right.$ thỏa mãn.

Câu 77. Chọn C

$y'=4mx^3+2(m^2-4m+3)x$

Hàm số có 3 cực trị

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \dfrac{m^2-4m+3}{m}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\in(-\infty;0)\cup(1;3) \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;0)\cup(1;3)$.

Câu 78. Chọn D

$y'=4x^3-4m^2x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x(x^2-m^2)=0$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m\neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là : $A(0;1)$, $B(m;1-m^4)$, $C(-m;1-m^4)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại đỉnh

$A\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow -m^2+m^8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có: $m=\pm 1$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a}+1=0$.

Câu 79. Chọn B

$y'=4x^3-4(m+1)x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x(x^2-m-1)=0$

Hàm số có điểm 3 cực trị $\Leftrightarrow m>-1$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :
$A\left(0;m^2\right)$, $B\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right)$, $C\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại đỉnh $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$

$\Leftrightarrow -\left(m+1\right)+(-m^2-2m-1)^2=0 \Leftrightarrow m^4+4m^3+6m^2+3m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có: $m=0$ (thỏa mãn).

Lưu ý: Có thể làm theo cách khác:

+) ***Cách 1:*** Gọi M là trung điểm của BC, tìm tọa độ điểm M, ΔABC vuông tại đỉnh A thì $2AM=BC$.

+) ***Cách 2:*** Sử dụng định lý Pitago $BC^2=AB^2+AC^2$.

+) ***Cách 3:*** $\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)=\cos 45^0$.

+) Hoặc sử dụng công thức $\dfrac{b^3}{8a}+1=0$.

Câu 80. Chọn C

$y'=4x^3-4mx$

$y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :
$A\left(0;m^4+2m\right)$, $B\left(-\sqrt{m};\mathrm{m}^4-m^2+2m\right)$, $C\left(\sqrt{m};\mathrm{m}^4-m^2+2\mathrm{m}\right)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC đều chỉ cần $AB=BC \Leftrightarrow m+m^4=4m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\sqrt[3]{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có: $m=\sqrt[3]{3}$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\dfrac{b^3}{8a}+3=0 \Leftrightarrow \dfrac{(-2m)^3}{8}+3=0 \Leftrightarrow m^3=3 \Leftrightarrow m=\sqrt[3]{3}$.

Câu 81. Chọn C

Ta có: $y=x^3-3x$

Các điểm cực trị: $A(1;-2);B(-1;2)$. Nên ta có $AB=2\sqrt{5}$.

Câu 82. Chọn A

Ta có: $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+3$.

Các điểm cực trị: $A(-2;-1);B(0;3);C(2;-1)$.

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân tại B. $H(0;-1)$ là trung điểm của AC.

Nên $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BH.AC=\frac{1}{2}.4.4=8$.

Câu 83. Chọn A

Ta có : $y'=x^2-2mx+2m-1$

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow$ $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=m^2-2m+1>0 \Leftrightarrow m\neq 1$.

Câu 84. Chọn A

Để hàm số có ba cực trị thì trước hết hàm số phải là hàm số trùng phương tức $m\neq 0$.

Ta có : $y'=4mx^3+2\left(m^2-9\right)x=4mx(x^2+\frac{m^2-9}{2m})$.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi : y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\frac{m^2-9}{2m}<0$

$\Leftrightarrow\ m\left(m^2-9\right)<0\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<m<3\\ m<-3\end{array}\right.$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là : $\left[\begin{array}{l}0<m<3\\ m<-3\end{array}\right.$.

Câu 85. Chọn B

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0\ \Leftrightarrow\ m=-1$. Khi đó $y=x^2+\frac{3}{2}\ \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow\ m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1\neq 0\ \Leftrightarrow\ m\neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có :

$$y'=4\left(m+1\right)x^3-2mx=4\left(m+1\right)x\left[x^2-\frac{m}{2\left(m+1\right)}\right].$$

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow$ y' có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua nghiệm này $\Leftrightarrow \begin{cases} 4(m+1)>0 \\ \dfrac{m}{2(m+1)} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m\le 0$.

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1\le m\le 0$.

Câu 86. Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6mx+m-1$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi PT $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

Điều này tương đương $\Delta'=9m^2-3(m-1)>0 \Leftrightarrow 3m^2-m+1>0$ (đúng với mọi m).

Hai điểm cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow \begin{cases} S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m>0 \\ \dfrac{m-1}{3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>1$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m>1$.

Câu 87. Chọn D

Ta có $y'=-3x^2+3m$.

$y'=0 \Leftrightarrow x^2-m=0\,(*)$

Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0\,(**)$

Khi đó 2 điểm cực trị $A\left(-\sqrt{m};1-2m\sqrt{m}\right)$, $B\left(\sqrt{m};1+2m\sqrt{m}\right)$

Tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow 4m^3+m-1=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 88. Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6(m+1)x+12m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ $(m-1)^2>0 \Leftrightarrow m\ne 1$ (*). Khi đó hai điểm cực trị là

$A(2;9m), B(2m;-4m^3+12m^2-3m+4)$.

ΔABC nhận O làm trọng tâm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2+2m-1=0 \\ -4m^3+12m^2+6m+4-\dfrac{9}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}$ (thoả (*).

Câu 89. Chọn C

Ta có : $y' = 2x^2 - 2mx - 2\left(3m^2 - 1\right) = 2\left(x^2 - mx - 3m^2 + 1\right)$,

$g\left(x\right) = x^2 - mx - 3m^2 + 1$ là tam thức bậc hai có $\Delta = 13m^2 - 4$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $g\left(x\right)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\dfrac{2\sqrt{13}}{13} \end{array}\right.$. (1)

x_1, x_2 là các nghiệm của $g\left(x\right)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

Do đó $x_1x_2 + 2\left(x_1 + x_2\right) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \dfrac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 90. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right)$

Hàm số luôn luôn có cực trị với moi m

Theo định lí Viet : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow \left(2m\right)^2 - 3\left(m^2 - 1\right) = 7 \Leftrightarrow$ m= ±2.

Cách 2 : y’=0 $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + \left(m^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{array}\right.$.

$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow \left(m+1\right)^2 + \left(m-1\right)^2 - \left(m-1\right)\left(m+1\right) = 7 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 91. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$y' = 4\left(m-1\right)x^3 - 6mx = 0$ (*)

TH1 : Nếu $m = 1$, (*) trở thành : $y' = -6x = 0$ hay x= 0 , $y'' = -6 < 0$

Vậy $m=1$ hàm số đạt cực đại tại $x=0$

TH2 : Nếu $m\neq 1$

(*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{3m}{2(m-1)} \end{array}\right.$.

Hàm số có cực đại mà ko có cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \dfrac{3m}{2(m-1)}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\leq m<1$.

Kết hợp 2 trường hợp : $m\in[0;1]$.

Câu 92. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

$y'=4x^3-4(1-m^2)x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=1-m^2 \end{array}\right.$.

Hàm số có cực đại , cực tiểu khi và chỉ khi : $|m|<1$

Tọa độ điểm cực trị $A(0;m+1)$

$B\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$

$C\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2+m\right)$

$\overrightarrow{BC}=\left(-2\sqrt{1-m^2};0\right)$

Phương trình đường thẳng BC : $y+m^4-2m^2-m=0$

$d(A,\mathrm{BC})=m^4-2m^2+1$, $BC=2\sqrt{1-m^2}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}BC.d[A,BC]=\sqrt{1-m^2}\left(m^4-2m^2+1\right)=\sqrt{\left(1-m^2\right)^5}\leq 1$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m=0$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2-1\right)$

$\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{1-m^2};-m^4+2m^2-1\right)$

Khi đó S = $\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right|$ = $\sqrt{1-m^2}\left(m^4-2m^2+1\right)=\sqrt{\left(1-m^2\right)^5}\le 1$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m=0$.

Câu 93. Chọn A

[Phương pháp tự luận]

$y'=6x^2+6(m-3)x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3-m \end{array}\right.$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow m\ne 3$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị $A(0;11-3m)$

$B\left(3-m;m^3-9m^2+24m-16\right)$

$\overrightarrow{AB}=\left(3-m,(3-m)^3\right)$.

Phương trình đt AB : $(3-m)^2x+y-11+3m=0$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow C\in AB$

Hay : $-1-11+3m=0\Leftrightarrow m=4$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\frac{y'.y''}{18a}=2x^3+3(y-3)x^2+11-3y-\frac{\left(6x^2+6(y-3)x\right)\left(12x+6(y-3)\right)}{36}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $-2989-994009i$. Hay : $y=-2989-994009x$

Từ đó : $-2989=-3m+11$, $-994009=-(m-3)^2$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $(3-m)^2x+y-11+3m=0$

A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow C \in AB$

Hay : $-1-11+3m=0 \Leftrightarrow m=4$.

Câu 94. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

$y'=3x^2-3m$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{m} \\ x=-\sqrt{m} \end{array}\right.$. Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi : $m>0$

Khi đó tọa độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $M\left(\sqrt{m};-2m\sqrt{m}+2\right)$

$N\left(-\sqrt{m};2m\sqrt{m}+2\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-2\sqrt{m};4m\sqrt{m}\right)$

Phương trình đt MN : $2mx+y-2=0$

(Học sinh có thể dùng cách lấy y chia cho y')

Ta có : $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{AIB}=\frac{1}{2}\sin\widehat{AIB}\le\frac{1}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $\widehat{AIB}=90^0 \Rightarrow d\left[I,MN\right]=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow m=1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\frac{y'.y''}{18a}=2x^3-3yx+2-\frac{\left(6x^2-3y\right)\left(12x\right)}{18}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $2-2000i$. Hay : y=$2-2000x$

Từ đó : $-2000=-2m$,

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị A,B là : $y=2-2mx$ hay $2mx+y-2=0$

Giải như tự luận ra kết quả .

Câu 95. Chọn C

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = m \end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m \neq 1$

Ta có : $A(1;3m-1)$ $B(m;-m^3+3m^2)$

Hệ số góc đt AB là : $k = -(m-1)^2$

Đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x+2$ khi và chỉ khi $k = -1$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y - \dfrac{y'.y''}{18a} = 2x^3 - 3(y+1)x^2 + 6yx - \dfrac{(6x^2 - 6(y+1)x + 6y)(12x - 6(y+1))}{36}$

Bước 3 : Cacl $x = i$, $y = 1000$

Kết quả : $1001000 - 9980001.i$. Hay : $y = 1001000 - 9980001.x$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $y = m^2 - m - (m-1)^2 x$

Có đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x+2$ khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Câu 96. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$y' = 3x^2 - 12x + 3(m+2)$

$y' = 0 \Leftrightarrow y' = x^2 - 4x + (m+2) = 0$

Hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Chia y cho y' ta được : $y = \dfrac{1}{3}y'(x-2) + (m-2)(2x+1)$

Điểm cực trị tương ứng : $A(x_1;(m-2)(2x_1+1))$ và $B(x_2;(m-2)(2x_2+1))$

Có : $y_1.y_2=(m-2)^2\left(4x_1x_2+2(x_1+x_2)+1\right)$

Với : $\begin{cases}x_1+x_2=4\\ x_1x_2=m+2\end{cases}$ nên : $y_1.y_2=(m-2)^2(4m+17)$

Hai cực trị cùng dấu $\Leftrightarrow y_1.y_2>0 \Leftrightarrow (m-2)^2(4m+17)>0 \Leftrightarrow \begin{cases}m>\dfrac{-17}{4}\\ m\neq 2\end{cases}$

Kết hợp đk : $-\dfrac{17}{4}<m<2$.

Câu 97. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y'=6x^2-18x+12$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y(1)=5+m\\ x=2\Rightarrow y(2)=4+m\end{array}\right.$

$A(1;5+m)$ và $B(2;4+m)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$\overrightarrow{OA}=(1;5+m)$, $\overrightarrow{OB}=(2;4+m)$, $\overrightarrow{AB}=(1;-1)$

OAB là 1 tam giác $\Leftrightarrow -4-m\neq 2 \Leftrightarrow m\neq -6$

Chu vi của ΔOAB là: $2p=\sqrt{1+(m+5)^2}+\sqrt{4+(m+4)^2}+\sqrt{2}$

Sử dụng tính chất $|\vec{u}|+|\vec{v}|\geq|\vec{u}+\vec{v}|$ với $\vec{u}=(1;-5-m)$ và $\vec{v}=(2;4+m)$

Từ đó ta có : $\sqrt{1+(m+5)^2}+\sqrt{4+(m+4)^2}+\sqrt{2}\geq\sqrt{3^2+(-1)^2}+\sqrt{2}=\sqrt{10}+\sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u},\vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \dfrac{-5-m}{4+m}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=-\dfrac{14}{3}$.

Vậy chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng $\left(\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)$ khi $m=-\dfrac{14}{3}$.

Câu 98. Chọn D

[Phương pháp tự luận]

$y'=4x^3-4mx$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$. Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$A(0;m-1)$

$B\left(\sqrt{m};m^2+m-1\right)$

$C\left(-\sqrt{m};m^2+m-1\right)$

Vì B,C đối xứng nhau qua trục tung nên $BC\perp OA$

Do đó O là trực tâm tam giác $ABC\Leftrightarrow OB\perp AC$ hay $\overrightarrow{OB}\overrightarrow{AC}=0$

Với $\overrightarrow{OB}=\left(\sqrt{m},m^2+m-1\right),\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m},m^2\right)$

Từ đó : $-m+m^2\left(m^2+m-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$

Vậy $m=1$ là gtct .

Câu 99. Chọn C

[Phương pháp trắc nghiệm]

Cách 1:

$y'=x^2-2mx-1$

$\Delta'=m^2+1>0\forall m$, suy ra hàm số có 2 cực trị $\forall m$ .Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của pt $y'=0$

Bấm máy tính:

$$\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1-\left(x^2-2mx-1\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{m}{3}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}\frac{2003}{3}-\frac{2000002}{3}i$$
$$=\frac{2m+3}{3}-\frac{2m^2+2}{3}x$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$A\left(x_1;\frac{2m+3}{3}-\frac{2m^2+2}{3}x_1\right)$; $B\left(x_2;\frac{2m+3}{3}-\frac{2m^2+2}{3}x_2\right)$

$$AB^2=(x_2-x_1)^2+\frac{4}{9}(m^2+1)^2(x_2-x_1)^2=(x_2-x_1)^2\left(1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right)$$

$$=(4m^2+4)\left(1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right)=\frac{(4m^2+4)(4m^4+8m^2+13)}{9}\Rightarrow AB=\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$$

__Cách 2__: ***Sử dụng công thức*** $AB=\sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}}$ với $e=\frac{b^2-3ac}{9a}$

$$e=\frac{m^2+1}{3}\Rightarrow AB=\sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}}=\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}.$$

Câu 100. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y'=6x^2+6(m-1)x+6m(1-2m)$

Hàm số có 2 cực trị $m\neq\frac{1}{3}$

Bấm máy tính:

$$2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x-\left(6x^2+6(m-1)x+6m(1-2m)\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{m-1}{6}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}$$

$$1997001000-8994001i=(2.10^9-3.10^6+10^3)-(9.10^6-6.10^3+1)i=$$

$$=-(9m^2-6m+1)x+2m^3-3m^2+m$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y=-(9m^2-6m+1)x+2m^3-3m^2+m$ (Δ)

$$\Delta\equiv d\Leftrightarrow\begin{cases}-(9m^2-6m+1)=-4\\2m^3-3m^2+m=0\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

Câu 101. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y'=3x^2+2mx+7$

Hàm số có 2 cực trị $|m|>\sqrt{21}$

Bấm máy tính:

$$x^3+mx^2+7x+3-(3x^2+2mx+7)\left(\frac{x}{3}+\frac{m}{9}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}-\frac{6973}{9}-\frac{1999958}{9}i=$$

$$=-\frac{7000-27}{9}-\left(\frac{2.10^6-42}{9}\right)i=-\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)x+\frac{7m-27}{9}$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y = -\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)x + \frac{7m-27}{9}$ (Δ)

$\Delta \perp d \Leftrightarrow -\left(\frac{2m^2-42}{9}\right)3 = -1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{45}{2} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{\frac{45}{2}}$ (thỏa mãn).

Câu 102. Chọn D

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y' = -3x^2 + 6x + 3\left(m^2 - 1\right)$

Hàm số có 2 cực trị $m \neq 0$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$

Bấm máy tính:

$-x^3 + 3x^2 + 3\left(m^2-1\right)x - 3m^2 - 1 - \left(-3x^2 + 6x + 3\left(m^2-1\right)\right)\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000}$

$-2000002 + 2000000i = -\left(2.10^6 + 2\right) + 2.10^6 i = 2m^2x - 2m^2 - 2$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(x_1; 2m^2x_1 - 2m^2 - 2\right)$; $B\left(x_2; 2m^2x_2 - 2m^2 - 2\right)$

ΔOAB vuông tại $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0$

$\Leftrightarrow x_1x_2 + \left(2m^2x_1 - 2m^2 - 2\right)\left(2m^2x_2 - 2m^2 - 2\right) = 0$

$\Leftrightarrow x_1x_2 + 4m^4x_1x_2 - 4m^2\left(m^2+1\right)\left(x_1 + x_2\right) + 4\left(m^2+1\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(1-m^2\right)\left(1+4m^4\right) + 4\left(m^2+1\right)\left(1 + m^2 - 2m^2\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(1-m^2\right)\left(4m^4 + 4m^2 + 5\right) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

Câu 103. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y' = 3x^2 - 6x - m$

Hàm số có 2 cực trị $m > -3$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, ta có:

$x_1 + x_2 = 2$

Bấm máy tính:

$$x^3-3x^2-mx+2-\left(3x^2-6x-m\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{3}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}$$

$$-\frac{994}{3}-\frac{2006}{3}i=-\frac{1000-6}{3}-\frac{2000+6}{3}i=-\frac{2m+6}{3}x-\frac{m-6}{3}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(x_1;-\frac{2m+6}{3}x_1-\frac{m-6}{3}\right);\ B\left(x_2;-\frac{2m+6}{3}x_2-\frac{m-6}{3}\right)$$

Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I\left(1;-m\right)$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y=-\frac{2m+6}{3}x-\frac{m-6}{3}\ \left(\Delta\right)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\Delta//d\ or\ \Delta\equiv d\\ I\in d\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{2m+6}{3}=1\\ -m=1-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-\frac{9}{2}\\ m=0\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện thì $m=0$.

Câu 104. Chọn B

Ta có: $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=m\end{array}\right.$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi $m>0$ (*)

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A\left(0;m-1\right),B\left(-\sqrt{m};-m^2+m-1\right),C\left(\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|y_B-y_A\right|.\left|x_C-x_B\right|=m^2\sqrt{m};\ AB=AC=\sqrt{m^4+m},BC=2\sqrt{m}$$

$$R=\frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}}=1\Leftrightarrow\frac{\left(m^4+m\right)2\sqrt{m}}{4m^2\sqrt{m}}=1\Leftrightarrow m^3-2m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\pm\frac{\sqrt{5}-1}{2}\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện (*) ta có $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\end{array}\right.$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Áp dụng công thức: $R=\dfrac{b^3-8a}{8|a|b}\Leftrightarrow 1=\dfrac{(-2m)^3-8}{8(-2m)}\Leftrightarrow m^3+1=2m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện (*) ta có $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 105. Chọn A

$y'=y=4x^3-4m^2x$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m\neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị là: $A(0;m^4+1),B(-m;1),C(m;1)$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp(nếu có) của tứ giác $ABOC$. Do tính chất đối xứng , ta có:

A,O,I thẳng hàng $\Rightarrow AO$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp(nếu có) của tứ giác $ABOC$.

Vậy $AB\perp OB\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow m^2-m^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\pm 1\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $m=\pm 1$ (thỏa mãn).

Câu 106. Chọn D

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m\neq 0$

Áp dụng công thức $S_{\Delta ABC}=\dfrac{b^2}{4|a|}\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}$, ta có:

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{b^2}{4|a|}\sqrt{-\dfrac{b}{2a}}\Rightarrow 64=\dfrac{64m^4}{4}\sqrt{\dfrac{8m^2}{2}}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt[5]{2}$ (thỏa mãn).

Câu 107. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>0$

Ba điểm cực trị là $A(0;m),B\left(-\sqrt{m};m-m^2\right),C\left(\sqrt{m};m-m^2\right)$

Gọi I là trung điểm của $BC\Rightarrow I\left(0;m-m^2\right)$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AI.BC=m^2\sqrt{m}$

Chu vi của ΔABC là: $2p=AB+BC+AC=2\left(\sqrt{m+m^4}+\sqrt{m}\right)$

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là: $r=\frac{S_{\Delta ABC}}{p}=\frac{m^2\sqrt{m}}{\sqrt{m+m^4}+\sqrt{m}}$

Theo bài ra: $r>1\Leftrightarrow\frac{m^2\sqrt{m}}{\sqrt{m+m^4}+\sqrt{m}}>1\Leftrightarrow\frac{m^2\sqrt{m}\left(\sqrt{m+m^4}-\sqrt{m}\right)}{m^4}>1$ (vì $m>0$)

$\Leftrightarrow\sqrt{m}\left(\sqrt{m+m^4}-\sqrt{m}\right)>m^2\Leftrightarrow\sqrt{m^2+m^5}>m^2+m\Leftrightarrow m^2-m-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>2\end{array}\right.$

So sánh điều kiện suy ra $m>2$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Sử dụng công thức $r=\frac{b^2}{4|a|+\sqrt{16a^2-2ab^3}}\Rightarrow r=\frac{4m^2}{4+\sqrt{16+16m^3}}=\frac{m^2}{1+\sqrt{1+m^3}}$

Theo bài ra: $r>1\Leftrightarrow\frac{m^2}{1+\sqrt{1+m^3}}>1\Leftrightarrow\frac{m^2\left(\sqrt{1+m^3}-1\right)}{m^3}>1\Leftrightarrow\sqrt{1+m^3}-1>m$

$\sqrt{1+m^3}>m+1\Leftrightarrow\Leftrightarrow\sqrt{1+m^3}>m+1\Leftrightarrow m^2-m-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>2\end{array}\right.$

So sánh điều kiện suy ra $m>2$ thỏa mãn.

Câu 108. Chọn A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>\frac{1}{3}$

Áp dụng công thức:

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là:

$x^2+y^2-\left(\frac{2}{b}-\frac{\Delta}{4a}+c\right)y+c\left(\frac{2}{b}-\frac{\Delta}{4a}\right)=0$

Thay vào ta có phương trình:

$$x^2+y^2-\left(\frac{-27m^3+75m^2-m-15}{4(3m-1)}\right)y+\frac{-54m^4+75m^3+41-27m-11}{4(3m-1)}=0\ (T)$$

$$D(7;3)\in(T)\Rightarrow 27m^4-78m^3+92m^2-336m+99=0$$

Sử dụng chức năng SOLVE , tìm ra nghiệm duy nhất thỏa mãn là $m=3$.

Câu 109. Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>0$

Ba điểm cực trị là: $A(0;1-4m),B\left(-\sqrt{m};m^2-4m+1\right),C\left(\sqrt{m};m^2-4m+1\right)$

Tứ giác $OBAC$ đã có $OB=OC,AB=AC$. Vậy tứ giác $OBAC$ là hình thoi chỉ cần thêm điều kiện

$$OB=AC\Leftrightarrow m+\left(m^2-4m+1\right)^2=m+m^4\Leftrightarrow\left(m^2-4m+1\right)^2-m^4=0$$

$$\Leftrightarrow\left(m^2-4m+1-m^2\right)\left(m^2-4m+1+m^2\right)=0\Leftrightarrow(1-4m)\left(2m^2-4m+1\right)$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{1}{4}\\ m=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\text{(thỏa mãn).}$$

Câu 110. Chọn A

Ta có **:** $y'=-3x^2+6x+3\left(m^2-1\right)=-3\left(x^2-2x-m^2+1\right)$.

$g(x)=x^2-2x-m^2+1$ là tam thức bậc hai có $\Delta'=m^2$. Do đó: y có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow$ y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $g(x)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\Delta'>0\Leftrightarrow$ $m\neq 0$. (1)

Khi đó y' có các nghiệm là: $1\pm m$ $\Rightarrow$ tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(1-m;-2-2m^3\right)$ và $B\left(1+m;-2+2m^3\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}\left(1-m;-2-2m^3\right)\Rightarrow OA^2=(1-m)^2+4\left(1+m^3\right)^2$.

$\overrightarrow{OB}\left(1+m;-2+2m^3\right)\Rightarrow OB^2=(1+m)^2+4\left(1-m^3\right)^2$.

A và B cách đều gốc tọa độ khi và chỉ khi :

$$OA=OB\Leftrightarrow OA^2=OB^2\Leftrightarrow(1-m)^2+4\left(1+m^3\right)^2=(1+m)^2+4\left(1-m^3\right)^2$$

$\Leftrightarrow\ -4m+16m^3=0 \qquad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m=\pm\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 111. Chọn D

$y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi : $2m\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 0$. (1)

Khi đó, các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;3m^3)$, $B(2m;-m^3)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}(0;3m^3) \Rightarrow OA=3|m^3|$. (2)

Ta thấy $A\in Oy \Rightarrow OA\equiv Oy \Rightarrow d(B,OA)=d(B,Oy)=2|m|$. (3)

Từ (2) và (3) suy ra $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\cdot OA\cdot d(B,OA)=3m^4$.

Do đó: $S_{\Delta OAB}=48 \Leftrightarrow 3m^4=48 \Leftrightarrow m=\pm 2$ (thỏa mãn (1)).

Câu 112. Chọn A

Ta có : $y'=4x^3-4(m+1)x=4x\left[x^2-(m+1)\right]$.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi :

y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$. $(*)$

Khi đó, ta có: $y'=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\sqrt{m+1} \\ x=\sqrt{m+1} \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A(0;m) \\ B\left(-\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right), \\ C\left(\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right) \end{array}\right.$

(vai trò của B, C trong bài toán là như nhau) nên ta giả sử :

$B\left(\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$, $C\left(-\sqrt{m+1};-m^2-m-1\right)$).

Ta có : $\overrightarrow{OA}(0;m) \Rightarrow OA=|m|$; $\overrightarrow{BC}\left(2\sqrt{m+1};0\right) \Rightarrow BC=2\sqrt{m+1}$.

Do đó $OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \quad (\Delta' = 8) \Leftrightarrow$ $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$ (thỏa mãn $(*)$).

Vậy $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 113. Chọn D

$y' = 3x^2 - 6mx$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$ Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $m \neq 0$.

Giả sử hàm số có hai điểm cực trị là: $A(0;4m^3); B(2m;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2m;-4m^3)$

Trung điểm của đoạn AB là $I(m;2m^3)$.

Điều kiện để AB đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ là AB vuông góc với đường thẳng

$(d): y = x$ và $I \in (d)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ 2m^3 = m \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện ta có: $m = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 114. Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$

Hàm số (1) có cực trị thì PT $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ có 2 nhiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 1 > 0, \forall m$

Khi đó, điểm cực đại $A(m-1; 2-2m)$ và điểm cực tiểu $B(m+1; -2-2m)$

Ta có $OA = \sqrt{2}OB \Leftrightarrow m^2 + 6m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -3 + 2\sqrt{2} \\ m = -3 - 2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Câu 115. Chọn A

Ta có: $y' = 4x^3 - 4m^2x = 4x\left(x^2 - m^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m^2 \end{array}\right.$

Hàm số (C) có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0 \quad (*)$. Với điều kiện $(*)$ gọi ba điểm cực trị là:

$A(0;1); B(-m;1-m^4); C(m;1-m^4)$. Do đó nếu ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân, thì sẽ vuông cân tại đỉnh A.

Do tính chất của hàm số trùng phương, tam giác ABC đã là tam giác cân rồi, cho nên để thỏa mãn điều kiện tam giác là vuông, thì AB vuông góc với AC.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = (-m;-m^4); \overrightarrow{AC} = (m;-m^4); \overrightarrow{BC} = (2m;0)$.

Tam giác ABC vuông khi: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4m^2 = m^2 + m^8 + (m^2 + m^8)$

$\Leftrightarrow 2m^2(m^4 - 1) = 0; \Rightarrow m^4 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$

Vậy với $m = \pm 1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0 \Leftrightarrow -m^6 + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$

Câu 116. Chọn D

Ta có: $y' = m(3x^2 - 6x)$

Với mọi $m \neq 0$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 3m - 3 \\ x = 2 \Rightarrow y = -m - 3 \end{array}\right.$. Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Giả sử $A(0;3m-3); B(2;-m-3)$.

Ta có : $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20 \Leftrightarrow 11m^2 + 6m - 17 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy giá trị m cần tìm là: $\left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{array}\right.$.

Câu 117. Chọn A

Đường thẳng đi qua ĐCĐ, ĐCT là $\Delta_1 : 2x + y = 0$ có $VTPT\ \vec{n}_1(2;1)$

Đường thẳng đã cho $\Delta : x + my + 3 = 0$ có $VTPT\ \vec{n}_2(1;m)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \cos(\Delta, \Delta_1) = \left|\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)\right| = \frac{|m+2|}{\sqrt{5}.\sqrt{m^2+1}} = \frac{4}{5}$

$$\Leftrightarrow 25\left(m^2+4m+4\right)=5.16.\left(m^2+1\right)\Leftrightarrow 11m^2-20m-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-\dfrac{2}{11}\end{array}\right.$$

Câu 118. Chọn C

Ta có $y'=4x^3-8\left(m-1\right)x=4x\left(x^2-2\left(m-1\right)\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=2\left(m-1\right)\end{array}\right.$ nên hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>1$.

Với đk $m>1$ đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$$A\left(0;2m-1\right),B\left(\sqrt{2\left(m-1\right)};-4m^2+10m-5\right),B\left(-\sqrt{2\left(m-1\right)};-4m^2+10m-5\right).$$

Ta có: $\begin{array}{l}AB^2=AC^2=2\left(m-1\right)+16\left(m-1\right)^4\\BC^2=8\left(m-1\right)\end{array}$

Để 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành tam giác đều thì:

$$AB=AC=BC\Leftrightarrow AB^2=AC^2=BC^2\Leftrightarrow 2\left(m-1\right)+16\left(m-1\right)^4=8\left(m-1\right)$$

$$\Leftrightarrow 8\left(m-1\right)^4-3\left(m-1\right)=0\Leftrightarrow\left(m-1\right)\left[8\left(m-1\right)^3-3\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=1+\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}\end{array}\right.$$

So sánh với điều kiện ta có: $m=1+\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\dfrac{b^3}{8a}+3=0\Leftrightarrow -8\left(m-1\right)^3+3=0\Leftrightarrow m=1+\dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}$

Câu 119. Chọn B

Ta có: $y'=6x^2-6(2m+1)x+6m(m+1)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+1\end{array}\right.\Rightarrow\forall m\in\mathbb{R}$, hàm số luôn có CĐ, CT

Tọa độ các điểm CĐ, CT của đồ thị là $A(m;2m^3+3m^2+1),\ B(m+1;2m^3+3m^2)$

Suy ra $AB=\sqrt{2}$ và phương trình đường thẳng $AB:x+y-2m^3-3m^2-m-1=0$.

Do đó, tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ M tới AB nhỏ nhất.

Ta có: $d(M, AB) = \dfrac{3m^2 + 1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d(M, AB) \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \min d(M, AB) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ đạt được khi $m = 0$.