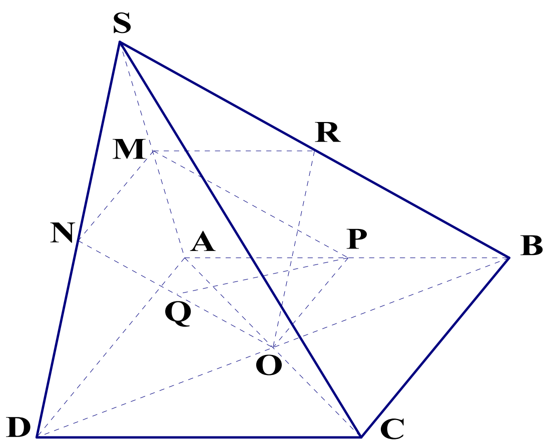


Hai đáp án A và D trái ngược nhau nên chắc chắn một trong 2 đáp án này sai. Do vậy ta cần kiểm

xem PQ có song song với mặt phẳng (SBC) hay không.

Chứng minh $mp(MON)//mp(SBC)$:

Xét tam giác SAC và SDB :

Ta có : $\begin{cases} OM // SC \\ ON // SB \end{cases} \Rightarrow (OMN)//(SBC)$

Chứng minh : $PQ//mp(SBC)$

Ta có : $\begin{cases} OP // AD \\ AD // MN \end{cases} \Rightarrow OP // MN \Rightarrow M, N, P, O$ đồng phẳng

$\Rightarrow PQ \subset (MNO)$

Mà $\begin{cases} PQ \subset (MNO) \\ (MNO) // (\text{SBC}) \end{cases} \Rightarrow \quad PQ // (SBC)$

Do vậy : $PQ // mp(SBC)$

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC. Trên đường thẳng CD

lấy điểm M sao cho KM không song song với BD. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định

sau "thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (HKM) "

A. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ với $mp(HKM)$ là một tam giác hoặc một tứ giác

B. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ với $mp(HKM)$ là một tam giác

C. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ với $mp(HKM)$ là một tứ giác

D. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ với $mp(HKM)$ là một hình thang

Hướng dẫn giải:

Xét 2 .trường hợp :

a. M ở giữa C và D

b. M ở ngoài đoạn CD

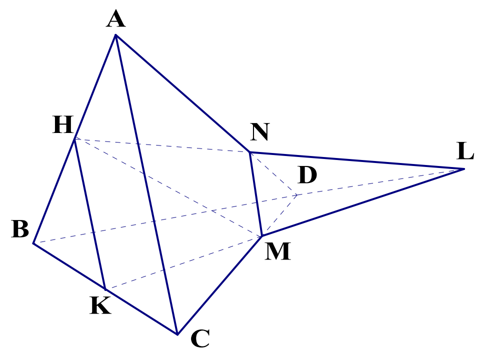
a. M ở giữa C và D:

Ta có : HK , KM là các đoạn giao tuyến của (HKM) với (ABC) và (BCD)

Trong (BCD), gọi $L = KM \cap BD$

Trong (ABD), gọi $N = AD \cap HL$

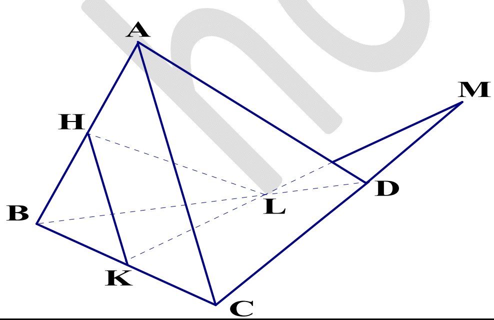
Vậy : thiết diện là tứ giác $HKMN$.



b. M ở ngoài đoạn CD:

Trong (BCD), gọi $L = KM \cap BD$

Vậy : thiết diện là tam giác HKL



Vậy ta chọn đáp án A.

Câu 8. Cho hai hình vuông có chung cạnh AB và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường

chéo AC và BF ta lấy các điểm M,N sao cho $AM = BN$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song

với AB cắt AD và AF lần lượt tại M',N'. Khẳng định nào sau đây **đúng**

A. MN song song với $mp(DEF)$

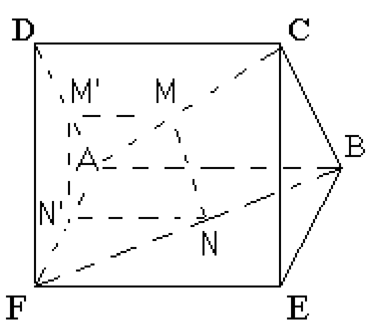
B. Tứ giác $MNM'N'$ là hình bình hành

C. AC,BF cắt nhau

D. MN cắt $mp(DEF)$

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases}(P)//AB\\(P)\cap(ABCD)=MM'\end{cases}\Rightarrow MM'//AB\Rightarrow MM'//\mathrm{EF}\,(1)$$



Tương tự $NN'//\mathrm{EF}\Rightarrow \mathrm{MM'//NN'}$. Từ đó ta vẽ được các điểm M',N' như hình vẽ và quan sát thấy

$MNN'M'$ mới là hình thang chưa thể là hình bình hành.

Dễ dàng quan sát thấy $M'N'//DF$ hoặc chứng minh được khẳng định đó như sau:

$MM'//CD \Rightarrow \dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AM}{AC}$; $NN'//AB \Rightarrow \dfrac{AN'}{AF} = \dfrac{BN}{BF}$

Mà $AC = BF$; $AM = BN \Rightarrow \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{BN}{BF}$

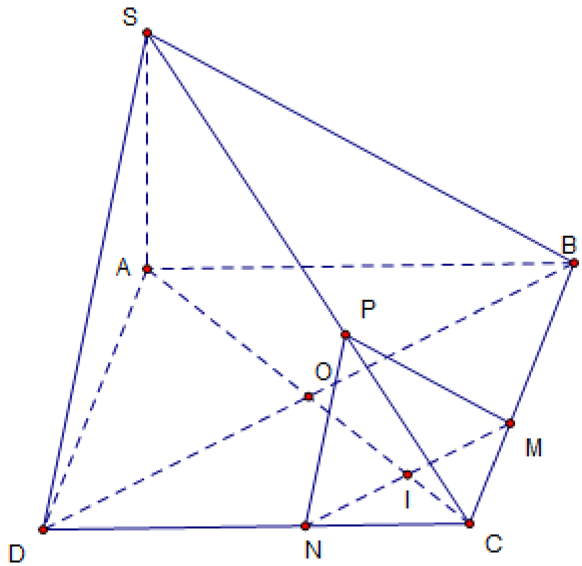
$\Rightarrow \dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N'//DF\,(2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow (MNN'M')//(\mathrm{DEF}) \Rightarrow MN//(\mathrm{DEF})$. Vậy chọn đáp án A.

Câu 9. Cho hình chóp $SABCD, ABCD$ là hình bình hành tâm O và có $AC = a; BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với SBD và đi qua I trên đoạn OC. Đặt $AI = x$ $\left(\dfrac{a}{2} < x < a\right)$.Khi đó diện tích thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) là:

A. $\dfrac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}$ B. $\dfrac{b^2(a+x)^2\sqrt{3}}{a^2}$ C. $\dfrac{b^2(a+x)^2}{a^2\sqrt{3}}$ D. $\dfrac{b^2(a-x)^2\sqrt{2}}{a^2}$

Hướng dẫn giải



+ $(\alpha)//(SBD)$ nên (α) cắt các mặt phẳng (ABCD), (SBC), (SCD) theo các giao tuyến $MN//BD, MP//SB, NP//SD$. Vậy thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) là tam giác đều MNP.

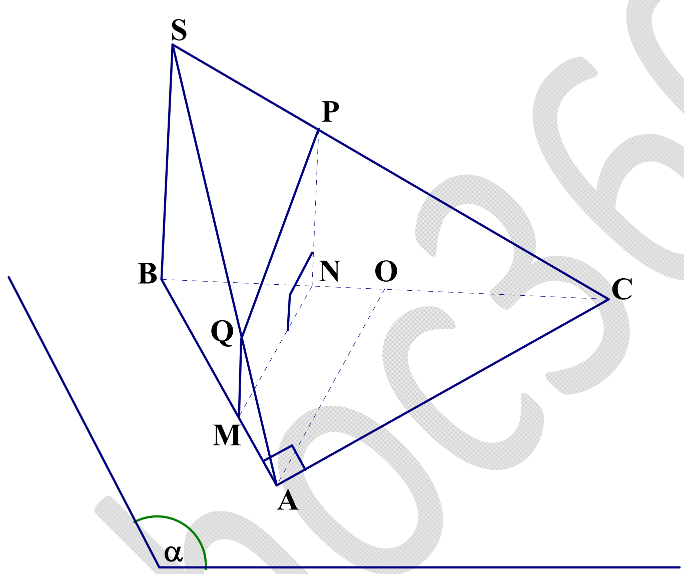
+ $S_{SBD} = \dfrac{BD^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4}$.

+ $\dfrac{S_{MNP}}{S_{SBD}} = \left(\dfrac{MN}{BD}\right)^2 = \left(\dfrac{CI}{CO}\right)^2 = \left(\dfrac{AC - AI}{CO}\right)^2 = \dfrac{(a-x)^2}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \left[\dfrac{2(a-x)^2}{a}\right]^2$

+ Mà $S_{SBD} = \dfrac{b^2\sqrt{3}}{4}$ nên $S_{SMN} = \dfrac{b^2(a-x)^2\sqrt{3}}{a^2}$.

Câu 10. Trong mặt phẳng (α) cho tam giác ABC vuông tại A , $\hat{B} = 60^0$, $AB = a$ .Gọi O là trung điểm của BC . Lấy điểm S ở ngoài mặt phẳng (α) sao cho $SB = a$ và $SB \perp OA$. Gọi M là một điểm trên cạnh AB , mặt phẳng (α) qua M song song với SB và OA , cắt BC, SC, SA lần lượt tại N, P, Q .Đặt $BM = x(0 < x < a)$ .Diện tích thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) lớn nhất khi:

A. $x = \dfrac{2a}{3}$ B. $x = \dfrac{3a}{2}$ C. $x = \dfrac{2}{3a}$ D. $x = \dfrac{3}{2a}$



+ *Chứng minh MNPQ là hình thang vuông* :

Ta có : $\begin{cases}(\alpha)//OA\\ OA\subset(ABC)\\ MN=(\alpha)\cap(ABC)\end{cases} \Rightarrow MN//OA \quad (1)$

$\begin{cases}(\alpha)//SB\\ SB\subset(SAB)\\ MQ=(\alpha)\cap(SAB)\end{cases} \Rightarrow MQ//SB \quad (2)$

$\begin{cases}(\alpha)//SB\\ SB\subset(SBC)\\ NP=(\alpha)\cap(SBC)\end{cases} \Rightarrow NP//SB \quad (3)$

Từ (2) và (3) ,suy ra $MQ//NP//SB$ (4)

$\Rightarrow$ $MNPQ$ là hình thang

Từ (1) và (4) , ta có : $\begin{cases}OA\perp SB\\ MN//OA\\ MQ//NP//SB\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}MN\perp MQ\\ MN\perp NP\end{cases}$

Vậy : $MNPQ$ là hình thang vuông , đường cao MN .

+ *Tính diện tích của hình thang theo a và x .*

Ta có : $S_{MNPQ}=\dfrac{1}{2}(MQ+NP).MN$

Tính MN **:**

Xét tam giác ABC.

Ta có : $\cos B = \dfrac{AB}{BC} \quad \Rightarrow \quad BC = \dfrac{AB}{\cos B}$

$\Rightarrow \quad BC = 2a \Rightarrow BO = a$

Do $\begin{cases} \hat{B} = 60^0 \\ BA = BO \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \Delta ABO$ đều

Có $MN // OA \quad \Rightarrow \dfrac{MN}{AO} = \dfrac{BM}{AB} = \dfrac{BN}{BO}$

$\Rightarrow \quad MN = MB = BN = x$

Tính MQ :

Xét tam giác SAB , ta có : $MQ // SB$

$\Rightarrow \dfrac{MQ}{SB} = \dfrac{AM}{AB} \quad \Rightarrow MQ = AM.\dfrac{SB}{AB} = (a-x).\dfrac{a}{a} = a - x$

Tính NP :

Xét tam giác SBC , ta có : $NP // SB$

$\Rightarrow \dfrac{NP}{SB} = \dfrac{CN}{CB} \quad \Rightarrow NP = CN.\dfrac{SB}{CB} = (2a-x).\dfrac{a}{2a} = \dfrac{2a-x}{2}$

Do đó : $S_{MNPQ} = \dfrac{x(4a-3x)}{4} = \dfrac{1}{12}.3x.(4a-3x)$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương $3x$ và $4a-3x$

$$3x\left(4a-3x\right) \le \left(\frac{3x+4a-3x}{2}\right)^2 = 4a^2$$

$\le$ 4a²

$$\Rightarrow S_{MNPQ} \le \frac{1}{12}.4a^2 = \frac{a^2}{3}$$

Đẳng thức xảy ra khi $3x = 4a - 3x \Leftrightarrow x = \dfrac{2a}{3}$

Vậy : $x = \dfrac{2a}{3}$ thì S_{MNPQ} đạt giá trị lớn nhất.