

Hướng dẫn giải.

$$\int (3x^2 + 10x - 4) dx = x^3 + 5x^2 - 4x + C, \text{ nên } m = 1.$$

Câu 113. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4(2x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{8}$ là:

A. $F(x) = \frac{3}{8}(x+1) - \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x.$

B.

$$F(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{64}\sin 8x.$$

C. $F(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}\sin 2x + \frac{1}{64}\sin 4x + \frac{3}{8}.$

D. $F(x) = x - \sin 4x + \sin 6x + \frac{3}{8}.$

Hướng dẫn giải

Ta có

$$\begin{aligned} \sin^4(2x) &= \left(\frac{1 - \cos 4x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(1 - 2\cos 4x + \cos^2 4x) = \frac{1}{4}\left(1 - 2\cos 4x + \frac{1 + \cos 8x}{2}\right) \\ &= \frac{3}{8} - \frac{\cos 4x}{2} + \frac{\cos 8x}{8} \end{aligned}$$

$$\text{Nên } \int \sin^4(2x) dx = \int \left(\frac{3}{8} - \frac{\cos 4x}{2} + \frac{\cos 8x}{8}\right) dx = \frac{3}{8}x - \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 8x}{64} + C.$$

Và $F(0) = \frac{3}{8}$ nên suy ra đáp án.

Câu 114. Biết hàm số $f(x) = (6x+1)^2$ có một nguyên hàm là $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn điều kiện $F(-1) = 20$. Tính $(a+b+c+d)$:

A. 46.

B. 44.

C. 36.

D.

54.

Hướng dẫn giải

$$\int (6x+1)^2 dx = \int (36x^2 + 12x + 1) dx = 12x^3 + 6x^2 + x + C \text{ nên } a = 12; b = 6; c = 1$$

Thay $F(-1) = 20$. $d = 27$, cộng lại và chọn đáp án.

Câu 115. Hàm số $f(x) = x\sqrt{x+1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Nếu $F(0) = 2$ thì $F(3)$ bằng

A. $\frac{146}{15}$.

B. $\frac{116}{15}$.

C. $\frac{886}{105}$.

D. Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+1} \Rightarrow 2tdt = dx$$

$$\int x\sqrt{x+1}dx = \int (2t^4 - 2t^2)dt = \frac{2}{5}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + C = \frac{2}{5}(\sqrt{x+1})^5 - \frac{2}{3}(\sqrt{x+1})^3 + C$$

Vì $F(0) = 2$ nên $C = \frac{34}{15}$. Thay $x = 3$ ta được đáp án.

Câu 116. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x \cos x$ mà $F(0) = 1$. Khi đó phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $F(x)$ là hàm số chẵn.
- B. $F(x)$ là hàm số lẻ.
- C. Hàm số $F(x)$ tuần hoàn với chu kì là 2π .
- D. Hàm số $F(x)$ không là hàm số chẵn cũng không là hàm số lẻ.

Hướng dẫn giải

$$\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$$

$F(0) = 1$ nên $C = 0$. Do đó $F(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 117. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3}$ khi $F(0) = 0$ là

- A. $\ln \left| 1 + \frac{\sin^2 x}{3} \right|$.
- B. $\ln |1 + \sin^2 x|$.
- C. $\frac{\ln |2 + \sin^2 x|}{3}$.
- D. $\ln |\cos^2 x|$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } t = \sin^2 x + 3 \Rightarrow dt = 2 \sin x \cos x dx$$

$$\int \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 3} dx = \int \frac{dt}{t} = \ln |t| + C = \ln |\sin^2 x + 3| + C$$

vì $F(0) = 0$ nên $C = -\ln 3$. Chọn đáp án.

Câu 118. Cho $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$

thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$.

- A. $-\frac{3}{4}$.
- B. $\frac{3}{4}$.
- C. $-\frac{4}{3}$.
- D. $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

$$\int \left(\frac{4m}{\pi} + \sin^2 x \right) dx = \frac{4m}{\pi} x + \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C \text{ vì } F(0) = 1 \text{ nên } C = 1$$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8} \text{ nên tính được } m = -\frac{3}{4}$$

4.1.2. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

Câu 119. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$. B.

$$\int f(x) dx = \ln|\sin x| + \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C.$$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$. D.

$$\int f(x) dx = -\ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C.$$

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos x} = \int \frac{\cos x dx}{\sin x \cdot \cos^2 x} = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x \cdot (1 - \sin^2 x)}$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{d(\sin x)}{1 - \sin x} + \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} - \frac{1}{2} \int \frac{d(\sin x)}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{-1}{2} \ln|1 - \sin x| + \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 + \sin x| + C$$

$$= \ln|\sin x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \sin^2 x| + C$$

Câu 120. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\sin^3 x}{1 + \cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \cos^2 x - 2 \cos x + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos^2 x - 2 \cos x + C$.

C. $\int f(x) dx = \cos^2 x + \cos x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos^2 x + 2 \cos x + C$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}\int \frac{2\sin^3 x}{1+\cos x} dx &= \int \frac{2\sin^2 x}{1+\cos x} \cdot \sin x dx = \int \frac{2\cos^2 x - 2}{1+\cos x} d(\cos x) \\ &= \int 2(\cos x - 1) d(\cos x) = \cos^2 x - 2\cos x + C\end{aligned}$$

Câu 121. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x}$.

A. $\int f(x).dx = \frac{-\cot^4 x}{4} + C.$

B. $\int f(x).dx = \frac{\cot^4 x}{4} + C.$

C. $\int f(x).dx = \frac{\cot^2 x}{2} + C.$

D. $\int f(x).dx = \frac{\tan^4 x}{4} + C.$

Hướng dẫn giải $\int \frac{\cos^3 x dx}{\sin^5 x} = \int \cot^3 x \cdot \frac{dx}{\sin^2 x} = -\int \cot^3 x \cdot d(\cot x) = \frac{-\cot^4 x}{4} + C$

Câu 122. Tìm nguyên hàm của hàm số: $f(x) = \cos 2x(\sin^4 x + \cos^4 x)$.

A. $\int f(x).dx = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{12}\sin^3 2x + C.$

B. $\int f(x).dx = \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{1}{12}\sin^3 2x + C.$

C. $\int f(x).dx = \sin 2x - \frac{1}{4}\sin^3 2x + C.$

D. $\int f(x).dx = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{4}\sin^3 2x + C.$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}\int \cos 2x(\sin^4 x + \cos^4 x) dx \\ &= \int \cos 2x \left[(\sin^2 x + \cos^2 x) - 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x \right] dx \\ &= \int \cos 2x \left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x \right) dx = \int \cos 2x dx - \frac{1}{2} \int \sin^2 2x \cdot \cos 2x dx \\ &= \int \cos 2x dx - \frac{1}{4} \int \sin^2 2x \cdot d(\sin 2x) = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{12}\sin^3 2x + C\end{aligned}$$

Câu 123. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (\tan x + e^{2\sin x}) \cos x$

A. $\int f(x)dx = -\cos x + \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C.$

B. $\int f(x)dx = \cos x + \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C.$

C. $\int f(x)dx = -\cos x + e^{2\sin x} + C.$

D. $\int f(x)dx = -\cos x - \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C.$

Hướng dẫn giải

$$\int (\tan x + e^{2\sin x}) \cos x dx = \int \sin x dx + \int e^{2\sin x} d(\sin x) = -\cos x + \frac{1}{2}e^{2\sin x} + C$$

Câu 124. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x + \sqrt{2}}$

- A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C.$ B. $\int f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C.$
C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{4}\right) + C.$ D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} - \frac{3\pi}{8}\right) + C.$

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{\sin x + \cos x + \sqrt{2}} &= \int \frac{dx}{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{\left(\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) + \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{dx}{2 \sin^2\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{8}\right) + C \end{aligned}$$

4.1.3. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ MŨ, LÔGARIT.

Câu 125. Hàm số $F(x) = \ln|\sin x - \cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}.$ B. $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}.$
C. $f(x) = \frac{1}{\sin x + \cos x}.$ D. $f(x) = \frac{1}{|\sin x - \cos x|}.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } F'(x) = \frac{(\sin x - \cos x)'}{\sin x - \cos x} = \frac{\cos x + \sin x}{\sin x - \cos x}$$

Câu 126. Tính $\int 2x \ln(x-1) dx$ bằng:

- A. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$ B. $x^2 \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$
C. $(x^2 + 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C.$ D. $(x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} + x + C.$

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x-1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x-1} dx \\ v = x^2 - 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int 2x \ln(x-1) dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \int (x+1) dx = (x^2 - 1) \ln(x-1) - \frac{x^2}{2} - x + C$$

Câu 127. Tính $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$ bằng:

- A. $e^{\tan x} + C$. B. $\tan x \cdot e^{\tan x} + C$. C. $e^{-\tan x} + C$. D.
 $-e^{\tan x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = \int e^{\tan x} d(\tan x) = e^{\tan x} + C$$

Câu 128. Tính $\int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx$ bằng:

- A. $-e^{\cos^2 x} + C$. B. $e^{-\sin 2x} + C$. C. $e^{-2\sin x} + C$. D.
 $-e^{\sin 2x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int e^{\cos^2 x} \sin 2x dx = -\int e^{\cos^2 x} d(\cos^2 x) = -e^{\cos^2 x} + C$$

Câu 129. Tính $\int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$ bằng:

- A. $e^{\sin^2 x} + C$. B. $e^{\sin 2x} + C$. C. $e^{\cos^2 x} + C$. D.
 $e^{2\sin x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx = \int e^{\sin^2 x} d(\sin^2 x) = e^{\sin^2 x} + C$$

Câu 130. Kết quả $\int e^{\cos x} \sin x dx$ bằng:

- A. $-e^{\cos x} + C$. B. $e^{\cos x} + C$. C. $-e^{-\cos x} + C$. D.
 $e^{-\sin x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int e^{\cos x} \sin x dx = -\int e^{\cos x} d(\cos x) = -e^{\cos x} + C$$

4.1.4. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ CHỨA CĂN THỨC.

Câu 131. Biết hàm số $F(x) = -x\sqrt{1-2x} + 2017$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{ax+b}{\sqrt{1-2x}}. \text{ Khi đó tổng của } a \text{ và } b \text{ là:}$$

A. 2.

B. -2.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$F'(x) = (-x\sqrt{1-2x} + 2017)' = \frac{3x-1}{\sqrt{1-2x}}$$

$$\Rightarrow a+b = 3+(-1) = 2$$

Câu 132. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

A. $\frac{1}{3}(x^2 - 8)\sqrt{x^2 + 1} + C$.

B. $\frac{1}{3}x^2\sqrt{1+x^2} + 8\sqrt{1+x^2} + C$.

C. $\frac{1}{3}(8-x^2)\sqrt{x^2+1} + C$.

D. $\frac{2}{3}(x^2 - 8)\sqrt{1+x^2} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{x^3 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \int \frac{(x^2 - 2)x dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow x^2 = t^2 - 1 \Rightarrow x dx = t dt$. Khi đó tích phân trở thành:

$$\int \frac{(t^2 - 3)(t dt)}{t} = \int (t^2 - 3) dt = \frac{t^3}{3} - 3t + C$$

Thay $t = \sqrt{x^2 + 1}$ vào kết quả ta được:

$$\int \frac{x^3 - 2x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \frac{(\sqrt{x^2 + 1})^3}{3} - 3\sqrt{x^2 + 1} + C = \frac{1}{3}(x^2 - 8)\sqrt{x^2 + 1} + C$$

Câu 133. Tính $F(x) = \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{4\sin^2 x + 2\cos^2 x + 3}} dx$. Hãy chọn đáp án đúng.

A. $\sqrt{6 - \cos 2x} + C$.

B. $\sqrt{6 - \sin 2x} + C$.

C. $\sqrt{6 + \cos 2x} + C$.

D. $-\sqrt{6 - \sin 2x} + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{4\sin^2 x + 2\cos^2 x + 3}} dx = \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{6 - \cos 2x}} dx = \int \frac{d(6 - \cos 2x)}{2\sqrt{6 - \cos 2x}} = \sqrt{6 - \cos 2x} + C$$

Câu 134. Biết hàm số $F(x) = (mx + n)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{2x-1}}. \text{ Khi đó tích của } m \text{ và } n \text{ là:}$$

- A. $-\frac{2}{9}$. B. -2 . C. $-\frac{2}{3}$. D. 0 .

Hướng dẫn giải

Cách 1: Tính $\int \frac{1-x}{\sqrt{2x-1}} dx = \left(-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right)\sqrt{2x-1} + C$. Suy ra

$$m = -\frac{1}{3}; n = \frac{2}{3} \Rightarrow m.n = -\frac{2}{9}$$

Cách 2: Tính $F'(x) = \frac{3mx - m + n}{\sqrt{2x-1}}$. Suy ra $\begin{cases} 3m = -1 \\ n - m = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{3} \\ n = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow m.n = -\frac{2}{9}$

Câu 135. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x\sqrt{\ln^2 x + 3}}$ có đồ

thị đi qua điểm $(e; 2016)$. Khi đó hàm số $F(1)$ là:

- A. $\sqrt{3} + 2014$. B. $\sqrt{3} + 2016$.
C. $2\sqrt{3} + 2014$. D. $2\sqrt{3} + 2016$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \sqrt{\ln^2 x + 3}$ và tính được $F(x) = \sqrt{\ln^2 x + 3} + C$.

$$F(e) = 2016 \Rightarrow C = 2014 \Rightarrow F(x) = \sqrt{\ln^2 x + 3} + 2014 \Rightarrow F(1) = \sqrt{3} + 2014$$

4.1.5. PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Câu 136. Tính $\int x^3 e^x dx = e^x(ax^3 + bx^2 + cx + d) + C$. Giá trị của $a + b + c + d$ bằng

- A. -2 . B. 10 . C. 2 . D. -9 .

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần 2 lần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x^3 e^x dx = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + C = e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + C$.

Vậy $a+b+c+d = -2$. Chọn A.

Câu 137. Tính $F(x) = \int x \ln(x^2 + 3) dx = A(x^2 + 3) \ln(x^2 + 3) + Bx^2 + C$. Giá trị của biểu thức $A+B$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần 2 lần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
$\ln(x^2 + 3)$	x
$\frac{2x}{x^2 + 3}$	$\frac{x^2 + 3}{2}$
1 (Chuyển $\frac{2x}{x^2 + 3}$ qua dv)	x (Nhận $\frac{2x}{x^2 + 3}$ từ u)
0	$\frac{x^2}{2}$

Do đó $F(x) = \int x \ln(x^2 + 3) dx = \frac{1}{2}(x^2 + 3) \ln(x^2 + 3) - \frac{1}{2}x^2 + C$.

Vậy $A+B=0$. Chọn A.

Câu 138. Tính $\int x^2 \cos 2x dx = ax^2 \sin 2x + bx \cos 2x + c \sin x + C$. Giá trị của $a+b+4c$ bằng

- A. 0. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần 2 lần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x^2 \cos 2x dx = \frac{1}{2}x^2 \sin 2x + \frac{1}{2}x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

Vậy $a+b+4c=0$. Chọn A.

Câu 139. Tính $\int x^3 \ln 2x dx = x^4(A \ln 2x + B) + C$. Giá trị của $5A+4B$ bằng:

- A. 1. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. -1.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với $u = \ln 2x, dv = x^3 dx$.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x^3 \ln 2x dx = \frac{1}{4}x^4 \ln 2x - \frac{1}{16}x^4 + C = x^4 \left(\frac{1}{4} \ln 2x - \frac{1}{16} \right) + C$.

Vậy $5A+4B=1$. Chọn A.

Câu 140. Tính $F(x) = \int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx$. Chọn kết quả đúng:

- A. $F(x) = \frac{x^2-1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + x + C$ B. $F(x) = \frac{x^2+1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + x + C$
C. $F(x) = \frac{x^2+1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} - x + C$ D. $F(x) = \frac{x^2-1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} - x + C$

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần và nguyên hàm của hàm số hữu tỉ.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả: $\int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx = \frac{x^2-1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + x + C$. Chọn A.

Câu 141. Cho hàm số $F(x) = \int x(1-x)^3 dx$. Biết $F(0)=1$, khi đó $F(1)$ bằng:

- A. $\frac{21}{20}$. B. $\frac{19}{20}$. C. $-\frac{21}{20}$. D. $-\frac{19}{20}$.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp đổi biến số với $u = 1-x$.

Sử dụng phương pháp từng phần với $u = x; dv = (1-x)^3 dx$.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng với $u = x; dv = (1-x)^3 dx$

$$\text{Kết quả } F(x) = \int x(1-x)^3 dx = \frac{-x(1-x)^4}{4} - \frac{(1-x)^5}{20} + C$$

$$F(0) = 1 \text{ suy ra } C = \frac{21}{20}. \text{ Do đó } F(1) = \frac{21}{20}. \text{ Chọn A}$$

Câu 142. Tính $F(x) = \int (2x+1)\sin x dx = ax \cos x + b \cos x + c \sin x + C$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng:

- A. -1. B. 1. C. 5. D. -5.

Hướng dẫn giải

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng.

$$\text{Kết quả } F(x) = \int (2x+1)\sin x dx = -2x \cos x - \cos x + 2 \sin x + C \text{ nên } a+b+c = -1$$

Câu 143. Cho hàm số $F(x) = \int x \ln(x+1) dx$ có $F(1) = 0$. Khi đó giá trị của $F(0)$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần với $u = \ln(x+1), dv = x dx$

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

$$\text{Kết quả } F(x) = \int x \ln(x+1) dx = \frac{1}{2}(x^2 - 1)\ln(x+1) - \frac{1}{4}(x^2 - 2x) + C.$$

$$\text{Từ } F(1) = 0 \text{ suy ra } C = \frac{-1}{4}. \text{ Vậy } F(0) = \frac{-1}{4}.$$

Câu 144. Hàm số $F(x) = \int (x^2 + 1)\ln \sqrt{x} dx$ thỏa mãn $F(1) = \frac{-5}{9}$ là

- A. $\frac{1}{6}(x^3 + 3x)\ln x - \frac{x^3}{18} - \frac{x}{2}$. B. $\frac{1}{6}(x^3 + 3x)\ln x - \frac{x^3}{18} - \frac{x}{2} - 1$.

C. $\frac{1}{6}(x^3 + 3x)\ln x - \frac{x^3}{18} - \frac{x}{2} + \frac{10}{9}$.

D. $\frac{1}{6}(x^3 + 3x)\ln x - \frac{x^3}{18} - \frac{x}{2} + 1$.

Hướng dẫn giải:

Phương pháp tự luận: Sử dụng phương pháp từng phần.

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng phương pháp bảng

Kết quả $F(x) = \int (x^2 + 1)\ln \sqrt{x} dx = \frac{1}{6}(x^3 + 3x)\ln x - \frac{x^3}{18} - \frac{x}{2} + C$

Với $F(1) = \frac{-5}{9}$ suy ra $C = 0$ nên $F(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 3x)\ln x - \frac{x^3}{18} - \frac{x}{2}$.

Câu 145. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$ và có đồ thị đi qua điểm $A(0;1)$.

Chọn kết quả đúng

A. $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$

B. $f(x) = \frac{e^x}{x+1} + 1$

C. $f(x) = \frac{e^x}{x+1} - 1$

D. $f(x) = \frac{e^x}{x+1} + 2$

Hướng dẫn giải: Sử dụng phương pháp từng phần với

$$u = xe^x, dv = \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

u và đạo hàm của u	dv và nguyên hàm của v
xe^x	$\frac{1}{(x+1)^2}$
$(x+1)e^x$ (Chuyển $(x+1)e^x$ qua dv)	$\frac{-1}{x+1}$
1	$-e^x$ (nhận $(x+1)e^x$ từ u)
0	$-e^x$

Kết quả $f(x) = \int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx = \frac{e^x}{x+1} + C$. Với $f(0) = 1$ suy ra $C = 0$. Vậy

$$f(x) = \frac{e^x}{x+1}$$

Câu 146. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

Chọn kết quả đúng

A. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + 2$. B.

$$F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} - 2.$$

C. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + 1$. D.

$$F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1}.$$

Hướng dẫn giải:

Đặt $u = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, $dv = dx$ ta được:

$$F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + C. \text{ Vì } F(0) = 1 \text{ nên } C = 2$$

$$\text{Vậy } F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + 2.$$

Câu 147. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$ thỏa mãn $F(\pi) = 2017$.

Chọn kết quả đúng

A. $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| + 2017$. B.

$$F(x) = x \tan x - \ln |\cos x| + 2018.$$

C. $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| + 2016$. D.

$$F(x) = x \tan x - \ln |\cos x| + 2017.$$

Hướng dẫn giải: Đặt $u = x$, $dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx$ ta được $du = dx$, $v = \tan x$

$$\text{Kết quả } F(x) = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = x \tan x - \int \tan x dx = x \tan x + \ln |\cos x| + C.$$

Vì $F(\pi) = 2017$ nên $C = 2017$. Vậy $F(x) = x \tan x + \ln |\cos x| + 2017$.

Câu 148. Tính $F(x) = \int x(1 + \sin 2x)dx = Ax^2 + Bx \cos 2x + C \sin 2x + D$. Giá trị của biểu thức $A+B+C$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Cách 1: Sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Cách 2: Sử dụng phương pháp bảng với $u = x, dv = (1 + \sin 2x)dx$ ta được

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + D. \text{ Vậy } A+B+C = \frac{1}{4}.$$

Câu 149. Tính $F(x) = \int \frac{1+x \sin x}{\cos^2 x} dx$. Chọn kết quả đúng

A. $F(x) = \tan x + \frac{x}{\cos x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$. B.

$$F(x) = \tan x - \frac{x}{\cos x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C.$$

C. $F(x) = \tan x + \frac{x}{\cos x} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$. D.

$$F(x) = \tan x - \frac{x}{\cos x} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C.$$

Hướng dẫn giải

Cách 1: Biến đổi $F(x) = \int \frac{dx}{\cos^2 x} + \int \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx = \tan x + I(x)$

Tính $I(x)$ bằng cách đặt $u = x; dv = \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ ta được $I(x) = \frac{x}{\cos x} - \int \frac{dx}{\cos x}$

$$\text{Tính } J(x) = -\int \frac{dx}{\cos x} = \int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x - 1} = \int \frac{d(\sin x)}{(\sin x - 1)(\sin x + 1)} = \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$$

$$\text{Kết quả } F(x) = \tan x + \frac{x}{\cos x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \right| + C$$

Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng máy tính kiểm tra $\frac{d}{dx}(F(x)) - f(x) = 0$ tại một số điểm ngẫu nhiên x_0 .

4.1.6. ÔN TẬP

Câu 150. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ là:}$$

A. $F(x) = -\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$. B. $F(x) = \cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$.

C. $F(x) = -\cos x + \tan x + 1 - \sqrt{2}$. D. $F(x) = -\cos x + \tan x$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\int (\sin x + \frac{1}{\cos^2 x}) = -\cos x + \tan x + C \Rightarrow F(x) = -\cos x + \tan x + C$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow C = \sqrt{2} - 1. \text{ Vậy } F(x) = -\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$$

Câu 151. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 \sin 5x + \sqrt{x} + \frac{3}{5}$ thỏa mãn đồ thị của hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung là:

A. $F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + 1$. B.

$$F(x) = \frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + 1.$$

C. $F(x) = 10 \cos 5x + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{3}{5} x + 1$.

D. $F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x$

Hướng dẫn giải

Ta có $F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + C$ và $F(0) = f(0) \Leftrightarrow C = 1$

$$\text{Vậy } F(x) = -\frac{2}{5} \cos 5x + \frac{2}{3} x \sqrt{x} + \frac{3}{5} x + 1$$

Câu 152. Hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ thì $a + b + c$ bằng:

A. 1. B. 2. C. 3. D. -2.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } F'(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 + (2a+b)x + b+c = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ 2a+b=0 \\ b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=2 \end{cases}$$

Vậy $a+b+c=1$

Câu 153. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = a + b \cos 2x$ thỏa mãn:

$$F(0) = \frac{\pi}{2}, F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{6}, F\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ là:}$$

A. $F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x + \frac{\pi}{2}$.

B. $F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x$.

C. $F(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{7\pi}{9} \sin 2x + \frac{\pi}{2}$.

D. $F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x - \frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } F(x) = ax + \frac{b}{2} \sin 2x + C \text{ và } \begin{cases} F(0) = \frac{\pi}{2} \\ F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{6} \\ F\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{7\pi}{9} \\ C = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Vậy $F(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7\pi}{9} \sin 2x + \frac{\pi}{2}$

Câu 154. Cho hàm số $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 4$. Hàm số $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

B. $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

C. $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$.

D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } f(x) = F'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \text{ và } \begin{cases} f(1) = 2 \\ f(2) = 3 \\ f(3) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 2 \\ 12a + 4b + c = 3 \\ 27a + 6b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

Câu 155. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan x \cdot \sin 2x$ thỏa mãn điều kiện

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \text{ là:}$$

A. $F(x) = x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$.

B. $F(x) = x + \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\pi}{4} - 1$.

C. $F(x) = \frac{2}{3} \cos^3 x + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $x + \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \int \tan x \cdot \sin 2x dx = \int (1 - \cos 2x) dx = x - \frac{1}{2} \sin 2x + C \Rightarrow F(x) = x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$$

$$\text{và } F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Vậy } F(x) = x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}.$$

Câu 156. Cho hàm số $f(x) = \tan^2 x$ có nguyên hàm là $F(x)$. Đồ thị hàm số $y = F(x)$ cắt trục tung tại điểm $A(0; 2)$. Khi đó $F(x)$ là:

A. $F(x) = \tan x - x + 2$.

B. $F(x) = \tan x + 2$.

C. $F(x) = \frac{1}{3} \tan^3 x + 2$.

D. $F(x) = \cot x - x + 2$.

Hướng dẫn giải

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \tan^2 x dx = \tan x - x + C.$$

Vì đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $A(0; 2)$ nên $C = 2$.

$$\text{Vậy } F(x) = \tan x - x + 2.$$

Câu 157. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$. Giá trị của

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0) \text{ bằng}$$

A. $1 - \frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $1 + \frac{\pi}{4}$.

D. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } F(x) = \tan x - x + C \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0) = 1 - \frac{\pi}{4}$$