

C. z có phần thực bằng -18 và phần ảo bằng 0 .

D. $\overline{z-i} = -9+9i$.

Hướng dẫn giải

$$z-iz = 1+i+\dots+i^{19} - 18i^{20} = 1 \cdot \frac{1-i^{20}}{1-i} - 18i^{20} = -18 \Rightarrow z = \frac{-18}{1-i} = -9-9i$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 30. Cho số phức $z = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{26}$. Phần thực của số phức z là

A. 2^{13} .

B. $-(1+2^{13})$.

C. -2^{13} .

D. $(1+2^{13})$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} z &= 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{26} = \frac{(1+i)^{27} - 1}{i} \\ &= \frac{(1+i)^{26} \cdot (1+i) - 1}{i} = \frac{(2i)^{13} (1+i) - 1}{i} = \frac{2^{13}i - 2^{13} - 1}{i} = 2^{13} + (1+2^{13})i \end{aligned}$$

Vậy phần thực là 2^{13}

Vậy chọn đáp án A.

Câu 31. Cho số phức $z = \left(\frac{4i}{i+1}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1;100]$ để z là số thực?

A. 25.

B. 26.

C. 27.

D. 28.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = \left(\frac{4i}{i+1}\right)^m = (8i)^{\frac{m}{2}} = 8^{\frac{m}{2}} \cdot i^{\frac{m}{2}}$$

z là số thực khi và chỉ khi $\frac{m}{2} = 2k \Leftrightarrow m = 4k, k \in \mathbb{N}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 32. Cho số phức $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1;50]$ để z là số thuần ảo?

A. 25.

B. 26.

C. 24.

D. 50.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m = (2i)^m = 2^m \cdot i^m$$

z là số thuần ảo khi và chỉ khi $m = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 33. Cho số phức $z = x + iy, x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $z^3 = 2 - 2i$. Cặp số $(x; y)$ là

A. (1;1).

B. (2;2).

C. $(-2 + \sqrt{3}; -2 + \sqrt{3})$.

D. $(-2 - \sqrt{3}; -2 - \sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } (x + iy)^3 = 2 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 2 \\ 3x^2y - y^3 = -2 \end{cases} \Rightarrow x^3 - 3xy^2 = -(3x^2y - y^3)$$

$$\text{Đặt } y = tx \text{ suy ra } t = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow (x; y) = (1; 1)$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 34. Cho biểu thức $L = 1 + z^3 + z^6 + \dots + z^{2016}$ với $z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Biểu thức L có giá trị là

A. 1.

B. 673.

C. -1.

D. 2017.

Hướng dẫn giải

$$L = \frac{1 - (z^3)^{673}}{1 - z^3} = \frac{1 - (-1)^{673}}{1 - (-1)} = 1$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 35. Cho biểu thức $L = 1 - z + z^2 - z^3 + \dots + z^{2016} - z^{2017}$ với $z = \frac{1+2i}{2-i}$. Biểu thức L có giá trị là

A. $1 - i$.

B. $1 + i$.

C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

D. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } z = \frac{1+2i}{2-i} = i. \text{ Khi đó: } L = \frac{1 - (-z)^{2018}}{1 + z} = \frac{1 - z^{2018}}{1 + z} = \frac{1 - z^{2018}}{1 + z} = \frac{1 - i^{2018}}{1 + i} = 1 - i$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 36. Cho $z_1 = 1 + \sqrt{3}i; z_2 = \frac{7+i}{4-3i}; z_3 = (1-i)^{2016}$. Tìm dạng đại số của $w = z_1^{25} \cdot z_2^{10} \cdot z_3^{2016}$.

A. $-2^{1037}\sqrt{3} + 2^{1037}i$. B. $2^{1037} - 2^{1037}\sqrt{3}i$. C. $-2^{1021}\sqrt{3} + 2^{1021}i$. D. $2^{1021}\sqrt{3} - 2^{1021}i$.

Hướng dẫn giải

$$\left. \begin{aligned} z_1^{25} &= (1 + \sqrt{3}i)^{25} = 8^8 + 8^8\sqrt{3}i \\ z_2^{10} &= \left(\frac{7+i}{4-3i}\right)^{10} = (2i)^5 = 2^5i \\ z_3^{2016} &= (1-i)^{2016} = (-2i)^{1008} = 2^{1008} \end{aligned} \right\} \Rightarrow w = z_1^{25} \cdot z_2^{10} \cdot z_3^{2016} = -2^{1037}\sqrt{3} + 2^{1037}i.$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 37. Cho số phức $z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)}$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm $|z|_{\max}$

A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z = \frac{-m+i}{1-m(m-2i)} = \frac{m}{m^2+1} + \frac{i}{m^2+1} \Rightarrow |z| = \sqrt{\frac{1}{m^2+1}} \leq 1 \Rightarrow |z|_{\max} = 1 \Leftrightarrow m = 0$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn: $|z+i+1| = |\bar{z}-2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $|x+yi+i+1| = |x-yi-2i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y+2)^2$

$$\Leftrightarrow 2x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 + y$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(y+1)^2 + y^2} = \sqrt{2y^2 + 2y + 1} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow |z| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |z|_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{2}$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 39. Tính tổng $L = C_{2016}^0 - C_{2016}^2 + C_{2016}^4 - C_{2016}^6 + \dots - C_{2016}^{2014} + C_{2016}^{2016}$

A. 2^{1008} . B. -2^{1008} . C. 2^{2016} . D. -2^{2016} .

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } (1+i)^{2016} = C_{2016}^0 + C_{2016}^1 i + C_{2016}^2 i^2 + C_{2016}^3 i^3 + \dots + C_{2016}^{2015} i^{2015} + C_{2016}^{2016} i^{2016}$$

$$(1-i)^{2016} = C_{2016}^0 - C_{2016}^1 i + C_{2016}^2 i^2 - C_{2016}^3 i^3 + \dots - C_{2016}^{2015} i^{2015} + C_{2016}^{2016} i^{2016}$$

$$\Rightarrow (1+i)^{2016} + (1-i)^{2016} = 2(C_{2016}^0 - C_{2016}^2 + C_{2016}^4 + \dots - C_{2016}^{2014} + C_{2016}^{2016}) = 2L$$

$$\text{Mặt khác: } \left. \begin{array}{l} (1+i)^{2016} = (2i)^{1008} = 2^{1008} \\ (1-i)^{2016} = (-2i)^{1008} = 2^{1008} \end{array} \right\} \Rightarrow L = 2^{1008}$$

Vậy chọn đáp án A.