

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $A = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án

A

Câu 21. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^4} \sqrt[4]{a}}$, ta được kết quả là :

- A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{60}{91}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả $B = -\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án

A

Câu 22. Biết $a = \log_2 5, b = \log_3 5$; khi đó giá trị của $\log_6 5$ được tính theo a, b là :

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$

Câu 23. Cho $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a, b, c là:

- A. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. C. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. D. $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140} 63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 24. Cho $a = \log_5 2; b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a, b là :

- A. $3a + 2b$. B. $a^3 + b^2$. C. $3a - 2b$. D. $6ab$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

- Câu 25.** Biết $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. $ab + 5(a - b) = 1$. B. $5ab + a + b = 1$. C. $ab + 5(a - b) = -1$. D. $5ab + a - b = 0$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt $\log_{12} 18; \log_{24} 54$ cho A và B.

Với đáp án A nhập vào máy : $AB + 5(A - B) - 1$, ta được kết quả bằng 0.
Vậy A là đáp án đúng.

- Câu 26.** Biết $\log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0$, khi đó giá trị của biểu thức $A = 2y + 1$ là:
A. 33. B. 17. C. 65. D. 133.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0$ nên

$$\log_4(\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33.$$

Đáp án A

- Câu 27.** Cho $\log_5 x > 0$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. $\log_5 x > \log_6 x$. B. $\log_x 5 > \log_x 6$. C. $\log_5 x = \log_x 5$ D. $\log_x 5 \leq \log_x 4$.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$. Khi đó $\log_5 x > \log_6 x$. Chọn đáp án A.

- Câu 28.** Cho $0 < x < 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$ B. $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$
C. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$ D. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, Chọn $x = 0,5$ và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A

Câu 29. Trong bốn số $3^{\log_3 4}$, $3^{2\log_3 2}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$, $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$. B. $3^{2\log_3 2}$. C. $3^{\log_3 4}$. D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận: Ta có:

$$3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \frac{1}{25};$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2} = (2^{-4})^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16$$

Chọn : Đáp án

A

+Trắc nghiệm: nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

Câu 30. Gọi $M = 3^{\log_{0,5} 4}$; $N = 3^{\log_{0,5} 13}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $N < M < 1$. B. $M < 1 < N$. C. $M < N < 1$. D. $N < 1 < M$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận:

$$\text{Ta có } \log_{0,5} 13 < \log_{0,5} 4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5} 13} < 3^{\log_{0,5} 4} < 1 \Rightarrow N < M < 1$$

Chọn : Đáp án A

+ Trắc nghiệm: Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án A đúng.

Câu 31. Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:

- A. -1 . B. -2 . C. 1 . D. $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12} \right) = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} \right) = \log_2 \left(\sin \frac{\pi}{6} \right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$$

Chọn: Đáp án A

VẬN DỤNG CAO

Câu 32. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(x-m)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$?

- A. $m \leq -3$. B. $m < -3$. C. $m > -3$. D. $m \geq -3$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $x-m > 0 \Leftrightarrow x > m$.

Để $f(x)$ xác định với mọi $x \in (-3; +\infty)$ thì $m \leq -3$ Ta chọn đáp án A

Câu 33. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)(x+2m)$ xác định với mọi $x \in [-4; 2]$?

- A. $m > 2$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $m \geq 2$. D. $m \geq -1$.

Hướng dẫn giải

Thay $m=2$ vào điều kiện $(3-x)(x+2m) > 0$ ta được $(3-x)(x+4) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 3)$ mà $[-4; 2] \not\subset (-4; 3)$ nên các đáp án B, C, D loại. Ta chọn đáp án đúng là A.

Câu 34. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x) = \log_3 \sqrt{(m-x)(x-3m)}$ xác định với mọi $x \in (-5; 4]$?

- A. $m \in \emptyset$. B. $m > \frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{5}{3}$. D. $m \neq 0$.

Hướng dẫn giải

- Thay $m=2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m) > 0$ ta được $(2-x)(x-6) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 6)$ mà $(-5; 4] \not\subset (2; 6)$ nên các đáp án B, D loại.

- Thay $m=-2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m) > 0$ ta được $(-2-x)(x+6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-6; -2)$ mà $(-5; 4] \not\subset (-6; -2)$ nên các đáp án C loại.

Do đó Ta chọn đáp án đúng là A.

Câu 35. Với mọi số tự nhiên n , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$.
- B. $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$.
- C. $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$.
- D. $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận:

Đặt $-\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = m$. Ta có: $\log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = 2^{-m} \Leftrightarrow \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = 2^{2^{-m}}$.

Ta thấy : $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2}, \dots, \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2^{2^{-n}}$. Do đó ta được:
 $2^{-m} = 2^{-n} \Leftrightarrow m = n$. Vậy $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots\sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}}$. Đáp án A.

+Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn $n = 3$.

Nhập biểu thức $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng -3 . Vậy chọn A.

Câu 36. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức $A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$ là:
 A. 469. B. 729. C. 519. D. 129.

Hướng dẫn giải

Ta có

$$\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7} + \left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11} + \left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25} = 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25} = 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469$$

Suy ra : Đáp án A

Câu 37. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.
- B. $3 \log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

C. $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$.

D. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $a^2 + b^2 = 7ab \Rightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$. Lấy Loga hai vế, ta được:

$$2\log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \log a + \log b \Leftrightarrow \log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$$

Chọn : Đáp án A

Câu 38. Kết quả rút gọn của biểu thức $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$ là:

A. $(\sqrt{\log_a b})^3$.

B. $\sqrt{\log_a b}$.

C. $\sqrt[3]{\log_a b}$.

D. $\log_a b$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b} \\ &= \sqrt{\frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a^2 b}} \left(\log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \frac{(\log_a b + 1)}{\log_a b} \left(\frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = (\sqrt{\log_a b})^3 \end{aligned}$$

Câu 39. Cho $a, b, c > 0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} = 1$.

B. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} > 1$.

C. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} > -1$.

D. $\log_a^2 \frac{c}{b}; \log_b^2 \frac{a}{c}; \log_c^2 \frac{b}{a} < 1$.

Hướng dẫn giải

* $\log_a \frac{b}{c} = \log_a \left(\frac{c}{b}\right)^{-1} = -\log_a \frac{c}{b} \Rightarrow \log_a^2 \frac{b}{c} = \left(-\log_a \frac{c}{b}\right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b}$

* $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_b a = \log_a a = 1$

* Từ 2 kết quả trên ta có :

$$\log_a^2 \frac{c}{b} \log_b^2 \frac{a}{c} \log_c^2 \frac{b}{a} = \left(\log_a \frac{b}{c} \cdot \log_b \frac{c}{a} \log_c \frac{a}{b} \right)^2 = 1$$

Chọn : Đáp án A.

Câu 40. Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x + y = 3$ sao cho $P = x + y$ là số dương nhỏ nhất, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_2 x + \log_3 y$ không xác định. B. $\log_2(x + y) = 1$.
C. $\log_2(x + y) > 1$. D. $\log_2(x + y) > 0$.

Hướng dẫn giải

Vì $x + y > 0$ nên trong hai số x và y phải có ít nhất một số dương mà $x + y = 3 - x > 0$ nên suy ra $x < 3$ mà x nguyên nên $x = 2; 1; 0; -1; \dots$

+ Nếu $x = 2$ suy ra $y = -1$ nên $x + y = 1$

+ Nếu $x = 1$ thì $y = 1$ nên $x + y = 2$

+ Nếu $x = 0$ thì $y = 3$ nên $x + y = 3$

+ Nhận xét rằng : $x < 2$ thì $x + y > 1$. Vậy $x + y$ nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải

$$(*) \Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a \cdot \log_5 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5^2 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_5 a = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5^{\pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}}} \end{cases}$$

Chọn: Đáp án A