Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{8;\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right\}\Rightarrow x_1^3+x_2^3=\frac{2049}{4}$

Câu 73. Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{x+1}-3\right)$ là:

A. 1 . B. 2. C. 3. D. 0.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $2^{x+1}-3>0\Leftrightarrow x>\log_2 3-1$.

Ta có: $\log_2\left(4^x+4\right)=x-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{x+1}-3\right)\Leftrightarrow \log_2\frac{4^x+4}{2^{x+1}-3}=x\Leftrightarrow\frac{4^x+4}{2^{x+1}-3}=2^x\quad(1)$

Đặt $t=2^x, t>0$. Ta có $(1)\Rightarrow t^2+4=2t^2-3t\Leftrightarrow t^2-3t-4=0\Rightarrow t=4$.

$\Leftrightarrow 2^x=2^2\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=2$.

Câu 74. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(2x-1\right)\right)>0$ là:

A. $S=\left(1;\frac{3}{2}\right)$. B. $S=\left(0;\frac{3}{2}\right)$. C. $S=(0;1)$. D. $S=\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases}2x-1>0\\ \log_2(2x-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(2x-1\right)\right)>0\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\left(2x-1\right)\right)>\log_{\frac{1}{2}}1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2(2x-1)<1\\ \log_2(2x-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<2x-1<2\\ 2x-1>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<\frac{3}{2}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 75. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_2\left(2x+1\right)$ là:

A. $S=\left(-\frac{1}{2};0\right)$. B. $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)$. C. $S=\left(-\frac{1}{2};1\right)$. D. $S=\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases}2x^2+3x+1>0\\ 2x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-1\vee x>-\frac{1}{2}\\ x>-\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_2\left(2x+1\right)\Leftrightarrow\log_4\left(2x^2+3x+1\right)>\log_4\left(2x+1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2+3x+1>4x^2+4x+1\Leftrightarrow 2x^2+x<0\Leftrightarrow-\frac{1}{2}<x<0$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 76. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_x(125x).\log_{25}x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$ là:

A. $S = \left(1;\sqrt{5}\right)$. B. $S = \left(-1;\sqrt{5}\right)$. C. $S = \left(-\sqrt{5};1\right)$. D. $S = \left(-\sqrt{5};-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0 < x \neq 1 \quad (*)$.

Ta có: $\log_x(125x).\log_{25}x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow \left(\log_x 5^3 + \log_x x\right).\log_{5^2}x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x$

$\Leftrightarrow (3\log_x 5 + 1).\left(\frac{1}{2}\log_5 x\right) > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\log_5 x > \frac{3}{2} + \log_5^2 x \Leftrightarrow 2\log_5^2 x - \log_5 x < 0$

$\Leftrightarrow 0 < \log_5 x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 5^0 < x < 5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 1 < x < \sqrt{5}.$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(1;\sqrt{5}\right)$.

Câu 77. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16} x = \frac{81}{24}$ là :

A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0.$

Ta có: $\log_2 x.\log_4 x.\log_8 x.\log_{16} x = \frac{81}{24} \Leftrightarrow \left(\log_2 x\right)\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)\left(\frac{1}{3}\log_2 x\right)\left(\frac{1}{4}\log_2 x\right) = \frac{81}{24}$

$\Leftrightarrow \log_2^4 = 81 \Leftrightarrow \log_2 x = \pm 3 \Leftrightarrow x = 8$ hoặc $x = \frac{1}{8}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{1}{8};8\right\} \Rightarrow x_1.x_2 = 1$.

Câu 78. Phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1| = 2$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x \neq -1$

Ta có: $\log_{\sqrt{3}}|x+1| = 2 \Leftrightarrow |x+1| = 3 \Leftrightarrow x+1 = \pm 3 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = -4$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-4;2\}$.

Câu 79. Biết phương trình $4^{\log_9 x} - 6.2^{\log_9 x} + 2^{\log_3 27} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng :

A. 6642. B. $\frac{82}{6561}$. C. 20. D. 90.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0.$

Ta có phương trình tương đương $2^{2\log_9 x} - 6.2^{\log_9 x} + 2^3 = 0. \quad (1)$

Đặt $t=2^{\log_9 x}, t>0$. $(1)\Rightarrow t^2-6t+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=4 \end{array}\right.$

- Với $t=2 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x}=2 \Leftrightarrow \log_9 x=1 \Leftrightarrow x=9$.
- Với $t=4 \Leftrightarrow 2^{\log_9 x}=2^2 \Leftrightarrow \log_9 x=2 \Leftrightarrow x=81$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{9;81\} \Rightarrow x_1^2+x_2^2=6642$.

Câu 80. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x}-10x^{\log_2 \frac{1}{x}}+3>0$ là:

A. $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.
B. $S=(-2;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.
C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};2\right)$.
D. $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x>0$ $(*)$. Đặt $u=\log_2 x \Rightarrow x=2^u$.

Bất phương trình đã cho trở thành $2^{u^2}-10\left(2^u\right)^{-u}+3>0 \Leftrightarrow 2^{u^2}-\frac{10}{2^{u^2}}+3>0$ (1)

Đặt $t=2^{u^2}$, $t\ge 1$. $(1)\Rightarrow t^2+3t-10>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t<-5 \ \text{(l)} \\ t>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2^{u^2}>2 \Leftrightarrow u^2>1 \Leftrightarrow u>1$ hoặc $u<-1$

- Với $u>1 \Rightarrow \log_2 x>1 \Rightarrow x>2$
- Với $u<-1 \Rightarrow \log_2 x<-1 \Rightarrow x<\frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x>2$ hoặc $0<x<\frac{1}{2}$.

Câu 81. Tập nghiệm của phương trình $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2}$ là:

A. $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$.
B. $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.
C. $S=\left\{\frac{4}{9}\right\}$.
D. $S=\{-2\}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $0<x\neq 1$

Ta có: $4^{\log_2 2x}-x^{\log_2 6}=2.3^{\log_2 4x^2} \Leftrightarrow 4^{1+\log_2 x}-6^{\log_2 x}=2.3^{2+2\log_2 x} \Leftrightarrow 4.4^{\log_2 x}-6^{\log_2 x}=19.9^{\log_2 x}$ (1)

Chia 2 vế cho $4^{\log_2 x}$.

$(1)\Leftrightarrow 18.\left(\frac{9}{4}\right)^{\log_2 x}+\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}-4=0$. Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}>0$. $PT \Rightarrow 18t^2+t-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{4}{9} \\ t=-\frac{1}{2} \ \text{(l)} \end{array}\right.$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 x}=\left(\frac{4}{9}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow \log_2 x=-2 \Leftrightarrow x=2^{-2}=\frac{1}{4}$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{1}{4}\right\}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m$ có nghiệm?

A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện $x > 2; m > 0$

$$\log_3 x - \log_3(x-2) = \log_{\sqrt{3}} m \Leftrightarrow x = (x-2)m^2 \Leftrightarrow x = \frac{2m^2}{m^2-1}$$

Phương trình có nghiệm $x > 2$ khi $m > 1$,chọn đáp án A

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thay $m = 0$(thuộc C, D) vào biểu thức $\log_{\sqrt{3}} m$ không xác định, vậy loại C, D,

Thay $m = 1$ (thuộc B) ta được phương trình tương đương $x = x - 2$ vô nghiệm

Vậy chọn đáp án A.

Câu 2. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2+4x+m) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.?

A. $m \geq 7$. B. $m > 7$. C. $m < 4$. D. $4 < m \leq 7$.

Hướng dẫn giải

$$\log_3(x^2+4x+m) \geq 1\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2+4x+m-3 \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 7$$

Vậy chọn A.

Câu 3. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(mx-x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4$ vô nghiệm?

A. $-4 < m < 4$. B. $\left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < -4 \end{array}\right.$. C. $m < 4$. D. $-4 \leq m \leq 4$.

Hướng dẫn giải

$$\log_{\frac{1}{5}}(mx-x^2) \leq \log_{\frac{1}{5}} 4 \Leftrightarrow mx - x^2 \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - mx + 4 \leq 0$$

$x^2 - mx + 4 \leq 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow x^2 - mx + 4 > 0\ \forall x \in R \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$

Vậy chọn A.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(mx-x^2) = 2$ vô nghiệm?

A. $-4 < m < 4$. B. $m < 4$. C. $\left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < -4 \end{array}\right.$. D. $m > -4$.

Hướng dẫn giải

$$\log_2(mx-x^2) = 2 \Leftrightarrow -x^2 + mx - 4 = 0 (*)$$

Phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$

Vậy chọn A.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_4^2 x + 3\log_4 x + 2m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m < \frac{13}{8}$. B. $m > \frac{13}{8}$. C. $m \le \frac{13}{8}$. D. $0 < m < \frac{13}{8}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 13 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{8}$

Vậy chọn A.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1).\log_2(2.5^x - 2) \ge m$ có nghiệm $x \ge 1$?

A. $m \le 6$. B. $m > 6$. C. $m \ge 6$. D. $m < 6$.

Hướng dẫn giải

BPT $\Leftrightarrow \log_2(5^x - 1).\log_2(2.5^x - 2) \le \mathrm{m} \Leftrightarrow \log_2(5^x - 1).\left[1 + \log_2(5^x - 1)\right] \le \mathrm{m}$

Đặt $t = \log_6\left(x + \sqrt{x^2 - 1}\right)$ do $x \ge 1 \Rightarrow t \in \left[2; +\infty\right)$

BPT $\Leftrightarrow t(1+t) \ge m \Leftrightarrow t^2 + t \ge m \Leftrightarrow f(t) \ge m$

Với $f(t) = t^2 + t$

$f'(t) = 2t + 1 > 0$ với $t \in \left[2; +\infty\right)$ nên hàm đồng biến trên $t \in \left[2; +\infty\right)$

Nên $Minf(t) = f(2) = 6$

Do đó để để bất phương trình $\log_2(5^x - 1).\log_2(2.5^x - 2) \ge \mathrm{m}$ có nghiệm $x \ge 1$ thì :

$m \le Minf(t) \Leftrightarrow m \le 6$

chọn đáp án A.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + 2\log_3 x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. $m \le 2$. B. $m < 2$. C. $m \ge 2$. D. $m > 2$.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $x > 0$

PT có nghiệm khi $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow 1 - (m-1) \ge 0 \Leftrightarrow 2 - m \ge 0 \Leftrightarrow m \le 2$, chọn đáp án A

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \le m$ có nghiệm $x \ge 1$?

A. $m \ge 2$. B. $m > 2$. C. $m \le 2$. D. $m < 2$.

Hướng dẫn giải

[Phương pháp tự luận]

$x \ge 1 \Leftrightarrow 5^x - 1 \ge 4 \Leftrightarrow \log_2\left(5^x - 1\right) \ge 2 \Leftrightarrow m \ge 2$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$?

A. $m \in [0;2]$. B. $m \in (0;2)$. C. $m \in (0;2]$. D. $m \in [0;2)$.

Hướng dẫn giải

Với $x \in \left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$ hay $1 \le x \le 3^{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{\log_3^2 1 + 1} \le \sqrt{\log_3^2 x + 1} \le \sqrt{\log_3^2 3^{\sqrt{3}} + 1}$ hay $1 \le t \le 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: "Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1;2]$". Ta có $PT \Leftrightarrow 2m = t^2 + t + 2$.

Xét hàm số

$f(t) = t^2 + t - 2,\ \forall t \in [1;2],\ f'(t) = 2t + 1 > 0,\ \forall t \in [1;2]$

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1;2]$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $0 \le 2m \le 4 \Leftrightarrow 0 \le m \le 2$.

Vậy $0 \le m \le 2$ là các giá trị cần tìm.

t	1		2
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	0	$\nearrow$	4

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2\left(5^x - 1\right).\log_4\left(2.5^x - 2\right) = m$ có nghiệm $x \ge 1$.?

A. $m \in [3; +\infty)$. B. $m \in [2; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 2]$. D. $m \in (-\infty; 3]$.

Hướng dẫn giải

Với $x \ge 1 \Rightarrow 5^x \ge 5 \Rightarrow \log_2\left(5^x - 1\right) \ge \log_2\left(5 - 1\right) = 2$ hay $t \ge 2$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: "Tìm m để phương trình có nghiệm $t \ge 2$".

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t,\ \forall t \ge 2,\ f'(t) = 2t + 1 > 0,\ \forall t \ge 2$

Suy ra hàm số đồng biến với $t \ge 2$.

Khi đó phương trình có nghiệm khi $2m \ge 6 \Leftrightarrow m \ge 3$.

Vậy $m \ge 3$ là các giá trị cần tìm.

t	2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2 = 27$.?

A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$. Khi đó phương trình có dạng: $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(3m-1) = m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 4-2\sqrt{2} \\ m > 4+2\sqrt{2} \end{array}\right. \quad (*)$$

Với điều kiện $(*)$ ta có: $t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3(x_1.x_2) = \log_3 27 = 3$.

Theo Vi-ét ta có: $t_1 + t_2 = m+2 \Rightarrow m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} = m(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm thuộc $[32;+\infty)$?

A. $m \in (1;\sqrt{3}]$. B. $m \in [1;\sqrt{3})$. C. $m \in [-1;\sqrt{3})$. D. $m \in (-\sqrt{3};1]$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > 0$. Khi đó phương trình tương đương: $\sqrt{\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3} = m(\log_2 x - 3)$.

Đặt $t = \log_2 x$ với $x \geq 32 \Rightarrow \log_2 x \geq \log_2 32 = 5$ hay $t \geq 5$.

Phương trình có dạng $\sqrt{t^2 - 2t - 3} = m(t-3) \quad (*)$.

Khi đó bài toán được phát biểu lại là: "Tìm m để phương trình (*) có nghiệm $t \geq 5$"

Với $t \geq 5$ thì $(*) \Leftrightarrow \sqrt{(t-3).(t+1)} = m(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{t-3}.\left(\sqrt{t+1} - m\sqrt{t-3}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t+1} - m\sqrt{t-3} = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{\frac{t+1}{t-3}}$$

Ta có $\frac{t+1}{t-3} = 1 + \frac{4}{t-3}$. Với $t \geq 5 \Rightarrow 1 < 1 + \frac{4}{t-3} \leq 1 + \frac{4}{5-3} = 3$ hay $1 < \frac{t+1}{t-3} \leq 3 \Rightarrow 1 < \sqrt{\frac{t+1}{t-3}} \leq \sqrt{3}$

suy ra $1 < m \leq \sqrt{3}$. Vậy phương trình có nghiệm với $1 < m \leq \sqrt{3}$.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2+1) > \log_5(x^2+4x+m) - 1 \quad (1)$.

A. $m \in [-12;13]$. B. $m \in [12;13]$. C. $m \in [-13;12]$. D. $m \in [-13;-12]$.

Hướng dẫn giải

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 > \dfrac{x^2+4x+m}{5} \\ x^2 + 4x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -x^2 - 4x = f(x) \\ m < 4x^2 - 4x + 5 = g(x) \end{cases}$$

Hệ trên thỏa mãn $\forall x \in (2;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \underset{2<x<3}{Max}\, f(x) = -12 & \text{khi } x = 2 \\ m \leq \underset{2<x<3}{Min}\, f(x) = 13 & \text{khi } x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow -12 \leq m \leq 13.$

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(7x^2+7) \geq \log_2(mx^2+4x+m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in (2;5]$. B. $m \in (-2;5]$. C. $m \in [2;5)$. D. $m \in [-2;5)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7x^2+7\ge mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(7-m)x^2-4x+7-m\ge 0 & (2)\\ mx^2+4x+m>0 & (3)\end{cases},\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

- $m=7$: (2) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$
- $m=0$: (3) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

(1) thỏa $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}7-m>0\\ \Delta_2'=4-(7-m)^2\le 0\\ m>0\\ \Delta_3'=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<7\\ m\le 5\\ m>0\\ m>2\end{cases}\Leftrightarrow 2<m\le 5.$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1+\log_5(x^2+1)\ge\log_5(mx^2+4x+m)$ có nghiệm đúng $\forall x$.

A. $m\in(2;3]$. B. $m\in(-2;3]$. C. $m\in[2;3)$. D. $m\in[-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Bất phương trình tương đương $7(x^2+1)\ge mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(5-m)x^2-4x+5-m\ge 0 & (2)\\ mx^2+4x+m>0 & (3)\end{cases}(*),\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

- $m=0$ hoặc $m=5$: (*) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$
- $m\ne 0$ và $m\ne 5$: (*) $\Leftrightarrow\begin{cases}5-m>0\\ \Delta_2'=4-(5-m)^2\le 0\\ m>0\\ \Delta_3'=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow 2<m\le 3.$

---HẾT---