

## CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

### Bài 1

1. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba véc tơ

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}, \quad \vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}, \quad \vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$$

a) Xác định tọa độ các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ,  $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$  và tính  $|\vec{x}|$

b) Tìm giá trị của  $x$  để véc tơ  $\vec{y} = (2x - 1; -x; 3x + 2)$  vuông góc với véc tơ  $2\vec{b} - \vec{c}$

c) Chứng minh rằng các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  không đồng phẳng và phân tích véc tơ  $\vec{u} = (3; 7; -14)$  qua ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

2. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các véc tơ

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}, \quad \vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k}, \quad \vec{c} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$$

a) Xác định tọa độ các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

b) Tìm tọa độ véc tơ  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$  và tính  $|\vec{u}|$

c) Tìm  $x$  để véc tơ  $\vec{v} = (3x - 1; x + 2; 3 - x)$  vuông góc với  $\vec{b}$

d) Biểu diễn véc tơ  $\vec{x} = (3; 1; 7)$  qua ba véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

### Bài 2

1. Cho hai véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}$  có  $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Tính

a) Độ dài các véc tơ  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $5\vec{a} + 2\vec{b}$ ,  $3\vec{a} - 2\vec{b}$ ,

b) Độ dài véc tơ  $[\vec{a}, \vec{b}]$ ,  $[\vec{a}, 3\vec{b}]$ ,  $[5\vec{a}, -2\vec{b}]$ .

2. Tìm điều kiện của tham số  $m$  sao cho

a) Ba véc tơ  $\vec{u}(2; 1; -m)$ ,  $\vec{v}(m + 1; -2; 0)$ ,  $\vec{w}(1; -1; 2)$  đồng phẳng.

b)  $A(1; -1; m)$ ,  $B(m; 3; 2m - 1)$ ,  $C(4; 3; 1)$ ,  $D(m + 3; -m; 2 - m)$  cùng thuộc một mặt phẳng.

c) Góc giữa hai véc tơ  $\vec{a}(2; m; 2m - 1)$ ,  $\vec{b}(m; 2; -1)$  là  $60^\circ$ .

Bài 3 Cho tam giác  $ABC$  có  $B(-1; 1; -1)$ ,  $C(2; 3; 5)$ . Điểm  $A$  có tung độ

là  $\frac{1}{3}$ , hình chiếu của điểm  $A$  trên  $BC$  là  $K\left(1; \frac{7}{3}; 3\right)$  và diện tích tam

giác  $ABC$  là  $S = \frac{49}{3}$ .

1. Tìm tọa độ đỉnh  $A$  biết  $A$  có hoành độ dương.
2. Tìm tọa độ chân đường vuông góc hạ từ  $B$  đến  $AC$ .
3. Tìm tọa độ tâm  $I$  của đường tròn ngoại tiếp và tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

4. Chứng minh  $\overline{HG} = 2\overline{GI}$  với  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

**Bài 4** Cho tứ diện  $ABCD$  có các cặp cạnh đối bằng nhau. Tọa độ các điểm  $A(2; 4; 1), B(0; 4; 4), C(0; 0; 1)$  và  $D$  có hoành độ dương.

1. Xác định tọa độ điểm  $D$ .
2. Gọi  $G$  là trọng tâm của tứ diện  $ABCD$ . Chứng minh rằng  $G$  cách đều các đỉnh của tứ diện.
3. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Chứng minh rằng  $MN$  là đường vuông góc chung của hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .
4. Tính độ dài các đường trọng tuyến của tứ diện  $ABCD$ .  
Tính tổng các góc phẳng ở mỗi đỉnh của tứ diện  $ABCD$ .

**Bài 5** Trong không gian  $Oxyz$  cho bốn điểm  $A(0; 2; 0), B(-1; 0; -3), C(0; -2; 0), D(3; 2; 1)$ .

1. Chứng minh rằng bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng;
2. Tính diện tích tam giác  $BCD$  và đường cao  $BH$  của tam giác  $BCD$ ;
3. Tính thể tích tứ diện  $ABCD$  và đường cao của tứ diện hạ từ  $A$ ;
4. Tìm tọa độ  $E$  sao cho  $ABCE$  là hình bình hành;
5. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BD$ ;
6. Tìm điểm  $M$  thuộc  $Oy$  sao cho tam giác  $BMC$  cân tại  $C$ ;
7. Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tứ diện  $ABCD$  và chứng minh  $A, G, A'$  thẳng hàng với  $A'$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ .

**Bài 6** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(2; 3; 1), B(-1; 2; 0), C(1; 1; -2)$ .

1. Tìm tọa độ chân đường vuông góc kẻ từ  $A$  xuống  $BC$ .
2. Tìm tọa độ  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .
3. Tìm tọa độ  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $ABC$ .
4. Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng các điểm  $G, H, I$  nằm trên một đường thẳng.

**Bài 8**

Trong không gian với hệ tọa độ Đề Các vuông góc  $Oxyz$  cho tam giác đều  $ABC$  có  $A(5; 3; -1), B(2; 3; -4)$  và điểm  $C$  nằm trong mặt phẳng  $(Oxy)$  có tung độ nhỏ hơn 3.

- a) Tìm tọa độ điểm  $D$  biết  $ABCD$  là tứ diện đều.
- b) Tìm tọa độ điểm  $S$  biết  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc.

**Bài 9**

Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(3; -2; 4)$

- Tìm tọa độ các hình chiếu của  $A$  lên các trục tọa độ và các mặt phẳng tọa độ
- Tìm  $M \in Ox, N \in Oy$  sao cho tam giác  $AMN$  vuông cân tại  $A$
- Tìm tọa độ điểm  $E$  thuộc mặt phẳng  $(Oyz)$  sao cho tam giác  $AEB$  cân tại  $E$  và có diện tích bằng  $3\sqrt{29}$  với  $B(-1; 4; -4)$ .

**CÁC BÀI TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH ÔN THI ĐẠI HỌC**

**Bài 10**

Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$  cho  $A(4; 0; 0), B(x_0; y_0; 0)$  với

$x_0, y_0 > 0$  thỏa mãn  $AB = 2\sqrt{10}$  và  $AOB = 45^\circ$ .

- Tìm  $C$  trên tia  $Oz$  sao cho thể tích tứ diện  $OABC$  bằng 8.
- Gọi  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABO$  và  $M$  trên cạnh  $AC$  sao cho  $AM = x$ . Tìm  $x$  để  $OM \perp GM$ .