Vậy phương trình của Δ là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-1}{23}=\frac{y+1}{14}=\frac{z}{-1}$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với $(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{7}$

B. $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{7}$

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-2}{7}$

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{-7}$

Hướng dẫn giải

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=(1;-2;2)$

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(a;b;c)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;-1)$

Vì $d//(P)$ nên $\overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow \overrightarrow{a_d}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 2a-b-c=0\Leftrightarrow c=2a-b$

$$\cos(\Delta,d)=\frac{|5a-4b|}{3\sqrt{5a^2-4ab+2b^2}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(5a-4b)^2}{5a^2-4ab+2b^2}}$$

Đặt $t=\frac{a}{b}$, ta có: $\cos(\Delta,d)=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{(5t-4)^2}{5t^2-4t+2}}$

Xét hàm số $f(t)=\frac{(5t-4)^2}{5t^2-4t+2}$, ta suy ra được: $\max f(t)=f\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

Do đó: $\max\left[\cos(\Delta,d)\right]=\sqrt{\frac{5\sqrt{3}}{27}}\Leftrightarrow t=-\frac{1}{5}\Rightarrow \frac{a}{b}=-\frac{1}{5}$

Chọn $a=1\Rightarrow b=-5, c=7$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{7}$

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua $A(-1;0;-1)$, cắt $\Delta_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$, sao cho góc giữa d và $\Delta_2: \frac{x-3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{2}$ là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$

B. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-2}$

C. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{-2}$

D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$

Hướng dẫn giải

Gọi $M = d \cap \Delta_1 \Rightarrow M\left(1+2t;2+t;-2-t\right)$

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{AM} = \left(2t+2;t+2;-1-t\right)$

Δ_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_2} = \left(-1;2;2\right)$

$\cos\left(d;\Delta_2\right) = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{t^2}{6t^2+14t+9}}$

Xét hàm số $f\left(t\right) = \frac{t^2}{6t^2+14t+9}$, ta suy ra được $\min f\left(t\right) = f\left(0\right) = 0 \Leftrightarrow t = 0$

Do đó $\min\left[\cos\left(\Delta,d\right)\right] = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = \left(2;2-1\right)$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua $A\left(3;-1;1\right)$, nằm trong mặt phẳng $\left(P\right): x-y+z-5=0$, đồng thời tạo với $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ một góc 45^0. Phương trình đường thẳng d là

A. Cả B và C

B. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -1-t \\ z = 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3+7t \\ y = -1-8t \\ z = 1-15t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3+7t \\ y = -1-8t \\ z = -1-15t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta} = \left(1;2;2\right)$

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d} = \left(a;b;c\right)$

$\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = \left(1;-1;1\right)$

$d \subset \left(P\right) \Rightarrow \overrightarrow{a_d} \perp \overrightarrow{n_P} \Leftrightarrow b = a+c;\ (1)$

$\left(\Delta,d\right) = 45^0 \Leftrightarrow \cos\left(\Delta,d\right) = \cos 45^0$

$\Leftrightarrow \frac{\left|a+2b+2c\right|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow 2\left(a+2b+2c\right)^2 = 9\left(a^2+b^2+c^2\right);\ (2)$

Từ (1) và (2), ta có: $14c^2+30ac = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 0 \\ 15a+7c = 0 \end{array}\right.$

Với $c=0$, chọn $a=b=1$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$

Với $15a+7c=0$, chọn $a=7 \Rightarrow c=-15; b=-8$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=t \\ y=4-t \\ z=-1+2t \end{cases}$ $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z}{-3}$ và

$d_2:\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt d_1,d_2,d_3 lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $AB=BC$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$ B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ D. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$

Hướng dẫn giải

Gọi $A\in d_1, B\in d_2, C\in d_3$

Ta có: $A(a;4-a;-1+2a), B(b;2-3b;-3b), C(-1+5c;1+2c;-1+c)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow A,B,C$ thẳng hàng và $AB=BC$

$\Leftrightarrow B$ là trung điểm AC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-1+5c=2b \\ 4-a+1+2c=2(2-3b) \\ -1+2a-a+c=2(-3b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$$

Suy ra $A(1;3;1), B(0;2;0,), C(-1;1;-1)$

Δ đi qua điểm $B(0;2;0,)$ và có vectơ chỉ phương là $\overline{CB}=(1;1;1)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$,

$d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A,B sao cho $AB=\sqrt{29}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. Cả B và D B. $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = 2t \\ z = 1+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = -2t \\ z = 1+3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2+4t \\ z = -1+3t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

$A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a;-1+a;a)$
$B \in d_2 \Rightarrow B(1+b;2+2b;b)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (b-2a;3+2b-a;b-a)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1;1;-2)$

Vì $\Delta // (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{n_P} \Leftrightarrow b = a-3$.Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-a-3;a-3;-3)$

Theo đề bài: $AB = \sqrt{29} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=-1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(3;0;1), \overrightarrow{AB} = (-4;-2;-3) \\ A(-1;-2;-1), \overrightarrow{AB} = (-2;-4;-3) \end{array}\right.$

Vậy phương trình đưởng thẳng Δ là $\begin{cases} x = 3+4t \\ y = 2t \\ z = 1+3t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2+4t \\ z = -1+3t \end{cases}$

Câu 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$ và $d_2 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P): x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là.

A. $\begin{cases} x = 6-t \\ y = \dfrac{5}{2} \\ z = -\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 12-t \\ y = 5 \\ z = -9+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 6 \\ y = \dfrac{5}{2}-t \\ z = -\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 6-2t \\ y = \dfrac{5}{2}+t \\ z = -\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

$A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a;a;-2-a)$
$B \in d_2 \Rightarrow B(1+b;-2+3b;2-2b)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (b-2a;3b-a-2;-2b+a+4)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1;1;1)$

Vì $\Delta // (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{n_P} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P} = 0 \Leftrightarrow b = a - 1$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (-a-1; 2a-5; 6-a)$

$$AB = \sqrt{(-a-1)^2 + (2a-5)^2 + (6-a)^2}$$
$$= \sqrt{6a^2 - 30a + 62}$$
$$= \sqrt{6\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}} \geq \frac{7\sqrt{2}}{2}; \forall a \in \mathbb{R}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = \frac{5}{2} \Rightarrow A\left(6; \frac{5}{2}; -\frac{9}{2}\right)$, $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{7}{2}; 0; \frac{7}{2}\right)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(6; \frac{5}{2}; -\frac{9}{2}\right)$ và vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (-1; 0; 1)$

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \frac{5}{2} \\ z = -\frac{9}{2} + t \end{cases}$