

Câu 54. Trên tập số phức, cho phương trình sau: $(z+i)^4 + 4z^2 = 0$. Có bao nhiêu nhận xét đúng trong số các nhận xét sau?

1. Phương trình vô nghiệm trên trường số thực \mathbb{R} .
2. Phương trình vô nghiệm trên trường số phức \mathbb{C} .
3. Phương trình không có nghiệm thuộc tập số thực.
4. Phương trình có bốn nghiệm thuộc tập số phức.
5. Phương trình chỉ có hai nghiệm là số phức.
6. Phương trình có hai nghiệm là số thực

A. 2 **B. 1** **C. 3** **D. 0**

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} (z+i)^4 + 4z^2 = 0 &\Leftrightarrow (z+i)^4 = -4z^2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (z+i)^2 = 2iz \\ (z+i)^2 = -2iz \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} z^2 - 1 = 0 \\ z^2 + 4iz - 1 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 1 \\ (z+2i)^2 + 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 1 \\ z = (-2 \pm \sqrt{3})i \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó phương trình có 2 nghiệm thực và 4 nghiệm phức. Vậy nhận xét 4, 6 đúng.

Ta chọn đáp án A.

Câu 55. Phương trình $z^6 - 9z^3 + 8 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên tập số phức?

A. 6 **B. 4** **C. 2** **D. 3**

Hướng dẫn giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} z^6 - 9z^3 + 8 = 0 &\Leftrightarrow (z-1)(z-2)(z^2+z+1)(z^2+2z+4) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = 2 \\ z = \pm\sqrt[3]{-1} \\ -1 \pm i\sqrt{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 56. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ và A, B là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I(1;0)$ **B. $I(-1;0)$** **C. $I(0;1)$** **D. $I(1;1)$**

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm 2i$$

$$\Rightarrow A(1;2); B(1;-2)$$

Do đó tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là $I(1;0)$.

Ta chọn đáp án A.

Câu 57. Cho phương trình $z^2 + mz - 6i = 0$. Để phương trình có tổng bình phương hai nghiệm bằng 5 thì m có dạng $m = \pm(a + bi)$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Giá trị $a + 2b$ là:

- A.** -1 **B.** 1 **C.** -2 **D.** 0

Hướng dẫn giải:

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho

Theo Viet, ta có:
$$\begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -m \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = -6i \end{cases}$$

Theo bài cho, tổng bình phương hai nghiệm bằng 5. Ta có:

$$z_1^2 + z_2^2 = S^2 - 2P = m^2 + 12i = 5 \Leftrightarrow m^2 = 5 - 12i \Leftrightarrow m^2 = (3 - 2i)^2$$

$$\Rightarrow m = \pm(3 - 2i)$$

$$\Rightarrow a = 3; b = -2 \Rightarrow a + 2b = 3 - 4 = -1$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 58. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Giá trị của

$P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$ là:

- A.** $\frac{17}{9}$ **B.** $\frac{17}{8}$ **C.** $\frac{9}{17}$ **D.** $\frac{17i}{9}$

Hướng dẫn giải:

Với mọi $z \neq \frac{i}{2}$, ta có:

$$\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z-1}{2z-i} = \pm 1 \\ \frac{z-1}{2z-i} = \pm i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1+i \\ z = \frac{1+i}{3} \\ z = \frac{2+4i}{5} \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1) = [(-1+i)^2 + 1] \left[\frac{(1+i)^2}{9} + 1 \right] \left[\frac{(2+4i)^2}{25} + 1 \right]$$

$$= (1-2i) \frac{9+2i}{9} \cdot \frac{13+16i}{25} = \frac{425}{9 \cdot 25} = \frac{17}{9}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 59. Trong tập số phức, giá trị của m để phương trình bậc hai $z^2 + mz + i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $-4i$ là:

- A.** $\pm(1-i)$ **B.** $(1-i)$ **C.** $\pm(1+i)$ **D.** $-1-i$

Hướng dẫn giải:

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình.

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -m \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = i \end{cases} \Rightarrow z_1^2 + z_2^2 = S^2 - 2P = m^2 - 2i$$

$$\text{Ta có: } m^2 - 2i = -4i \Leftrightarrow m^2 = -2i \Leftrightarrow m^2 = (1-i)^2 \Leftrightarrow m = \pm(1-i)$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 60. Cho phương trình $z^2 - mz + 2m - 1 = 0$ trong đó m là tham số phức. Giá trị của m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = -10$ là:

- A.** $m = 2 \pm 2\sqrt{2}i$ **B.** $m = 2 + 2\sqrt{2}i$ **C.** $m = 2 - 2\sqrt{2}i$ **D.** $m = -2 - 2\sqrt{2}i$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = m \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = 2m - 1 \end{cases}$$

$$z_1^2 + z_2^2 = -10 \Leftrightarrow S^2 - 2P = -10 \Leftrightarrow m^2 - 2(2m - 1) = -10 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}i$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 61. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 8 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Giá trị của số phức $w = (2z_1 + z_2)\overline{z_1}$ là:

- A.** 8 **B.** 10 **C.** $12 + 6i$ **D.** $12 - 6i$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 + 2z + 8 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 + 7 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm \sqrt{7}i \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + \sqrt{7}i \\ z_2 = -1 - \sqrt{7}i \end{cases}$$

$$w = (2z_1 + z_2)\overline{z_1} = [2(-1 + \sqrt{7}i) + (-1 - \sqrt{7}i)](-1 - \sqrt{7}i) = (-1 + \sqrt{7}i)(-1 - \sqrt{7}i) = 1 + 7 = 8$$

Câu 62. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $z^4 - 1 = 0$ trên tập số phức là bao nhiêu?

- A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải:

$$z^4 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 1 \\ z = \pm i \end{cases}$$

Do đó tổng bình phương các nghiệm của phương trình là $1 - 1 = 0$

Ta chọn đáp án A.

Câu 63. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 6 = 0$. Trong đó z_1 có phần ảo âm. Giá trị biểu thức $M = |z_1| + |3z_1 - z_2|$ là:

- A. $\sqrt{6} + 2\sqrt{21}$ B. $\sqrt{6} - 2\sqrt{21}$ C. $\sqrt{6} + 4\sqrt{21}$ D. $\sqrt{6} - 4\sqrt{21}$

Hướng dẫn giải:

$$z^2 - 2z + 6 = 0 \Leftrightarrow (z - 1)^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{5}i$$

$$\Rightarrow z_1 = 1 - \sqrt{5}i; z_2 = 1 + \sqrt{5}i$$

$$\Rightarrow M = |z_1| + |3z_1 - z_2| = |1 - \sqrt{5}i| + |2 - 4\sqrt{5}i| = \sqrt{6} + \sqrt{84} = \sqrt{6} + 2\sqrt{21}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 64. Phương trình $x^4 + 2x^2 - 24x + 72 = 0$ trên tập số phức có các nghiệm là:

- A. $2 \pm i\sqrt{2}$ hoặc $-2 \pm 2i\sqrt{2}$ B. $2 \pm i\sqrt{2}$ hoặc $1 \pm 2i\sqrt{2}$
C. $1 \pm 2i\sqrt{2}$ hoặc $-2 \pm 2i\sqrt{2}$ D. $-1 \pm 2i\sqrt{2}$ hoặc $-2 \pm 2i\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

$$x^4 + 2x^2 - 24x + 72 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + 6)(x^2 + 4x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 6 = 0 \\ x^2 + 4x + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2)^2 + 2 = 0 \\ (x + 2)^2 + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \pm \sqrt{2}i \\ x = -2 \pm 2\sqrt{2}i \end{cases}$$

Ta chọn đáp án A.

Câu 65. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + 7 = 0$. Khi đó $A = z_1^4 + z_2^4$ có giá trị là:

- A. 23 B. $\sqrt{23}$ C. 13 D. $\sqrt{13}$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} S = z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -\sqrt{3} \\ P = z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = 7 \end{cases}$$

$$A = z_1^4 + z_2^4 = (S^2 - 2P)^2 - 2P^2 = (3 - 2 \cdot 7)^2 - 2 \cdot 49 = 23$$

Ta chọn đáp án A.