+ Nếu $m>2$ thì phương trình $(1')$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow pt(1)$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 26 chọn đáp án A

Câu 44. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+4}=2^{2(x^2+1)}+\sqrt{2^{2(x^2+2)}-2^{x^2+3}+1}$. Khi đó, tổng hai nghiệm bằng

A. 0 B. 2 C. -2 D. 1

Hướng dẫn giải

$$2^{x^2+4}=2^{2(x^2+1)}+\sqrt{2^{2(x^2+2)}-2^{x^2+3}+1} \Leftrightarrow 8.2^{x^2+1}=2^{2(x^2+1)}+\sqrt{4.2^{2(x^2+1)}-4.2^{x^2+1}+1}$$

Đặt $t=2^{x^2+1}\ (t\ge 2)$, phương trình trên tương đương với

$8t=t^2+\sqrt{4t^2-4t+1} \Leftrightarrow t^2-6t-1=0 \Leftrightarrow t=3+\sqrt{10}$ (vì $t\ge 2$). Từ đó suy ra

$$2^{x^2+1}=3+\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{\log_2\dfrac{3+\sqrt{10}}{2}} \\ x_2=-\sqrt{\log_2\dfrac{3+\sqrt{10}}{2}} \end{array}\right.$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng 0.

Câu 45. Để phương trình $(m+1)16^x-2(2m-3)4^x+6m+5=0$ có hai nghiệm trái dấu thì m phải thỏa mãn điều kiện:

A. $-4<m<-1$. B. Không tồn tại m. C. $-1<m<\frac{3}{2}$. D. $-1<m<-\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $4^x=t>0$. Phương trình đã cho trở thành:

$$\underbrace{(m+1)t^2-2(2m-3)t+6m+5}_{f(t)}=0.\quad (*)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm $t_1,\ t_2$ thỏa mãn $0<t_1<1<t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1\ne 0 \\ (m+1)f(1)<0 \\ (m+1)(6m+5)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1\ne 0 \\ (m+1)(3m+12)<0 \\ (m+1)(6m+5)>0 \end{cases} \Leftrightarrow -4<m<-1.$$

Câu 46. Cho bất phương trình: $\dfrac{1}{3^x-1} > \dfrac{1}{1-3^{x-1}}$. Nghiệm của bất phương trình thuộc tập nào sau đây:

A. $S=(-1;0]\cup(1;+\infty)$

B. $S=(-1;0]\cap(1;+\infty)$

C. $S=(-\infty;0]$

D. $S=(-\infty;0)$

Hướng dẫn giải

$$\frac{1}{5^{x+1}-1} \ge \frac{1}{5-5^x} \Leftrightarrow \frac{6-6.5^x}{\left(5^{x+1}-1\right)\left(5-5^x\right)} \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{1}{5} < 5^x \le 1\\ 5^x > 5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1 < x \le 0\\ x > 1\end{array}\right.$$

Vậy $S=(-1;0]\cup(1;+\infty)$

Câu 47. Bất phương trình $25^{-x^2+2x+1}+9^{-x^2+2x+1} \ge 34.15^{-x^2+2x}$ có tập nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}0 \le x \le 2\\ x \le 1-\sqrt{3}\\ x \ge 1+\sqrt{3}\end{array}\right.$

B. $x<0$

C. $x>2$

D. $1-\sqrt{3}<x<0$

Hướng dẫn giải

$$25^{-x^2+2x+1}+9^{-x^2+2x+1} \ge 34.15^{-x^2+2x} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^{2\left(-x^2+2x+1\right)}+1 \ge \frac{34}{15}.\left(\frac{5}{3}\right)^{\left(-x^2+2x+1\right)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0 \le x \le 2\\ x \le 1-\sqrt{3}\\ x \ge 1+\sqrt{3}\end{array}\right.$$

Câu 48. Phương trình $4^x - m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thoả mãn $x_1+x_2=3$ khi:

A. $m=4$.

B. $m=2$.

C. $m=1$.

D. $m=3$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $4^x - m.2^{x+1}+2m=0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2-2m.2^x+2m=0 \qquad (*)$

Phương trình $(*)$ là phương trình bậc hai ẩn 2^x có: $\Delta' = (-m)^2-2m = m^2-2m$.

Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow m^2-2m \ge 0 \Leftrightarrow m(m-2) \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m \ge 2\\ m \le 0\end{array}\right.$

Áp dụng định lý Vi-ét ta có: $2^{x_1}.2^{x_2}=2m \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2}=2m$

Do đó $x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 2m \Leftrightarrow m = 4$.

Thử lại ta được $m = 4$ thỏa mãn. **Chọn A.**

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq m.3^{\sin^2 x}$ có nghiệm:

A. $m \leq 4$ B. $m \geq 4$ C. $m \leq 1$ D. $m \geq 1$

Hướng dẫn giải

Chia hai vế của bất phương trình cho $3^{\sin^2 x} > 0$, ta được

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3.\left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x} \geq m$$

Xét hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3.\left(\frac{1}{9}\right)^{\sin^2 x}$ là hàm số nghịch biến

Ta có: $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ nên $1 \leq y \leq 4$

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m \leq 4$. Chọn đáp án A

Câu 50. Cho bất phương trình: $9^x + (m-1).3^x + m > 0$ (1). Tìm m để (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$

A. $m \geq -\frac{3}{2}$ B. $m > -\frac{3}{2}$ C. $m > 3 + 2\sqrt{2}$ D. $m \geq 3 + 2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x, t > 3$ bất phương trình đã cho thành: $t^2 + (m-1).t + m > 0$ nghiệm đúng $\forall t \geq 3$

$\Leftrightarrow \frac{t^2 - t}{t+1} > -m$ nghiệm đúng $\forall t > 3$.

Xét hàm số $g(t) = t - 2 + \frac{2}{t+1}, \forall t > 3, g'(t) = 1 - \frac{2}{(t+1)^2} > 0, \forall t > 3$. Hàm số đồng biến trên $[3; +\infty)$ và $g(3) = \frac{3}{2}$. Yêu cầu bài toán tương đương

$-m \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{2}$